

## 2022-2023 学年度高一 12 月诊断数学试卷

考试时间：90 分钟 满分：120 分

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $U = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 6\}$ ,  $M = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $N = \{2, 3, 4\}$ , 则  $(\complement_U M) \cup N =$   
 A.  $\{4\}$                       B.  $\{0, 2, 6\}$                       C.  $\{2, 3, 4, 6\}$                       D.  $\{0, 2, 3, 4, 6\}$

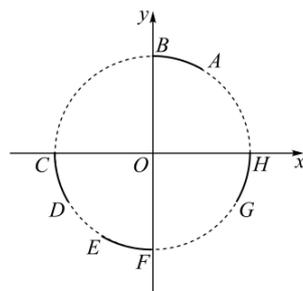
2.  $\cos \frac{11\pi}{6} =$   
 A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

3. 设  $a = \log_2 3$ ,  $b = 2^{1.1}$ ,  $c = 0.8^{3.1}$ , 则  
 A.  $a < c < b$                       B.  $b < a < c$                       C.  $c < a < b$                       D.  $c < b < a$

4. 下列函数中，在其定义域内，既是奇函数又是减函数的是  
 A.  $f(x) = x$                       B.  $f(x) = \frac{1}{x}$                       C.  $f(x) = -x|x|$                       D.  $f(x) = -x^2$

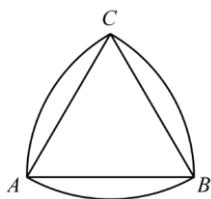
5. 设函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数，当  $x \geq 0$  时， $f(x) = 2^x - 3x + k$  ( $k$  为常数)，则  $f(-1) =$   
 A. 2                      B. 1                      C. -2                      D. -1

6. 如图，在平面直角坐标系中， $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$ 、 $GH$  分别是单位圆上的四段弧，点  $P$  在其中一段上，角  $\alpha$  以  $Ox$  为始边， $OP$  为终边。若  $\sin \alpha < \cos \alpha < \tan \alpha$ ，则  $P$  所在的圆弧是  
 A.  $AB$                       B.  $CD$                       C.  $EF$                       D.  $GH$



7. “角  $\alpha$ ,  $\beta$  的终边关于  $y = x$  轴对称”是“ $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$ ”的  
 A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

8. 以等边三角形每个顶点为圆心，以边长为半径，在另两个顶点间作一段弧，三段弧围成的曲边三角形就是勒洛三角形。勒洛三角形是由德国机械工程专家、机构运动学家勒洛首先发现，所以以他的名字命名。一些地方的市政检修井盖、方孔转机等都有应用勒洛三角形。如图，已知某勒洛三角形的三段弧的总长度为  $\pi$ ，则该勒洛三角形的面积为



A.  $\pi - \sqrt{3}$                       B.  $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$                       C.  $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3^{x+1} - 1, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$  若函数  $g(x) = f(x) - a$  有 3 个零点，则  $a$  的取值范围是  
 A.  $(0, 1)$                       B.  $(0, 2]$                       C.  $(2, +\infty)$                       D.  $(1, +\infty)$

10. 已知函数  $f_1(x) = 2^x$ ,  $f_2(x) = 2x + 1$ ,  $g_1(x) = \log_a x (a > 1)$ ,  $g_2(x) = kx (k > 0)$ , 则下列结论正确的是  
 A. 函数  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$  的图象有且只有一个公共点  
 B.  $\exists x_0 \in \mathbf{R}$ , 当  $x > x_0$  时，恒有  $g_1(x) > g_2(x)$   
 C. 当  $a = 2$  时， $\exists x_0 \in (0, +\infty)$ ,  $f_1(x_0) < g_1(x_0)$   
 D. 当  $a = \frac{1}{k}$  时，方程  $g_1(x) = g_2(x)$  有解

二、填空题. 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

11. 函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x-2}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

12. 已知  $\sin\left(\frac{\pi}{3}-a\right) = \frac{1}{3}$ , 则  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}-a\right) =$ \_\_\_\_\_.

13. 定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数  $f(x)$ , 当  $x \in (-\infty, 0]$  时,  $f(x)$  单调递减, 则  $f(2x+3) < f(1-x)$  的解集为\_\_\_\_\_.

14. 已知一扇形的周长为 6, 则当该扇形的面积取得最大时, 圆心角的弧度数为\_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ , 给出下列四个结论:

①  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ;

② 对任意实数  $x$ , 有  $f(x) + f(-x) = 0$ ;

③  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减;

④ 存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 对任意  $x \in \mathbf{R}$  有  $f(x) \leq f(x_0)$ .

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 45 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

16. 已知集合  $A = \{x | a \leq x \leq a+2\}$ , 集合  $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ , 全集  $U = \mathbf{R}$ .

(1) 若  $a=1$ , 求  $(\complement_U A) \cup B$ ;

(2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

17. 已知函数  $f(x) = \log_2 \frac{x-1}{x+1}$ .

(1) 若  $f(a)=1$ , 求  $a$  的值;

(2) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并证明你的结论;

(3) 若  $f(x) \geq m$  对于  $x \in [3, +\infty)$  恒成立, 求实数  $m$  的范围.

18. 如果函数  $f(x)$  在定义域的某个区间  $[m, n]$  上的值域恰为  $[m, n]$ , 则称函数  $f(x)$  为  $[m, n]$  上的等域函数,  $[m, n]$  称为函数  $f(x)$  的一个等域区间.

已知函数  $f(x) = a^x + (a-k)x + b$ , 其中  $a > 0$  且  $a \neq 1, k > 0, b \in \mathbf{R}$ .

(I) 当  $a=k$  时, 若函数  $f(x)$  是  $[0, 1]$  上的等域函数, 求  $f(x)$  的解析式;

(II) 证明: 当  $0 < a < 1, k \geq a+1$  时, 函数  $f(x)$  不存在等域区间;

19. 对于任意有限集  $S, T$ , 定义集合  $S-T = \{x | x \in S, x \notin T\}$ ,  $|S|$  表示  $S$  的元素个数. 已知集合  $A, B$  为实数集  $\mathbf{R}$  的非空有限子集, 设集合  $C = \{x | x = a+b, a \in A, b \in B\}$ .

(1) 若  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{-1, 1\}$ , 求集合  $C$  和  $|C|$ ;

(2) 已知  $D$  为有限集, 若  $D \subseteq (0, +\infty)$ , 证明:  $|A-D| + |B-D| + |D-C| \geq 1$ .

(3) 若  $|C|=3$ , 求  $|A| \cdot |B|$  所有可能的取值.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