2018～2019 学年北京师大附中高一（上）期中数学试卷

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．若集合 $A=\{x|x-1\leq 0\}$，集合 $B=\{0，1，2\}$，则 $A\cap B=$　　【　　】

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{0，1\}$　　D．$\{0，1，2\}$

2．已知 $a>b>0$，$c>d$，下列不等式中必成立的一个是　　【　　】

A．$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　B．$ad<bc$　　C．$a+c>b+d$　　D．$a-c>b-d$

3．“$a=-1$”是“函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点”的　　【　　】

A．充分必要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．非充分必要条件

4．函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$ 的零点所在区间是　　【　　】

A．$(0，1)$　　B．$(1，2)$　　C．$(3，4)$　　D．$(4，+\infty)$

5．已知函数 $f(x)=3^x-(\frac{1}{3})^x$，则 $f(x)$　　【　　】

A．是奇函数，且在 **R** 上是增函数

B．是偶函数，且在 **R** 上是增函数

C．是奇函数，且在 **R** 上是减函数

D．是偶函数，且在 **R** 上是减函数

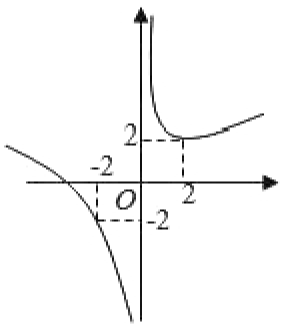
6．已知 $a=(\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}}$，$b=(\frac{2}{3})^{\frac{1}{3}}$，$c=(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}$，则　　【　　】

A．$a<c<b$　　B．$a<b<c$　　C．$b<c<a$　　D．$b<a<c$

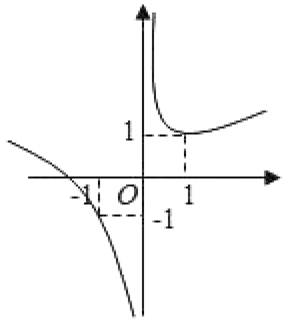
7．若函数 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-3，x\leq 7\\ a^{x-6}，x>7\end{cases}$ 单调递增，则实数 a 的取值范围是　　【　　】

A．$(\frac{9}{4}，3)$　　B．$[\frac{9}{4}，3)$　　C．$(1，3)$　　D．$(2，3)$

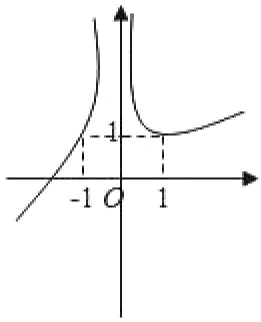
8．函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln|x|$ 的图象大致为　　　　【　　】



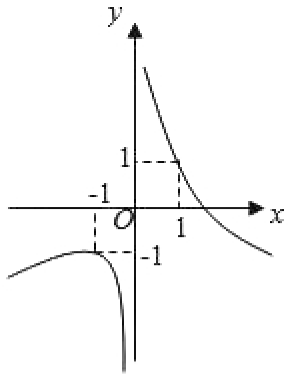
A．



B．



C．



D．

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，且在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，若实数 a 满足 $f(\log_2 a)+f(\log_{\frac{1}{2}} a)\le 2f(1)$，则 a 的取值范围是　　　　【　　】

A．$[\frac{1}{2},2]$　　B．$[1,2]$　　C．$(0,\frac{1}{2})$　　D．$(0,2]$

10．设 D 是函数 $y=f(x)$ 定义域内的一个区间，若存在 $x_0\in D$，使 $f(x_0)=kx_0$（$k\neq 0$），则称 x_0 是 $y=f(x)$ 在区间 D 上的一个"k 阶不动点"，若函数 $f(x)=ax^2+x-a+\frac{5}{2}$ 在区间 $[1,4]$ 上存在"3 阶不动点"，则实数 a 的取值范围是　　　　【　　】

A．$(-\infty,\frac{1}{2}]$　　B．$(0,\frac{1}{2})$　　C．$[\frac{1}{2},+\infty)$　　D．$(-\infty,0]$

二、填空题：共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

11．函数 $f(x)=log_2(\frac{1-x}{1+x})$ 的定义域为_______.

12．函数 $f(x)=\frac{3x}{x^2+x+1}(x>0)$ 的值域为_______.

13．定义：函数 $f(x)=[x]$（其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数），如 $f(1.6)=[1.6]=1$，$f(-2.4)=[-2.4]=-3$，则 $f(lg81)=$_______.

