顺义区 2018 届高三第二次统练

数学试卷（文科）

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

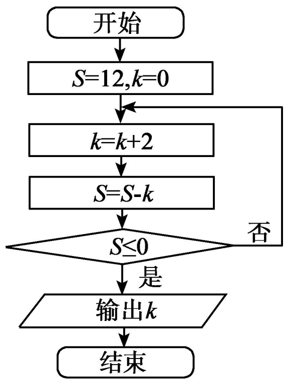
1. 设集合 $A=\{x\,|\,x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-2,-1\}$ B. $\{-2,1\}$ C. $\{1,2\}$ D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

2.若 x,y 满足 $\begin{cases} x+y\le 3, \\ y\ge x, \\ x\ge 1, \end{cases}$ 则 $2x+y$ 的最大值为

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. $\dfrac{9}{2}$

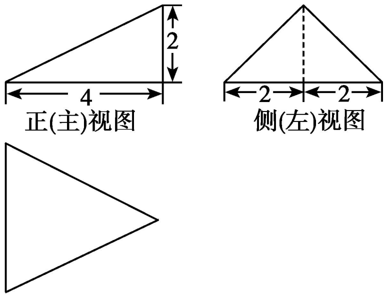
3.执行如图所示的程序框图，输出的 k 值为



A. 2 B. 3C. 4 D. 5

4.某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是

官方微信公众号：bj-gaokao　　咨询热线：010-5751 5980
官方网站：www.gaokzx.com　　微信客服：gaokzx2018



A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{16}{3}$　C. $8\sqrt{3}$　D.16

5.已知直线a,b,m,其中a,b在平面α内.则"$m\perp a,m\perp b$"是"$m\perp\alpha$"的

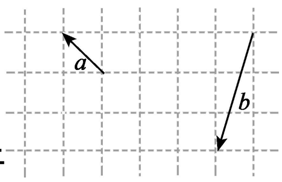
A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

6. 若$a=\log_3\frac{1}{2},b=\log_3 9.1,c=2^{0.8}$，则$a,b,c$的大小关系为

A．$a<b<c$ B. $b<a<c$ C. $a<c<b$ D. $c<a<b$

7. 向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$在正方形网格中的位置如图所示．

则$a\bullet b$等于


A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. −1　　D. −2

8．已知点$A(-1,-1)$．若曲线T上存在两点B,C，使$\triangle ABC$为正三角形，

则称T为“正三角形”曲线．给定下列三条曲线：

①$x+y-3=0\ (0\le x\le 3)$；②$x^2+y^2=2(-\sqrt{2}\le x\le 0)$；③$y=\frac{1}{x}\ (x>0)$．

其中，“正三角形”曲线的个数是

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分）

9. 若$(x-2i)i=2+i(x\in R)$，则$x=$______．

10.能够说明"设a,b是任意实数.若$a^2<b^2$，则$a<b$”是假命题的一组整数a,b的值依次为________.

11. 圆$(x-2)^2+(y-1)^2=1$的圆心到直线$y=2x+2$的距离为________.

12. 设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$经过点$(4,1)$，且它的一条渐近线方程为$x+2y=0$，则$a=$__________；$b=$__________.

13. 在平面直角坐标系xOy中，角α与角β均以Ox为始边，他们的终边关于x轴对称，若$\cos\alpha=\frac{1}{4}$，则$\cos(\alpha-\beta)=$___________．

14.在某艺术团体组织的“微视频展示”活动中，该团体将从微视频的“点赞量”和“专家评分”两个角度来进行评优. 若 A 视频的

“点赞量”和“专家评分”中至少有一项高于 B 视频，则称 A 视频不亚于 B 视频. 已知共有 5 部微视频参展，如果某视频不亚于其他 4 部视频，就称此视频为优秀视频. 那么在这 5 部微视频中，最多可能有____个优秀视频.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15.（本小题满分 13 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且$a_1=-1, a_5=3$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若数列$\{b_n\}$满足$b_n=2^{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和.

16.（本小题满分 13 分）

已知函数$f(x)=2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos 2x$.

