

一、选择题，共8小题每小题5分，共40分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项

1. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$ , 则  $A \cap C_R(B) =$

A.  $\{-2\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{-2, -1, 2\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ , 则  $\tan \alpha =$

A.  $\frac{3}{4}$       B.  $-\frac{3}{4}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $-\frac{4}{3}$

3. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为2, 若  $a_1, a_2, a_3$  成等比数列, 那么  $a_1$  等于

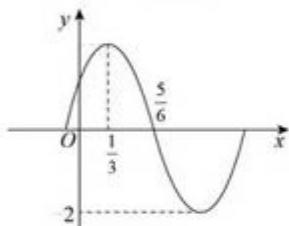
A. 2      B. 1      C. -1      D. -2

4. “ $t \geq 0$ ”是“函数  $f(x) = x^2 + tx - t$  在  $(-\infty, +\infty)$  内存在零点”的

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in R, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图像(部分)如图所示,

则  $f(x)$  的解析式是



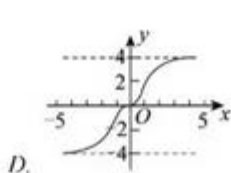
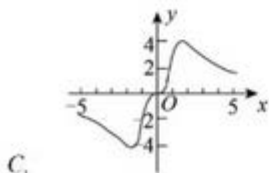
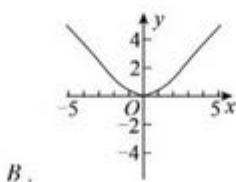
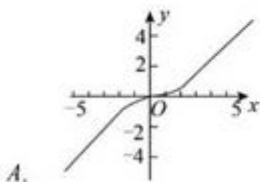
A.  $f(x) = 2 \sin(\pi x + \frac{\pi}{6})$

B.  $f(x) = 2 \sin(2\pi x + \frac{\pi}{6})$

C.  $f(x) = 2 \sin(\pi x + \frac{\pi}{3})$

D.  $f(x) = 2 \sin(2\pi x + \frac{\pi}{6})$

6. 已知函数  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 4}$ , 则  $f(x)$  的大致图像为(晓观数学)



7. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4$ ,  $|\overrightarrow{BC}| = 3$ ,  $M, N$  分别是  $BC$  边上的三等分点, 则  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$  的值是

- A. 5      B.  $\frac{21}{4}$       C. 6      D. 8

8. 已知集合  $M = \{ (x, y) | y = f(x) \}$ , 若对于任意  $(x_1, y_1) \in M$ , 存在  $(x_2, y_2) \in M$ , 使得  $x_1 x_2 + y_1 y_2$

$= 0$  成立, 则称集合  $M$  是“好集合”, 给出下列四个集合: ①  $M = \{ (x, y) | y = \frac{1}{x} \}$

②  $M = \{ (x, y) | y = e^x - 2 \}$

③  $M = \{ (x, y) | y = \cos x \}$

④  $M = \{ (x, y) | y = \ln x \}$ , 其中所有“好集合”的序号是

- A. ①②④      B. ②③      C. ③④      D. ①③④

二、填空题 6 小题 每小题 5 分, 共 30 分

9.  $\lg 25 + \lg 2 \lg 50$  的值为\_\_\_\_\_

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ,  $BC = 3, AB = \sqrt{6}$ , 则  $\angle C =$ \_\_\_\_\_ ;  $\sin B =$ \_\_\_\_\_

11. 设  $a = \pi^{0.5}$ ,  $b = \log_3 2$ ,  $c = \cos 2$ , 则  $a, b, c$  从大到小的顺序为\_\_\_\_\_

12. 已知平面向量  $a = (2, 1)$ ,  $b = (-1, 3)$ , 若向量  $a \perp (a + \lambda b)$ , 则实数的值是\_\_\_\_\_

13. 某学校拟建一块周长为 400 米的操场, 如图所示, 操场的两头是半圆形, 中间区域是矩形, 学生做操一般安排在矩形区域, 为了能让学生的做操区域尽可能大, 矩形的长应该设计成\_\_\_\_\_米



14. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a-3)x + 3a, & x < 0 \\ \log_a(x+1) + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ , ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ).

(1) 若  $a = \frac{1}{2}$ , 则当  $x \in [-1, 1]$  时, 函数  $f(x)$  的最小值为\_\_\_\_\_

(2) 若函数  $f(x)$  在  $R$  上单调递减, (晓观数学) 且函数  $g(x) = |f(x)| + x - 2$  恰好有两个零点, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_

三、解答题 共6小题 共80分 解答应写出文字说明 演算步骤或证明过程

15. 设  $\{a_n\}$  是等比数列, 公比大于 0, 其前  $n$  项和为  $s_n (n \in \mathbb{N}^+)$ ,  $\{b_n\}$  是等差数列, 已知  $a_1 = 1$ ,  $a_3 = a_2 + 2$ ,  
 $a_4 = b_3 + b_5$ ,  $a_5 = b_4 + 2b_6$

- (1) 求  $\{a_n\}$   $\{b_n\}$  的通项公式
- (2) 求数列  $\{s_n\}$  前  $n$  项和为  $T_n (n \in \mathbb{N}^+)$

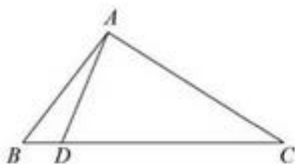
16. 已知向量  $a = (\sin x, \cos(\pi - x))$ ,  $b = (2\cos x, 2\cos x)$ , 函数  $f(x) = ab + 1$

- (1) 求  $f(-\frac{\pi}{4})$  的值
- (2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值和最小值, 并求出相应的  $x$  值

17. 已知  $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x - 1$ ,  $a > 0$

- (1) 当  $a = 2$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间
- (2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \leq 0$  在  $[1, +\infty)$  上有解, 求实数  $a$  的取值范围
- (3) 若存在  $x_0$  既是函数  $f(x)$  的零点, 又是函数  $f(x)$  的极值点, 请写出此时  $a$  的值 (只需写出结论) (晓观数学)

18. 如图所示, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上的一点, 且  $AB=14, BD=6, \angle ADC = \frac{\pi}{3}, \cos \angle C = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 。



- (1) 求  $\sin \angle DAC$
- (2) 求  $AD$  的长和  $\triangle ABC$  的面积

19. 已知函数  $f(x) = xe^x - \frac{m}{2}(x+1)^2$ , ( $m \geq 0$ )

- (1) 当  $m=0$  是, 求函数  $f(x)$  的极小值
- (2) 当  $m>0$  时, 讨论  $f(x)$  的单调性
- (3) 若函数  $f(x)$  在区间  $(-\infty, 1)$  上有且只有一个零点, 求  $m$  的取值范围 (晓观数学)

20. 已知数集  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ( $1 = a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 2$ ) 具有性质  $p$ : 对任意的  $k$  ( $2 \leq k \leq n$ ),  $\exists i, j$  ( $1 \leq i < j \leq n$ ), 使得  $a_k = a_i + a_j$  成立

- (1) 分别判断数集  $\{1, 3, 4\}$  与  $\{1, 2, 3, 6\}$  是否具有性质  $p$ , 并说明理由;
- (2) 求证:  $a_n \leq 2a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$  ( $n \geq 2$ );
- (3) 若  $a_n = 72$ , 求数集  $A$  中所有元素的和的最小值。