

高二数学期中考试试卷

(试卷满分 150 分 考试时长 120 分钟)

第I卷 (选择题 共 48 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知直线  $l_1$  的方向向量  $\vec{a} = (2, -3, 5)$ ，直线  $l_2$  的方向向量  $\vec{b} = (-4, x, y)$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则  $x, y$  的值分别是 ( )  
A. 6 和 -10      B. -6 和 10      C. -6 和 -10      D. 6 和 10
2. 直线  $x+3y-1=0$  的一个法向量可以是 ( )  
A. (3,-1)      B. (3,1)      C. (1,3)      D. (-1,3)
3. 在空间直角坐标系中，已知  $M(-1,0,2)$ ， $N(3,2,-4)$ ，则  $MN$  的中点  $P$  到坐标原点  $O$  的距离为 ( )。  
A.  $\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D. 3
4. 圆  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  的圆心坐标及半径分别为 ( )  
A.  $(-1,0)$  与  $\sqrt{3}$       B.  $(1,0)$  与  $\sqrt{3}$       C.  $(1,0)$  与 2      D.  $(-1,0)$  与 2
5. 已知直线  $l$  经过点  $A(1,3)$ ， $B(5,7)$ ，则  $l$  的倾斜角为 ( )  
A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $135^\circ$
6. 设直线  $l$  的方向向量为  $\vec{a}$ ，平面  $\alpha$  的法向量为  $\vec{b}$ ，若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，则 ( )  
A.  $l \parallel \alpha$       B.  $l \subset \alpha$       C.  $l \perp \alpha$       D.  $l \subset \alpha$  或  $l \perp \alpha$
7. 椭圆  $x^2 + 2y^2 = 4$  的焦点坐标为 ( )  
A.  $(\sqrt{2}, 0)$ ， $(-\sqrt{2}, 0)$       B.  $(0, \sqrt{2})$ ， $(0, -\sqrt{2})$   
C.  $(\sqrt{6}, 0)$ ， $(-\sqrt{6}, 0)$       D.  $(0, \sqrt{6})$ ， $(0, -\sqrt{6})$
8. 已知直线  $l_1: kx + (1-k)y - 3 = 0$  与  $l_2: (k-1)x + (2k+3)y - 2 = 0$  互相垂直，则实数  $k =$  ( )

- A. 1                      B. 3                      C. 1或-3                      D. -1或3

9. 已知  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  是空间向量的一组基底, 则下列向量中能与  $\vec{a}+\vec{b}, \vec{a}-\vec{b}$  构成基底的是 ( )

- A.  $\vec{a}$                       B.  $\vec{b}$                       C.  $\vec{c}$                       D.  $\vec{a}+2\vec{b}$

10. “ $a=-1$ ”是“直线  $2x+ay+4=0$  与直线  $(a-1)x+y+2=0$  平行”的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

11. 已知点  $M$  是直线  $x+\sqrt{3}y=2$  上的一个动点, 且点  $P(\sqrt{3}, -1)$ , 则  $|PM|$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D. 3

12. 若将一个椭圆绕其中心旋转  $90^\circ$ , 所得椭圆的两顶点恰好是旋转前椭圆的两焦点, 这样的椭圆称为“对偶椭圆”. 下列椭圆中是“对偶椭圆”的是 ( )

- A. 椭圆  $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$     B. 椭圆  $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{5}=1$     C. 椭圆  $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$     D. 椭圆  $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{9}=1$

## 第II卷 (非选择题 共102分)

二、填空题: 本大题共6小题, 每小题5分, 共30分.

13. 已知点  $P$  在焦点为  $F_1, F_2$  的椭圆  $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$  上, 则  $|PF_1|+|PF_2|$  = \_\_\_\_\_.

14. 平行线  $2x-7y+8=0$  和  $4x-14y-12=0$  的距离为 \_\_\_\_\_.

15. 若关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-ay=8 \end{cases}$  无解, 则实数  $a$  = \_\_\_\_\_.

16. 曲线  $x^2+y^2+2x=0$  与曲线  $y+|x|=0$  的交点个数是 \_\_\_\_\_.

17. 已知点  $A(-3,0), B(-1,-2)$ , 若圆  $(x-2)^2+y^2=r^2 (r>0)$  上恰有两点  $M, N$ , 使得  $\triangle MAB, \triangle NAB$  的面积均为4, 则直线  $AB$  的方程为 \_\_\_\_\_,  $r$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

18. 圆  $O_1: x^2+y^2-2x=0$  和圆  $O_2: x^2+y^2+2x-4y=0$  的交点为  $A, B$ , 则有 \_\_\_\_\_ (填上你认为正确的所有序号)

①公共弦  $AB$  所在直线的方程为  $x-y=0$

②线段  $AB$  中垂线的方程为  $x+y-1=0$

③公共弦  $AB$  的长为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④  $P$  为圆  $O_1$  上一动点, 则  $P$  到直线  $AB$  距离的最大值为  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 72 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

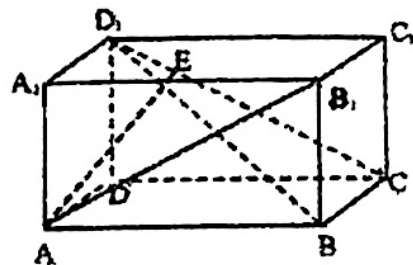
19. (本小题满分 14 分)

在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=2$ ,  $BB_1=BC=1$ ,  $E$  是面对角线  $CD_1$  上一点, 且  $CE = \frac{4}{5}CD_1$ .