（Ⅰ）求$f(x)$的最小正周期；

（Ⅱ）若函数$y=f(x)$的图像与直线$y=m$没有公共点求实数m的取值范围．

17、（本小题满分 13 分）2018 年 2 月 25 日第 23 届冬季季奥运会在韩国平昌闭幕，中国以 1 金 6 银 2 铜的成绩结束本次冬奥会的征程。某校体育爱好者协会在高三年级某班进行了“本届冬奥会中国队表现”的满意度调查（结果只有“满意”和“不满意”两种），按**分层抽样**从被调查的学生中随机抽取了 11 人，具体的调查结果如下表：

某班	满意	不满意
男生	2	3
女生	4	2

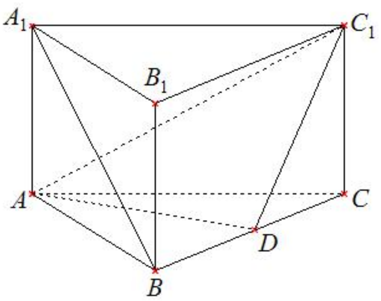
（Ⅰ）若该班女生人数比男生人数多 4 人，求该班男生人数和女生人数

（Ⅱ）在该班全体学生中随机抽取一名学生，由以上统计数据估计该生持满意态度的概率；

（Ⅲ）若从该班调查对象的女生中随机选取 2 人进行追踪调查，记选中的 2 人中对“本届冬奥会中国队表现”满意的人数为 ξ，求 $\xi=1$ 时对应事件的概率.

18.（本小题满分 14 分）

如图，直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 1，$AB=AC=1$，$BC=\sqrt{2}$，D 是 BC 的中点．



（Ⅰ）求证：$AD\perp$ 平面 B_1BCC_1；

（Ⅱ）求证：$A_1B\parallel$ 平面 ADC_1；

（Ⅲ）求三棱锥 $B_1\text{-}ADC_1$ 的体积．

19.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x-mx$（ m 为常数）.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线斜率为 -1 ，求实数 m 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的极值；

（Ⅲ）证明：当 $x>0$ 时， $e^x>x^2$.

20.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 $G:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左焦点为 F ，左顶点为 A ，离心率为 e ，点 $M(t,0)$ $(t<-2)$ 满足条件 $\dfrac{|FA|}{|AM|}=e$.

（Ⅰ）求实数 t 的值；

（Ⅱ）设过点F的直线l与椭圆G交于P,Q两点，记ΔMPF和ΔMQF的面积分别为S_1,S_2，若$S_1=2S_2$，求直线l的方程.

顺义区 2018 届高三第二次统练

数学试卷答案（文科）

一、ADDBBCDC

二、9. 1. 10. 1,-2(答案不唯一) 11. $\sqrt{5}$.

12. $2\sqrt{3},\sqrt{3}$ .13. $-\frac{7}{8}$.14. 5.

三、**解答题**（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15. 解: (Ⅰ) 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d.

因为$a_1=-1,a_5=3$,

所以$a_5=a_1+(5-1)d=-1+4d$

解得$d=1$.

所以$a_n=n-2$.

(Ⅱ) 设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n.

因为$b_n=2^{a_n}$,所以$b_{n+1}=2^{a_{n+1}}$.

所以$\frac{b_{n+1}}{b_n}=2^{a_{n+1}-a_n}=2$.

所以数列$\{b_n\}$是以$\frac{1}{2}$为首项, 2 为公比的等比数列.

因此$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{\frac{1}{2}(1-2^n)}{1-2}=2^{n-1}-\dfrac{1}{2}$.

16. 解:（Ⅰ）因为$f(x)=2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos 2x$

$=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x$----------------------2 分

$=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，----------------------5 分

所以$f(x)$的最小正周期为$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$.---------------7 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$.