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\le 3\\ f(x-1), & x>3\end{cases}$，则 $f(2+\log_2 3)=$_______.

15．能说明“若 $f(x)>f(1)$ 对任意的 $x\in(1，3]$ 都成立，则 $f(x)$ 在 $[1，3]$ 上是增函数”为假命题的一个函数 $f(x)=$________．

16．设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果对任意的 $x_1\in D$，存在 $x_2\in D$，使得 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=m$（$m$ 为常数），则称函数 $f(x)$ 在 D 上的算术平均数为 m．请写出函数 $f(x)=\log_2x$ 在区间 $[4，16]$ 上的算术平均数 $m=$________．

三、解答题：共 6 个小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．计算

（1）$0.001^{-\frac{1}{3}}+16^{\frac{5}{4}}+(\sqrt[4]{2})^8$

（2）$2log_32-log_3\frac{32}{9}+log_38-log_55^3$

（3）$4^{log_23}+log_{\frac{1}{2}}8-lg\frac{5}{16}+lg25-lg(\frac{1}{2})^{-3}-ln\sqrt{e^3}$

18．已知函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ 的定义域为集合 A，$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\leq 0，m>0\}$．

（1）若 $m=3$，求 $_RA\cap B$；

（2）若 $A\subseteq B$，求 m 的取值范围．

19．已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$，当 $x\leq 0$ 时，$f(x)=x^2+4x$．

（1）求出 $f(x)$ 的解析式，并直接写出 $f(x)$ 的单调区间；

（2）求不等式 $f(x)>3$ 的解集．

20．已知函数 $f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$.

（1）判断函数 $f(x)$ 是否具有奇偶性？若具有，请给出证明，若不具有，请说明理由.

（2）试用函数的单调性的定义证明：$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数.

21．已知二次函数 $f(x)=2x^2-(4-2k)x+\frac{1}{2}$.

（1）若方程 $f(x)=0$ 的两个根 x_1，x_2 满足 $x_1<x_2<1$，求 k 的取值范围.

（2）当 $k=0$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[2a，a+1]$ 上的最值.

22．对于函数 $y=f(x)$ 与常数 a，b，若 $f(2x)=af(x)+b$ 恒成立，则称 $(a，b)$ 为函数 $f(x)$ 的一个"P 数对"；设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}^+$，且 $f(1)=3$.

（I）若 $(a，b)$ 是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，且 $f(2)=6$，$f(4)=9$，求常数 a，b 的值；

（II）若 $(1，1)$ 是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，求 $f(2^n)$ $(n\in\mathbf{N}^*)$；

（III）若 $(-2，0)$ 是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，且当 $x\in[1，2)$ 时 $f(x)=k-|2x-3|$，求 k 的值及 $f(x)$ 在区间 $[1，2^n)$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 上的最大值与最小值.

2018-2019 学年北京师大附中上高一（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．若集合 $A=\{x|x-1\leq 0\}$，集合 $B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$【　　】

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

【分析】直接利用交集运算得答案．

【解答】解：$A\cap B=\{x|x-1\leq 0\}\cap\{0,1,2\}=\{0,1\}$

故选：C．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．已知 $a>b>0$，$c>d$，下列不等式中必成立的一个是【　　】

A．$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　B．$ad<bc$　　C．$a+c>b+d$　　D．$a-c>b-d$

【分析】先得 $a+c>b+c$，$b+c>b+d$，再根据传递性可得．

【解答】解：$\because a>b$，$\therefore a+c>b+c$，

$\because c>d$，$\therefore b+c>b+d$，

根据不等式的传递性可得：$a+c>b+d$．

故选：C．

【点评】本题考查了不等式的性质，属基础题．

3．"$a=-1$"是"函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点"的【　　】

A．充分必要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．非充分必要条件

【分析】此题是充分性，必要性的判定可先令 $a=-1$ 看能不能得出函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点若能得出充分性成立否则不成立；然后看函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点能不能得出 $a=-1$ 若能得出则必要性成立否则不成立．

【解答】解：若 $a=-1$ 则函数 $f(x)=-x^2+2x-1$ 令 $f(x)=0$ 则 $-(x-1)^2=0$ 故 $x=1$ 所以当 $a=-1$ 函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点 1

即 $a=-1$"是"函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点"的充分条件

若函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点即函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴只有一个交点也即 $f(x)=0$ 有且只有一个实根

当 $a=0$ 时 $2x-1=0$，得 $x=\frac{1}{2}$符合题意

当 $a\neq 0$ 时要使（x）$=0$ 有且只有一个实根则$\triangle=4+4a=0$ 即 $a=-1$

$\therefore$函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点则 $a=0$ 或 -1，即函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点不是 $a=-1$ 的充分条件

故 $a=-1$ 不是函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点的必要条件

综上"$a=-1$"是"函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点"的充分不必要条件

故选：B.

