2022 北京东城高一（下）期末

数　　学

一、选择题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 复数 $z=2-\mathrm{i}$ 的虚部是（　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

2. $\sin 72^\circ\cos 42^\circ-\cos 72^\circ\sin 42^\circ=$（　）

A $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知向量 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(1,m)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，那么 $m=$（　）

A -5　　B. -4　　C. -2　　D. 0

4. 已知 $\vec{e_1}=(1,0)$，$\vec{e_2}=(0,1)$，那么与 $2\vec{e_1}+\vec{e_2}$ 垂直的向量是（　）

A. $-2\vec{e_1}+\vec{e_2}$　　B. $\vec{e_1}-2\vec{e_2}$　　C. $2\vec{e_1}-\vec{e_2}$　　D. $\vec{e_1}+2\vec{e_2}$

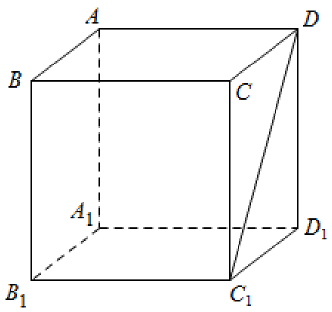
5. 已知 $\tan\alpha=1$，那么 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{3})=$（　）

A. $-2-\sqrt{3}$　　B. $2+\sqrt{3}$　　C. $1+\sqrt{3}$　　D. $1-\sqrt{3}$

6. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $a=\sqrt{3}$，$b=1$，$A=60^\circ$，则 B 等于（　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 150°

7. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与直线 DC_1 互为异面直线的是（　）



A. CD　　B. AB_1　　C. CD_1　　D. A_1D_1

8. 已知正四棱锥 $S-ABCD$，底面边长是 2，体积是 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，那么这个四棱锥的侧棱长为（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

9. 已知五位同学高一入学时年龄的平均数，中位数均为16，方差为1，那么三年后，下列说法错误的是（　）

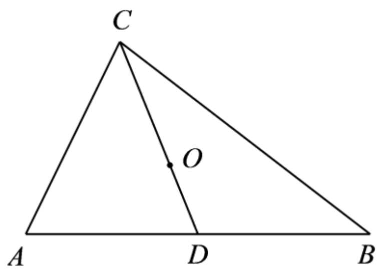
A. 这五位同学年龄的平均数变为19

B. 这五位同学年龄的中位数变为19

C. 这五位同学年龄　方差仍为1

D. 这五位同学年龄的方差变为4

10. 如图，在△ ABC 中，D 是 AB 的中点，O 是 CD 上一点，且 $\overrightarrow{CO}=2\overrightarrow{OD}$，则下列说法中正确的个数是（　）



①$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$；

②过点 O 作一条直线与边 AC,BC 分别相交于点 E,F，若 $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CF}=\mu\overrightarrow{CB}$ $(0\le\mu\le1)$，则 $\mu=\frac{3}{4}$；

③若△ ABC 是边长为1的正三角形，M 是边 AC 上的动点，则 $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}$ 的取值范围是 $\left[-\frac{3}{4},-\frac{23}{64}\right]$

A. 0 个　　　　B. 1 个　　　　C. 2 个　　　　D. 3 个

二、填空题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.

11. 已知复数 $z_1=1-\mathrm{i}$，$z_2=2+\mathrm{i}$，那么 $z_1\cdot z_2=$___________.

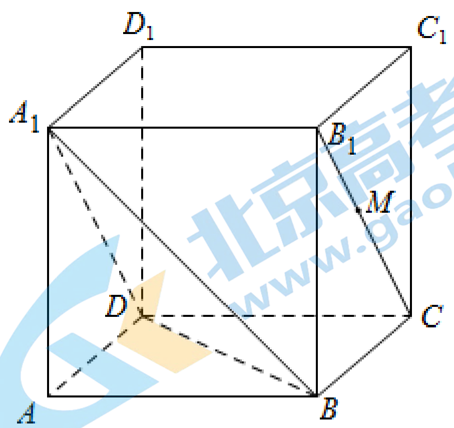
12. 已知 $\vec{a},\vec{b}$ 均为单位向量，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}$，那么 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$___________.

13. 从甲、乙两个部门中分别任选 5 名员工统一进行职业技能测试，得到的测试成绩（单位：分）的数据统计表如下所示.在这两个部门员工的测试成绩中，平均数较高的是___________部门，方差较大的是___________部门.

