

2018 北京市朝阳区高二（下）期末

数 学（文）

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 3\}$ ， $B = \{x \in \mathbb{R} | x(x-2) > 0\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 3\}$ B. $\{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 2\}$
 C. $\{x \in \mathbb{R} | 2 < x < 3\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$

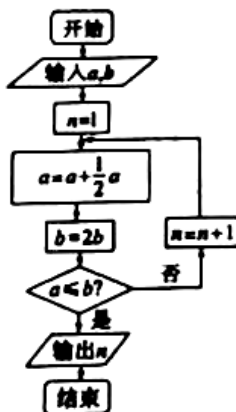
2. 已知 $a = \lg 3$ ， $b = 2^{\frac{1}{3}}$ ， $c = \ln \frac{1}{2}$ ，则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $b > a > c$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $b > c > a$

3. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (x, 1)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 x 的值为 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

4. 执行如图所示的程序框图，若输入的 a, b 分别为 4, 2，则输出的 n 的值为 ()



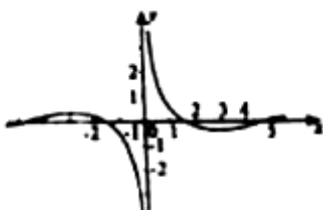
(第 4 题图)

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. 在 $\triangle ABC$ 中，“ $\angle A = \angle B$ ”是“ $a \cos A = b \cos B$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充也而不必要条件

6. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示，则该函数可能是 ()



(第 6 题图)

A. $y = \frac{\sin x}{x}$ B. $y = \frac{\cos x}{x}$ C. $y = \frac{\cos x}{|x|}$ D. $y = \frac{|\sin x|}{x}$

7. 已知函数 $f(x) = e^{-x} - e^x$, 则 $f(x)$ ()

- A. 是偶函数, 且在 R 上是增函数 B. 是偶函数, 且在 R 上是减函数
 C. 是奇函数, 且在 R 上是增函数 D. 是奇函数, 且在 R 上是减函数

8. 某市在今年高中学生足球联赛分组中, 通过抽签方式, 把甲、乙、丙、丁四支队伍分到编号为 1, 2, 3, 4 的四个小组中作为种子队 (每组有且只有一个种子队). A, B, C, D 四位学生进行如下预测:

A 预测: 乙队在第 1 小组, 丙队在第 3 小组;

B 预测: 乙队在第 2 小组, 丁队在第 3 小组;

C 预测: 丁队在第 4 小组, 丙队在第 2 小组;

D 预测: 甲队在第 4 小组, 丙队在第 3 小组;

如果 A, B, C, D 四位学生每人的预测都只对了一半, 那么在第 3 小组和第 4 小组的种子队分别是 ()

- A. “丁在第 3 小组, 丙在第 4 小组” 或 “甲在第 3 小组, 丁在第 4 小组”
 B. “丙在第 3 小组, 丁在第 4 小组” 或 “甲在第 3 小组, 丁在第 4 小组”
 C. “丁在第 3 小组, 丙在第 4 小组” 或 “丁在第 3 小组, 甲在第 4 小组”
 D. “丙在第 3 小组, 丁在第 4 小组” 或 “丁在第 3 小组, 甲在第 4 小组”

二、填空题 (每题 5 分, 满分 30 分, 将答案填在答题纸上)

9. 在复平面内, 复数 $z = \frac{2}{1-i}$ 对应的点的坐标为_____.

10. 若 $0 < \alpha < \pi$, $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

11. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最小值为_____.

12. 设 a, b, c 是任意非零整数, 能够说明 “若 $a > b > c$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ ” 是假命题的一组数 a, b, c 的值依次为_____.

13. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - a$ 恰有 3 个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形.

(1) 若点 E 在边 AB 上, 则 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ 的最小值为_____;

(2) 若点 E 是 $\triangle ABC$ 区域内一点 (包括边界), 且 $|\overrightarrow{AE}| = 1$, 则 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CE}$ 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共4小题,共50分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$, $x \in R$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上的最大值和最小值.

16. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_2 = 5$, $a_5 = 11$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, $b_3 = a_4$, 其中 $n \in N^*$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $b_1 + b_3 + b_5 + \cdots + b_{2n-1}$;

(3) 求数列 $\left\{\frac{2}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知角 A , B , C 的大小成等差数列.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 且 $a + c = 5$, 求 b 的值;

(2) 若 $b = 5$, 求 $a + c$ 的取值范围.

18. 设函数 $f(x) = x \ln x - \frac{a}{2} x^2 + (a-1)x$ ($a \in R$), $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 令 $g(x) = f'(x)$, 求 $g(x)$ 的单调区间;

(3) 若 $f(x)$ 在其定义域内为减函数, 求 a 的取值集合.