命题“函数$y=f(x)$图象与直线$y=m$没有公共点”等价于

“方程$2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=m$在$x\in R$内无解”------------------------9 分

$\because$函数$f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$的值域是$[-2,2]$------------------------11 分

$\therefore$实数m的取值范围为$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$.------------------------13 分

17.（Ⅰ）不妨设女生人数为 X，男生人数为 Y，则可得 X−Y=4　（1）

又由分层抽样可知，$\dfrac{X}{Y}=\dfrac{6}{5}$（2）

联立（1）（2）可解得 X=24，Y=20

（Ⅱ）设该生持满意态度为事件 A，则基本事件的总数有 11 种，事件 A 中包含的基本事件有 6 种，所以 $P(A)=\frac{6}{11}$

（Ⅲ）$\xi=1$ 时对应的事件是从 6 名女生中选取 2 人进行追踪调查，恰有一人持满意态度，设该事件为 B.

不妨用 C_1,C_2,C_3,C_4 来表示持满意态度的女生，用 D_1,D_2 来表示持不满意态度的女生

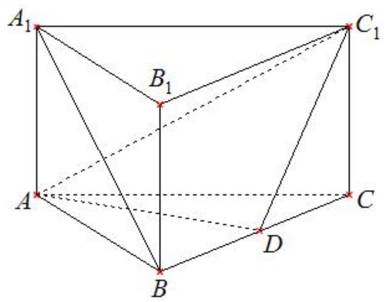
则 B 中包含的基本事件可以表示为 C_1D_1,C_1D_2，C_2D_1,C_2D_2，C_3D_1,C_3D_2，C_4D_1,C_4D_2

共有 8 种，基本事件的总数可以表示为 C_1C_2，C_1C_3，C_1C_4，C_1D_1,C_1D_2，C_2C_3，C_2C_4，C_2D_1,C_2D_2，C_3C_4，C_3D_1,C_3D_2，C_4D_1,C_4D_2，D_1D_2 共有 15 种。

所以 $P(B)=\frac{8}{15}$。

18.（Ⅰ）$\because$ 三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ **是直三棱柱** $\therefore B_1B\perp$ **底面** ABC

又 $\because AD$ 在**底面** ABC **内** $\therefore B_1B\perp AD$



又 $\because AB=AC=1$，D 是 BC 的中点

$\therefore AD\perp BC$ **又** $\because BC\cap B_1B=B$ $\therefore AD\perp$ 平面 B_1BCC_1

（Ⅱ）连结 A_1C 交 AC_1 于点 O，连结 OD

$\because$ 点 O 是矩形 A_1ACC_1 对角线的交点 $\therefore$ **O 是** A_1C 的中点

又 $\because$ D 是 BC 的中点 $\therefore$ **OD 是** ΔA_1BC **的一条中位线**

$\therefore A_1B\parallel OD$ 又 $\because OD\subset$ 平面 ADC_1

$\therefore A_1B\parallel$ 平面 ADC_1

（Ⅲ）$\because V_{B_1\text{-}ADC_1}=V_{A\text{-}B_1C_1D}$ 又由（Ⅰ）知，$AD\perp$ 平面 B_1BCC_1

∴**AD 为三棱锥** $A\text{-}B_1C_1D$ **的高又**∵ $AB=AC=1$，$BC=\sqrt{2}$，D 是BC 的中点

∴$AD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 又∵ $S_{\Delta B_1C_1D}=\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

∴ $V_{B_1\text{-}ADC_1}=V_{A\text{-}B_1C_1D}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{6}$

19.解：(Ⅰ)∵ $f'(x)=e^x-m\ (m\in R)$，∴ $f'(0)=1-m$ ------------------------2 分

又∵曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线斜率为 -1

∴ $f'(0)=1-m=-1$，解得

$m=2$ --3 分

(Ⅱ) ∵ $f'(x)=e^x-m\ (m\in R)$，函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty,+\infty)$ ------4 分

当 $m\le0$ 时，$f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，此时无极值；----------------------6 分

当 $m>0$ 时，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\ln m$.