【点评】本题主要考查了必要条件，充分条件，充要条件的判定，属常考题型，较难．解题的策略是先看前者能不能推出后者再看后者能不能推出后者然后再利用充分性、必要性的定义得出结论，但函数 $f(x)=ax^2+2x-1$ 只有一个零点即函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴只有一个交点也即 $f(x)=0$ 有且只有一个实根是必要性判断的关键！

4．函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$ 的零点所在区间是【　　】

A．(0，1)　　　B．(1，2)　　　C．(3，4)　　　D．(4，+∞)

【分析】根据连续函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$，可得 $f(3)$，$f(4)$ 的函数值的符号，由此得到函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$ 的零点所在的区间．

【解答】解：∵连续减函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$，

∴$f(3)=2-\log_2 3>0$，$f(4)=\frac{6}{4}-\log_2 4<0$，

∴函数 $f(x)=\frac{6}{x}-log_2x$ 的零点所在的区间是 (3，4)，

故选：C.

【点评】本题主要考查函数的零点的定义，判断函数的零点所在的区间的方法，属于基础题．

5．已知函数 $f(x)=3^x-(\frac{1}{3})^x$，则 $f(x)$【　　】

A．是奇函数，且在 **R** 上是增函数

B．是偶函数，且在 **R** 上是增函数

C．是奇函数，且在 **R** 上是减函数

D．是偶函数，且在 **R** 上是减函数

【分析】由已知得 $f(-x)=-f(x)$，即函数 $f(x)$ 为奇函数，由函数 $y=3^x$ 为增函数，$y=(\frac{1}{3})^x$ 为减函数，结合"增"-"减"="增"可得答案．

【解答】解：$f(x)=3^x-(\frac{1}{3})^x=3^x-3^{-x}$，

∴$f(-x)=3^{-x}-3^x=-f(x)$，

即函数 $f(x)$ 为奇函数，

又由函数 $y=3^x$ 为增函数，$y=(\frac{1}{3})^x$ 为减函数，

故函数 $f(x)=3^x-(\frac{1}{3})^x$ 为增函数，

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是函数的奇偶性，函数的单调性，是函数图象和性质的综合应用，难度不大，

属于基础题．

6．已知 $a=(\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}}$，$b=(\frac{2}{3})^{\frac{1}{3}}$，$c=(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}$，则【　　】

A．$a<c<b$　　　B．$a<b<c$　　　C．$b<c<a$　　　D．$b<a<c$

【分析】根据函数 $y=(\frac{2}{3})^x$ 是定义域 R 上减函数判断 $b>c$，根据函数 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 是定义域 R 上的增函数判断 $a<c$．

【解答】解：根据函数 $y=(\frac{2}{3})^x$ 是定义域 R 上减函数，且 $\frac{1}{3}<\frac{2}{3}$，$\therefore(\frac{2}{3})^{\frac{1}{3}}>(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}$，即 $b>c$；

又函数 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 是定义域 R 上的增函数，且 $\frac{1}{3}<\frac{2}{3}$，$\therefore(\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}}<(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}$，即 $a<c$；

所以 $a<c<b$．

故选：A．

【点评】本题考查了幂函数、指数函数的单调性应用问题，是基础题．

7．若函数 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-3, & x\le 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$ 单调递增，则实数 a 的取值范围是【　　】

A．$(\frac{9}{4},3)$　　　B．$[\frac{9}{4},3)$　　　C．$(1,3)$　　　D．$(2,3)$

【分析】利用函数的单调性，判断指数函数的对称轴，以及一次函数的单调性列出不等式求解即可

【解答】解：$\because$ 函数 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-3, & x\le 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$ 单调递增，

由指数函数以及一次函数的单调性的性质，可得 $3-a>0$ 且 $a>1$．

但应当注意两段函数在衔接点 $x=7$ 处的函数值大小的比较，

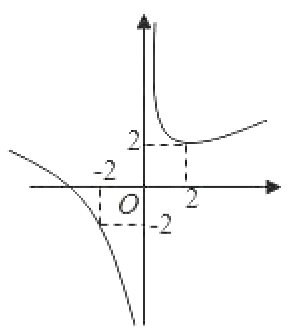
即 $(3-a)\times 7-3\le a$，可以解得 $a\ge\frac{9}{4}$，

