

2021 北京一零一实验学校高二（下）期末

数 学

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | x > -1\}$, 则 ()

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $B \subseteq C_U A$ D. $C_U A \subseteq B$

2. 下列数列中, 156 是其中一项的是 ()

- A. $\{n^2 + 1\}$ B. $\{n^2 - 1\}$ C. $\{n^2 + n\}$ D. $\{n^2 + n - 1\}$

3. 若 $x = \log_5 \frac{1}{2}$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.1}$, $z = 2^{\frac{1}{3}}$, 则 ()

- A. $x < z < y$ B. $x < y < z$ C. $y < x < z$ D. $z < x < y$

4. 已知 a, b, c 满足 $c < b < a$, 且 $ac < 0$, 那么下列选项中不一定成立的是 ()

- A. $ab > ac$ B. $c(b-a) > 0$ C. $cb^2 < ab^2$ D. $ac(a-c) < 0$

5. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $x + y = 8$, 则 $(x+1)(y+1)$ 的最大值为 ()

- A. 9 B. 16 C. 25 D. 36

6. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若关于 x 的不等式 $x^2 - ax + 1 \geq 0$ 在区间 $[1, 2]$ 上有解, 则 ()

- A. $a \leq 2$ B. $a \leq \frac{5}{2}$ C. $a \geq 2$ D. $a \geq \frac{5}{2}$

7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 若实数 a 满足

$$f(\log_2 a) + f\left(\log \frac{1}{2} a\right) \leq 2f(1),$$

则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D. $(0, 2]$

8. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_6 > S_7 > S_5$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $S_{11} > 0$ B. $S_{12} < 0$ C. $S_{13} > 0$ D. $S_8 > S_6$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + \frac{1}{2}, & x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $a = f(x)$ 恰有两个不同实根, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup [1, 2)$ B. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup [1, 2)$ C. $\left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

10. 关于函数 $f(x) = \sin x - x \cos x$ ，下列说法错误的是 ()

A. $f(x)$ 是奇函数 B. 0 不是 $f(x)$ 的极值点

C. $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上有且仅有 3 个零点 D. $f(x)$ 的值域是 $\mathbb{R}$

二：填空题共 5 小题

11. 若集合 $A = \{x | -1 \leq 2x + 1 \leq 3\}$, $B = \{x | \frac{x-2}{x} \leq 0\}$ ，则 $A \cap B =$

12. 写出“ $x + \frac{1}{x} \leq -2$ ”成立的一个充分不必要条件

13. 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出：

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的 x 的值是

14. 已知 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - m$ ，若 $\forall x_1 \in [0, 3], \exists x_2 \in [1, 2]$ ，使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$ ，则实数 m 的取值范围是

15. 数列 $\{a_n\}$ 中，如果存在 a_k ，使得“ $a_k > a_{k-1}$ 且 $a_k > a_{k+1}$ ”成立（其中 $k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$ ），则称 a_k 为 $\{a_n\}$ 的一个峰值。

(1) 若 $a_n = -3n^2 + 11n$ ，则 $\{a_n\}$ 的峰值为_____

(2) 若 $a_n = -3n^2 + tn$ ，且 $\{a_n\}$ 不存在峰值，则实数 t 的取值范围是_____

三、解答题共 4 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程

16. 已知函数 $f(x) = x^2 + a, x \in R$

(1) 对任意 $x_1, x_2 \in R$, 比较 $\frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 与 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ 的大小

(2) 若 $x \in [-1, 1]$, 都有 $|f(x)| \leq 1$, 求实数 a 的取值范围

17. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2, 等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 + a_2 = 6, 2b_1 + a_3 = b_4, S_3 = 3a_2$

(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式 (2) 设 $c_n = b_{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和。

18. 已知函数 $f(x) = \frac{mx^2 - 1}{x + n}$ 是奇函数, 且 $f(2) = \frac{3}{2}$

(1) 求实数 m, n 的值

(2) 设函数 $g(x) = f(x) + 1$, 函数 $y = g(x)$ 在点 $P(t, g(t)) \left(t \geq \frac{1}{2}\right)$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $S(t)$, 求 $S(t)$ 的单调区间及最值。

19. 若函数 $f(x)$ 满足: 对于 $s, t \in [0, +\infty)$, 都有 $f(s) \geq 0, f(t) \geq 0$, 且 $f(s) + f(t) \leq f(s+t)$, 则称函数 $f(x)$ 为“ T 函数”

(1) 试判断函数 $f_1(x) = x^2$ 与 $f_2(x) = \ln(x+1)$ 是否为“ T 函数”, 并说明理由

(2) 设函数 $f(x)$ 为“ T 函数”, 且存在 $x_0 \in [0, +\infty)$, 使 $f(f(x_0)) = x_0$, 求证: $f(x_0) = x_0$

(3) 试写出一个“ T 函数”, 满足 $f(2) = 4$, 且使集合 $\{y | y = f(x), 0 \leq x \leq 2\}$ 中元素最少 (只需写出你的结论)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