则随着 x 变化，$f'(x),f(x)$ 变化如下表

x	$(-\infty,\ln m)$	$\ln m$	$(\ln m,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	+

$f(x)$	↘	极小值	↗

由上表知函数 $f(x)$ 在 $(\ln m,+\infty)$ 上单调递增，在函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln m)$ 上单调递减，则在 $x=\ln m$ 处取得极小值 $f(\ln m)=e^{\ln m}-m\ln m=m(1-\ln m)$，无极大值.---10 分

（Ⅲ）证明：设函数 $g(x)=e^x-x^2$ --------------------------------11 分

则 $g'(x)=e^x-2x$，由（Ⅱ）知当 $m=2$ 时，$g'(x)=f(x)\geq f(\ln 2)$

----13 分

又 $\because f(\ln 2)=2(1-\ln 2)>0$，$\therefore g'(x)>0$ 恒成立，即函数 $g(x)$ 在 R 上单调递增

$\because g(0)=1$，$\therefore$ 当 $x>0$ 时，$g(x)>g(0)>0$，即 $e^x>x^2$. ------------14 分

20.解：（Ⅰ）椭圆 G 的标准方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

$\therefore a=2,b=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=1$ ------------------------2 分

则 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$，$|FA|=1,|AM|=-2-t$ -------------------3 分

$\because \dfrac{|FA|}{|AM|}=\dfrac{1}{-2-t}=\dfrac{1}{2}$，解得 $t=-4$ -------------4 分

（Ⅱ）方法一：

① 若直线l的斜率不存在，则$S_1=S_2$，$|MP|=|MQ|$，不符合题意--------5 分

②若直线l的斜率存在，因为左焦点$F(-1,0)$，则可设直线l的方程为：$y=k(x+1)$，

并设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$.

联立方程组$\begin{cases} y=k(x+1) \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，消去$y$得：$(3+4k^2)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$---6 分

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$--------------------------------7 分

$\because S_1=\dfrac{1}{2}|MF|\bullet|y_1|$，$S_2=\dfrac{1}{2}|MF|\bullet|y_2|$

$\therefore \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{|y_1|}{|y_2|}=-\dfrac{y_1}{y_2}=2$ --8 分

即$y_1=-2y_2$

$\therefore y_1+y_2=-y_2$，$y_1y_2=-2y_2^2=-2(y_1+y_2)^2$------------------10 分

从而有$k(x_1+1)\bullet k(x_2+1)=-2[k(x_1+1)+k(x_2+1)]^2$

$\therefore (x_1+1)(x_2+1)=-2[x_1+x_2+2]^2$，即$x_1x_2+(x_1+x_2)+1=-2[(x_1+x_2)+2]^2$

将x_1+x_2及x_1x_2代入上式得：

$\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}-\dfrac{8k^2}{3+4k^2}+1=-2\left(-\dfrac{8k^2}{3+4k^2}+2\right)^2$，

化简整理得：$k^2=\frac{5}{4}$，即$k=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$-------------------------12 分

$\therefore$直线l的方程为：$y=\frac{\sqrt{5}}{2}(x+1)$或$y=-\frac{\sqrt{5}}{2}(x+1)$----------------13 分

方法二：依题意可设直线l的方程为：$x=my-1$，并设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$.—5 分

联立方程组$\begin{cases}x=my-1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消去$x$，得$(3m^2+4)y^2-6my-9=0$ --------6 分

$\therefore y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$ ------------------------------7 分

$\because S_1=\frac{1}{2}|MF|\bullet|y_1|$，$S_2=\frac{1}{2}|MF|\bullet|y_2|$

$\therefore\frac{S_1}{S_2}=\frac{|y_1|}{|y_2|}=-\frac{y_1}{y_2}=2$ ---8 分

即$y_1=-2y_2$

$\therefore y_1+y_2=-y_2$，$y_1y_2=-2y_2^2=-2(y_1+y_2)^2$-----------------10 分

从而有$y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}=-2\left(\frac{6m}{3m^2+4}\right)^2$

化简整理得：$m^2=\frac{4}{5}$，$\therefore m=\pm\frac{2}{\sqrt{5}}$-------------------------------12 分

$\therefore$直线l的方程为：$y=\frac{\sqrt{5}}{2}(x+1)$或$y=-\frac{\sqrt{5}}{2}(x+1)$----------------13 分