综上，实数 a 的取值范围是 $[\frac{9}{4},3)$．

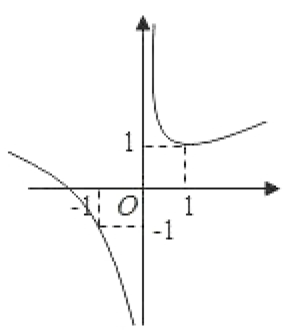
故选：B．

【点评】本题考查分段函数的应用，指数函数的性质，考查学生的计算能力，属于中档题．

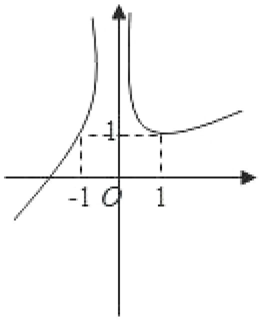
8．函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\ln|x|$ 的图象大致为【　　】



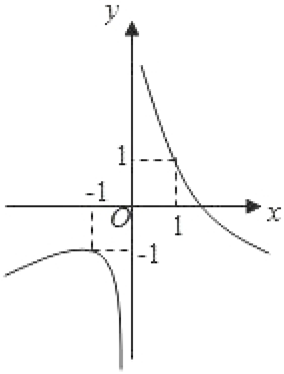
A．



B．



C．



D．

【分析】当 $x<0$ 时，函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln(-x)$，由函数的单调性，排除 CD；

当 $x>0$ 时，函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln(x)$，此时，代入特殊值验证，排除 A，只有 B 正确，

【解答】解：当 $x<0$ 时，函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln(-x)$，由函数 $y=\frac{1}{x}$、$y=ln(-x)$ 递减知函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln(-x)$ 递减，排除 CD；

当 $x>0$ 时，函数 $f(x)=\frac{1}{x}+ln(x)$，此时，$f(1)=\frac{1}{1}+ln1=1$，而选项 A 的最小值为 2，故可排除 A，只有 B 正确，

故选：B．

【点评】题考查函数的图象，考查同学们对函数基础知识的把握程度以及数形结合与分类讨论的思维能力．

9．已知函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，且在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，若实数 a 满足 $f(\log_2 a)+f(\log_{\frac{1}{2}} a)\leq 2f(1)$，则 a 的取值范围是【　　】

A．$[\frac{1}{2}, 2]$　　B．$[1, 2]$　　C．$(0, \frac{1}{2})$　　D．$(0, 2]$

【分析】由偶函数的性质将 $f(\log_2 a)+f(\log_{\frac{1}{2}} a)\leq 2f(1)$ 化为：$f(\log_2 a)\leq f(1)$，再由 $f(x)$ 的单调性列出不等式，根据对数函数的性质求出 a 的取值范围．

【解答】解：因为函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，

所以 $f(\log_{\frac{1}{2}} a)=f(-\log_2 a)=f(\log_2 a)$，

则 $f(\log_2 a)+f(\log_{\frac{1}{2}} a)\leq 2f(1)$ 为：$f(\log_2 a)\leq f(1)$，

因为函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $|\log_2 a|\leq 1$，解得 $\frac{1}{2}\leq a\leq 2$，

则 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2}, 2]$，

故选：A．

【点评】本题考查函数的奇偶性、单调性的应用，以及对数函数的性质，属于基础题．

10．设 D 是函数 $y=f(x)$ 定义域内的一个区间，若存在 $x_0\in D$，使 $f(x_0)=kx_0$（$k\neq 0$），则称 x_0 是 $y=f(x)$

在区间 D 上的一个"k 阶不动点"，若函数 $f(x)=ax^2+x-a+\frac{5}{2}$在区间[1，4]上存在"3 阶不动点"，则实数 a 的取值范围是【　　】

A．$(-\infty,\ \frac{1}{2}]$　　B．$(0,\ \frac{1}{2})$　　C．$[\frac{1}{2},\ +\infty)$　　D．$(-\infty,\ 0]$

【分析】根据"函数 $f(x)=ax^2+x-a+\frac{5}{2}$在区间[1，4]上存在"3 阶不动点"，依题意，存在 $x\in[1,\ 4]$，使 $F(x)=f(x)-3x=0$，讨论将 a 分离出来，利用导数研究出等式另一侧函数的取值范围即可求出 a 的范围．