(1) 求证:  $AE \perp CD_1$ ;

(2) 设异面直线  $AB_1$  与  $BD_1$  所成角的大小为  $\alpha$ , 求  $\cos \alpha$  的值.

(3) 求点  $A$  到平面  $BCD_1$  的距离.



20. (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $M$  与椭圆  $N: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  有相同的焦点, 且椭圆  $M$  过点  $(-1, \frac{2\sqrt{5}}{5})$ . 点  $P$  在椭圆  $M$  上,

(1) 求椭圆  $M$  的标准方程;

(2) 设椭圆  $M$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 若  $\triangle PF_1F_2$  的面积为 1, 求点  $P$  的坐标.

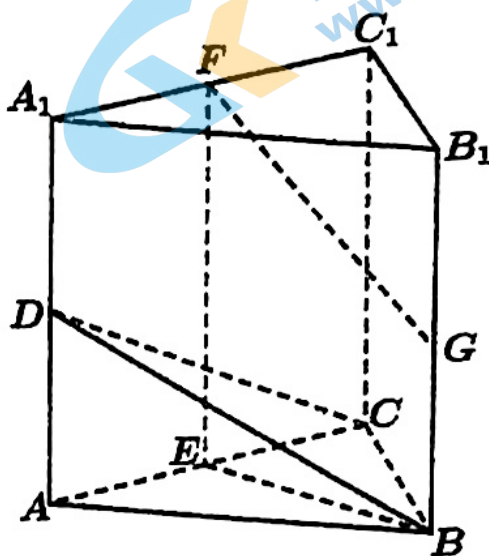
(3) 若  $A_1, A_2$  是椭圆  $M$  的左右顶点, 点  $P$  与  $A_1, A_2$  不重合, 证明:  $k_{PA_1} \cdot k_{PA_2}$  为定值.

21. (本小题满分 15 分)

如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $CC_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $D, E, F, G$  分别为  $AA_1, AC, A_1C_1, BB_1$  的中

点,  $AB=BC=\sqrt{5}, AC=AA_1=2$

- (1) 求证:  $AC \perp$  平面  $BEF$ ;
- (2) 求二面角  $B-CD-C_1$  的余弦值;
- (3) 求直线  $FG$  与平面  $BCD$  所成角的正弦值.

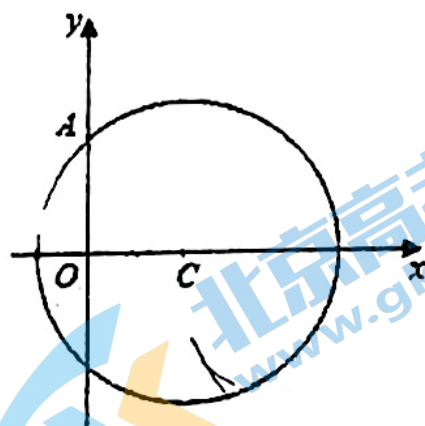


22. (本小题满分 15 分)

已知圆  $C$  的圆心坐标为  $C(3, 0)$ , 且该圆经过

点  $A(0, 4)$ .

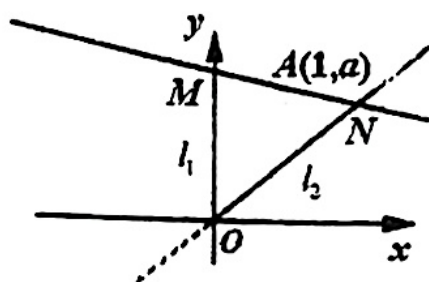
- (1) 求圆  $C$  的标准方程;
- (2) 若点  $B$  也在圆  $C$  上, 且弦  $AB$  长为 8, 求直线  $AB$  的方程;
- (3) 直线  $l$  交圆  $C$  于  $M, N$  两点, 若直线  $AM, AN$  的斜率之和为 0, 求直线  $l$  的斜率.



23. (本小题满分 14 分)

如图, 设直线  $l_1: x=0, l_2: 3x-4y=0$ . 点  $A$  的坐标为  $(1, a) (a > \frac{3}{4})$ . 过点  $A$  的直线  $l$  的斜率为  $k$ , 且与  $l_1, l_2$  分别交于点  $M, N$  ( $M, N$  的纵坐标均为正数).

- (1) 设  $a=1$ , 求  $\triangle MON$  的面积  $f(k)$ ;
- (2) 是否存在实数  $a$ , 使得  $\frac{1}{|OM|} + \frac{1}{|ON|}$  的值与  $k$  无关? 若存在, 求出所有这样的实数  $a$ ; 若不存在, 说明理由.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018