【解答】解：依题意，存在 $x\in[1,\ 4]$，

使 $F(x)=f(x)-3x=ax^2-2x-a+\frac{5}{2}=0$，

当 $x=1$ 时，使 $F(1)=\frac{1}{2}\neq0$；

当 $x\neq1$ 时，解得 $a=\frac{4x-5}{2(x^2-1)}$，

$\therefore a'=\frac{-2x^2+5x-2}{(x^2-1)^2}=0$，

得 $x=2$ 或 $x=\frac{1}{2}$，（$\frac{1}{2}<1$，舍去），

x	$(1,\ 2)$	2	$(2,\ 4)$
a'	+	0	-
a	↗	最大值	↘

$\therefore$当 $x=2$ 时，a 最大为$\frac{1}{2}$，

所以常数 a 的取值范围是 $(-\infty,\ \frac{1}{2}]$，

故选：A．

【点评】本题主要考查了函数与方程的综合运用，以及函数零点和利用导数研究最值等有关知识，属于中档题．

二、填空题：共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

11．函数 $f(x)=log_2(\frac{1-x}{1+x})$的定义域为___$(-1,\ 1)$___．

【分析】根据函数的解析式，列出使函数解析式有意义的不等式，求出解集即可．

【解答】解：$\because\frac{1-x}{1+x}>0$，$\therefore(x-1)(x+1)<0$，

$\therefore -1<x<1$，

$\therefore f(x)$的定义域为 $(-1,\ 1)$．

故答案为：$(-1,\ 1)$．

【点评】本题考查了求函数定义域，解题的关键是列出使函数解析式有意义的不等式，是基础题目．

12．函数 $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+x+1}(x>0)$的值域为__（0，1]__．

【分析】函数即为 $y=\dfrac{3}{x+\frac{1}{x}+1}$，运用基本不等式，求得 $x+\dfrac{1}{x}\geq2$，即可得到函数 y 的值域．

【解答】解：函数 $y=\dfrac{3x}{x^2+x+1}$（$x>0$）

即为 $y=\dfrac{3}{x+\frac{1}{x}+1}$，

由于 $x>0$，则 $x+\dfrac{1}{x}\geq2$，

则有 $x+\dfrac{1}{x}+1\geq3$，

则有 $y\leq1$，且 $y>0$，

则有函数的值域为（0，1]．

故答案为：（0，1]．

【点评】本题考查函数的值域的求法，考查基本不等式的运用：求最值，考查运算能力，属于中档题．

13．定义：函数 f（x）＝[x]（其中[x]表示不超过 x 的最大整数），如 f（1.6）＝[1.6]＝1，f（－2.4）＝[－2.4]＝－3，则 f（$lg81$）＝__1__．

【分析】根据题意，由对数的运算性质可得 $1<lg81<2$，结合函数 f（x）＝[x]的定义计算可得答案．

【解答】解：根据题意，$1=lg10<lg81<lg100=2$，则 $1<lg81<2$，

则 f（$lg81$）＝1；

故答案为：1．

【点评】本题考查函数值的计算，涉及对数的运算性质，属于基础题．

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x，x\leq3\\f(x-1)，x>3\end{cases}$，则 f（$2+\log_23$）＝__6__．

【分析】根据题意，由对数的运算性质可得 $1<\log_23<2$，则 $3<2+\log_23<4$，据此可得 f（$2+\log_23$）＝f（$\log_23+1$）＝f（$\log_26$），结合函数的解析式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，$1<\log_23<2$，则 $3<2+\log_23<4$，

则 f（$2+\log_23$）＝f（$\log_23+1$）＝f（$\log_26$），

又由 $x\leq3$，f（x）＝2^x，则 f（$1+\log_23$）$=2^{log_26}=6$，

故答案为：6

【点评】本题考查分段函数的求值，注意分段函数的解析式的形式，属于基础题．

15．能说明“若 f（x）＞f（1）对任意的 $x\in$（1，3]都成立，则 f（x）在[1，3]上是增函数”为假命题的一个函数 f（x）＝__答案不唯一，比如 $f(x)=\begin{cases}-x+3 1<x\leq3\\-1 x=1\end{cases}$或 $f(x)=\begin{cases}1 1<x\leq3\\0 x=1\end{cases}$__．

【分析】运用枚举法判定一个命题是假命题是常用方法，即举反例．

【解答】解：取 $f(x)=-(x-\dfrac{5}{2})^2+\dfrac{9}{4}$，$x\in$（1，3]，则有 $y=f$（x）在（1，3]内先增后减，且当 $x=1$

时，此函数值最小，所以满足题意．

故答案为$-(x-\frac{5}{2})^2+\frac{9}{4}$，$x\in(1，3]$．

【点评】判断一个命题为假命题通常都是用举反例的方法．

16．设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果对任意的 $x_1\in D$，存在 $x_2\in D$，使得$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=m$（$m$ 为常数），则称函数 $f(x)$ 在 D 上的算术平均数为 m．请写出函数 $f(x)=\log_2x$ 在区间[4，16]上的算术平均数 m ＝__3__．

【分析】令 $x_1=4$，$x_2=16$，可求$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=3$．

【解答】解：令 $x_1=4$，$x_2=16$，则

$f(x_1)=\log_24$，$f(x_2)=iog_216$

$\therefore\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=\frac{log_24+log_216}{2}$

$=\frac{log_264}{2}=\frac{6}{2}=3$，

故答案为：3．

【点评】本题是自定义题，正确理解题意是解决此类题的关键．

三、解答题：共 6 个小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．计算

（1）$0.001^{-\frac{1}{3}}+16^{\frac{5}{4}}+(\sqrt[4]{2})^8$

（2）$2log_32-log_3\frac{32}{9}+log_38-log_55^3$

（3）$4^{log_23}+log_{\frac{1}{2}}8-lg\frac{5}{16}+lg25-lg(\frac{1}{2})^{-3}-ln\sqrt{e^3}$

【分析】（1）进行分数指数幂和根式的运算即可；

（2）进行对数的运算即可；

（3）进行对数的运算即可．

【解答】解：

（1）原式＝10+32+4＝46

（2）原式＝$2\log_32-\log_332+2+3\log_32-3=2\log_32-5\log_32+3\log_32-1=-1$

（3）原式$=2^{log_29}-log_28+lg80-lg8-\frac{3}{2}=9-3+1-\frac{3}{2}=\frac{11}{2}$．

【点评】考查分数指数幂、根式和对数的运算，对数的换底公式．

18．已知函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}$的定义域为集合 A，$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\leq0，m>0\}$．

（1）若 $m=3$，求 $_RA\cap B$；

（2）若 $A\subseteq B$，求 m 的取值范围．

【分析】（1）由函数的定义域求出集合 $A=\{x|-3\leq x\leq1\}$，从而 $_RA=\{x|x<-3$ 或 $x>1\}$ 当 $m=3$ 时，集

合 $B=\{x|-2\le x\le 4\}$，由此能求出 $_{R}A\cap B$．

（2）$m>0$，$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\le 0\}=[1-m,1+m]$．由 $A\subseteq B$，能求出 m 的取值范围．

【解答】解：（1）由 $3-2x-x^2\ge 0$，解得 $-3\le x\le 1$，

∴集合 $A=\{x|-3\le x\le 1\}$，∴ $_{R}A=\{x|x<-3$ 或 $x>1\}$

当 $m=3$ 时，$x^2-2x+1-m^2\le 0$ 可化为 $x^2-2x-8\le 0$，即（$x-4$）（$x+2$）≤ 0，

解得 $-2\le x\le 4$，∴集合 $B=\{x|-2\le x\le 4\}$，

∴ $_{R}A\cap B=\{x|1<x\le 4\}$

（2）$m>0$，$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\le 0\}=[1-m,1+m]$．

∵$A\subseteq B$，

∴$\begin{cases}1-m\le -3\\1+m\ge 1\end{cases}$，∴$m\ge 4$．

故 m 的取值范围是$[4,+\infty)$．

【点评】本题考查补集、交集、实数的取值范围的求法，考查补集、交集、子集定义、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

19．已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$，当 $x\le 0$ 时，$f(x)=x^2+4x$．

（1）求出 $f(x)$ 的解析式，并直接写出 $f(x)$ 的单调区间；

（2）求不等式 $f(x)>3$ 的解集．

【分析】（1）根据题意，由奇函数的性质可得 $f(0)=0$，当 $x>0$ 时，则 $-x<0$，结合函数的奇偶性与解析式分析可得 $f(x)$ 的表达式，综合即可得函数的解析式，据此分析函数的单调性即可得答案；

（2）根据题意，结合函数的解析式分 2 种情况讨论 $f(x)>3$ 的解集，综合即可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，函数 $f(x)$ 为定义在 **R** 上的奇函数，则 $f(0)=0$，

当 $x>0$ 时，则 $-x<0$，

则 $f(-x)=(-x)^2+4(-x)=x^2-4x$，

又由函数 $f(x)$ 为奇函数，则 $f(x)=-f(-x)=-(x^2-4x)=-x^2+4x$；

则 $f(x)=\begin{cases}-x^2+4x & x\ge 0\\x^2+4x & x<0\end{cases}$，

则 $f(x)$ 的单调增区间为：$(-2,2)$；$f(x)$ 的单调减区间为：$(-\infty,-2)$，$(2,+\infty)$．

（2）当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=-x^2+4x$，$f(x)>3$ 即 $-x^2+4x>3$，解可得 $1<x<3$；

当 $x<0$ 时，$f(x)=x^2+4x$，$f(x)>3$ 即 $x^2+4x>3$，解可得 $x<-2-\sqrt{7}$或 $x>-2+\sqrt{7}$（舍去）；

综合可得：$1<x<3$ 或 $x<-2-\sqrt{7}$

综合可得：不等式的解集为$(1,3)\cup(-\infty,-2-\sqrt{7})$．

【点评】本题考查函数奇偶性与单调性的综合应用，关键是求出函数的解析式，属于基础题．

20．已知函数 $f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}$．

（1）判断函数 $f(x)$ 是否具有奇偶性？若具有，请给出证明，若不具有，请说明理由．

（2）试用函数的单调性的定义证明：$f(x)$ 在 **R** 上是减函数．

【分析】(1) 根据题意，先分析函数的定义域，进而由解析式分析可得 $f(-x)=-f(x)$，即可得结论；

（2）根据题意，设 $x_1<x_2$，由作差法分析可得结论．

【解答】解：(1) 根据题意，$f(x)$ 是奇函数；

已知函数定义域为 **R**，关于原点对称，

又 $f(-x)=\frac{1-2^{-x}}{1+2^{-x}}=\frac{2^x-1}{2^x+1}=-f(x)$；

则 $f(x)$ 是奇函数

（2）根据题意，$f(x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}=\frac{2}{1+2^x}-1$，

设 $x_1<x_2$，

则 $f(x_2)-f(x_1)=\frac{2(2^{x_1}-2^{x_2})}{(1+2^{x_2})(1+2^{x_1})}<0$，

则 $f(x)$ 在 **R** 上是减函数．

【点评】本题考查函数奇偶性与单调性的判断以及证明，关键是掌握函数奇偶性与单调性的定义，属于基础题．

21．已知二次函数 $f(x)=2x^2-(4-2k)x+\frac{1}{2}$．

（1）若方程 $f(x)=0$ 的两个根 x_1，x_2 满足 $x_1<x_2<1$，求 k 的取值范围．

（2）当 $k=0$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[2a,\ a+1]$ 上的最值．

【分析】(1) 可转化为一元二次方程的根与系数的关系，利用二次函的图象，数形结合可求出 k 的取值范围；

（2）属于“定轴动区间”二次函数最值问题，分类讨论即可．

【解答】解：(1) 由题意知 $\begin{cases} x_{对}=-\frac{-(4-2k)}{2\times 2}<1 \\ \triangle=(4-2k)^2-4\times 2\times\frac{1}{2}>0 \\ f(1)>0 \end{cases}$，$\therefore k>3$ 或 $\frac{3}{4}<k<1$

（2）由题可知：$2a\le a+1$，即 $a\le 1$．

∵当 $k=0$ 时，$f(x)=2x^2-4x+\frac{1}{2}$，其中图象开口向上，$x_{对}=1$，下面分类讨论：

（i）当 $1\le 2a$ 即 $a\ge\frac{1}{2}$ 且 $a\le 1$ 时，$y=f(x)$ 在区间[ ]上为增函数，则有 $f(x)_{min}=f(2a)=8a^2-8a+\frac{1}{2}$；

$f(x)_{max}=f(a+1)=2a^2-\frac{3}{2}$．

（ii）当 $2a<1<\frac{3a+1}{2}$ 即 $\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$ 时，$y=f(x)$ 在区间[ ]上为先增后减，则有 $f(x)_{min}=f(1)=-\frac{3}{2}$；

$f(x)_{max}=f(a+1)=2a^2-\frac{3}{2}$．

（iii）当 $\frac{3a+1}{2}<1<a+1$ 即 $0<a<\frac{1}{3}$，$y=f(x)$ 在区间[ ]上为先增后减，则有 $f(x)_{min}=f(1)=-\frac{3}{2}$；

$f(x)_{max}=f(2a)=8a^2-8a+\frac{1}{2}$．

（iv）当 $a+1\le 1$ 即 $a\le 0$ 时，$y=f(x)$ 在区间[ ]上为减函数，则有 $f(x)_{min}=f(a+1)=2a^2-\frac{3}{2}$；$f(x)_{max}=f(2a)=8a^2-8a+\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了一元二次方程根的分布与系数的关系，还考查了二次函数定轴动区间的最值问题，属中档题，利用了数形结合，分类讨论等数学思想.

22．对于函数 $y=f(x)$ 与常数 a，b，若 $f(2x)=af(x)+b$ 恒成立，则称（a，b）为函数 $f(x)$ 的一个"P 数对"；设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}^+$，且 $f(1)=3$.

（I）若（a，b）是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，且 $f(2)=6$，$f(4)=9$，求常数 a，b 的值；

（II）若（1，1）是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，求 $f(2^n)$（$n\in\mathbf{N}^*$）；

（III）若（﹣2，0）是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，且当 $x\in[1，2)$ 时 $f(x)=k-|2x-3|$，求 k 的值及 $f(x)$ 在区间 $[1，2^n)$（$n\in\mathbf{N}^*$）上的最大值与最小值.

【分析】（I）利用 $f(2)=6$，$f(4)=9$，建立方程组，即可求常数 a，b 的值；

（II）由已知，$f(2x)=f(x)+1$ 恒成立，整理 $f(2x)-f(x)=1$，令 $x=2^k$，则 $f(2^{k+1})-f(2^k)=1$，$\{f(2^k)\}$是等差数列，利用通项公式求解

（III）令 $x=1$，则 $f(1)=k-1=3$，解得 $k=4$，当 $x\in[1，2)$ 时 $f(x)=4-|2x-3|$，得出 $f(x)$ 在[1，2）上的取值范围是[3，4]．利用由已知，$f(2x)=-2f(x)$ 恒成立⊕，将 $[1，2^n)$ 分解成 $[2^{k-1}，2^k)$，（$k\in\mathbf{N}^*$）的并集，通过⊕式求出 $f(x)$ 在各段 $[2^{k-1}，2^k)$ 上的取值范围，各段上最大值、最小值即为所求的最大值，最小值.

【解答】解：（I）由题意知 $\begin{cases}af(1)+b=f(2)\\af(2)+b=f(4)\end{cases}$，即 $\begin{cases}3a+b=6\\6a+b=9\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$；…3 分

（II）由题意知 $f(2x)=f(x)+1$ 恒成立，令 $x=2^k$（$k\in\mathbf{N}^*$），

可得 $f(2^{k+1})=f(2^k)+1$，∴$\{f(2^k)\}$是公差为 1 的等差数列，

故 $f(2^n)=f(2^0)+n$，又 $f(2^0)=3$，故 $f(2^n)=n+3$．　…8 分

（III）当 $x\in[1，2)$ 时，$f(x)=k-|2x-3|$，

令 $x=1$，可得 $f(1)=k-1=3$，解得 $k=4$，…10 分

所以，$x\in[1，2)$ 时，$f(x)=4-|2x-3|$，故 $f(x)$ 在[1，2）上的取值范围是[3，4].

又（﹣2，0）是 $f(x)$ 的一个"P 数对"，故 $f(2x)=-2f(x)$ 恒成立，

当 $x\in[2^{k-1}，2^k)$（$k\in\mathbf{N}^*$）时，$\frac{x}{2^{k-1}}\in[1，2)$，$f(x)=-2f(\frac{x}{2})=4f(\frac{x}{4})=\cdots=(-2)^{k-1}f(\frac{x}{2^{k-1}})$，…9 分

故 k 为奇数时，$f(x)$ 在 $[2^{k-1}，2^k)$ 上的取值范围是 $[3\times2^{k-1}，2^{k+1}]$；

当 k 为偶数时，$f(x)$ 在 $[2^{k-1}，2^k)$ 上的取值范围是 $[-2^{k+1}，-3\times2^{k-1}]$．　…11 分

所以当 $n=1$ 时，$f(x)$ 在 $[1，2^n)$ 上的最大值为 4，最小值为 3；

当 n 为不小于 3 的奇数时，$f(x)$ 在$[1，2^n)$ 上的最大值为 2^{n+1}，最小值为 -2^n；

当 n 为不小于 2 的偶数时，$f(x)$ 在$[1，2^n)$ 上的最大值为 2^n，最小值为 -2^{n+1}．…13 分．

【点评】本题考查利用新定义分析问题、解决问题的能力．考查转化计算，分类讨论、构造能力及推理论证能力，思维量大，属于难题．