员工 部门	分数 1	分数 2	分数 3	分数 4	分数 5
甲	82	86	81	93	85
乙	86	89	90	90	92

14. 已知锐角△ ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\sqrt{3}a=2b\sin(B+C)$，则 $B=$___________.

15. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 为线段 B_1C 上异于 B_1,C 的动点，则下列四个命题：



①$\triangle A_1DB$ 等边三角形；

②平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 A_1BD；

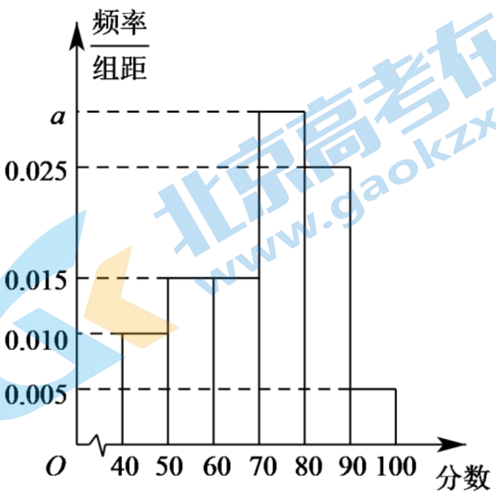
③设 $CM = x$，则三棱锥 $A_1 - ADM$ 的体积随着 x 增大先减少后增大；

④连接 D_1M，总有 D_1M // 平面 A_1BD.

其中正确 命题是___________.

三、解答题共 5 小题，共 55 分.解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. 某校从高一年级学生中随机抽取 60 名学生，将期中考试的数学成绩（均为整数）分成六组.第一组为 $[40,50)$，第二组为 $[50,60)$，以此类推，第五组为 $[80,90)$，第六组为 $[90,100]$ 得到如图所示的频率分布直方图.



（1）根据频率分布直方图，求 a 的值，并直接写出众数、第 80 百分位数分别在第几组；

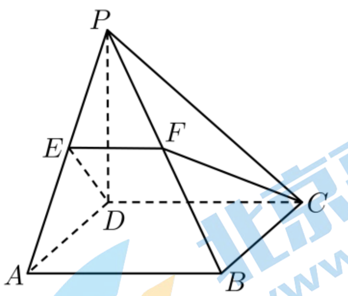
（2）若用分层随机抽样的方法在各分数段的学生中抽取一个容量为 20 的样本，求在 $[70,90)$ 分数段抽取的人数.

17. 在 $\triangle ABC$ 中，A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $a=2$，$A=\frac{\pi}{4}$，$c^2 = a^2 + b^2 - ab$.

（1）求 C 的大小；

（2）求 b 的值.

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD \perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是矩形，点 E 为侧棱 PA 的中点，过 C,D,E 三点的平面交侧棱 PB 于点 F.



（1）求证：AB // 平面 $CDEF$；

（2）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求证：$PA \perp CF$.

条件①：$PD = AD$；条件②：$DE \perp$ 平面 PAB.

注：如果选择条件①、条件②分别解答，按第一个解答计分.

19. 已知函数 $f(x)=-\cos 2x+\sin x$， $g(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的最大值；

（2）若函数 $F(x)=f(x)+g(x)$，求函数 $F(x)$ 的单调递增区间.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知一列点：$P_1(1,\frac{1}{2})$，$P_2(2,\frac{2}{3})$，$P_3(3,\frac{3}{4})$，$\cdots$，$P_n(n,\frac{n}{n+1})$，$\cdots$，其中 $n\in\mathbf{N}_+$，向量 $\vec{j}=(0,1)$.

（1）求 $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\vec{j}$ 和 $\overrightarrow{P_2P_3}\cdot\vec{j}$ 的值；

（2）证明：对任意的正整数 m，都有 $\overrightarrow{P_mP_{m+1}}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}\cdot\vec{j}$；

（3）若正整数 k,m,n 满足 $k<m<n$，则下列结论中正确的有___________.（填入所有正确选项的序号）

① $\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}$；② $|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|>|\overrightarrow{P_mP_{m+k}}|$；③ $|\overrightarrow{P_{m-k}P_m}|>|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|$.

21. 用光线照射物体，在某个平面上得到的影子叫做物体的投影，照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面.由平行光线形成的投影叫做平行投影，由点光源发出的光线形成的投影叫做中心投影.投影线垂直于投影面产生的平行投影叫做正投影，投影线不垂直于投影而产生的平行投影叫做斜投影.物体投影的形状、大小与它相对于投影面的位置和角度有关.如图所示，已知平行四边形 $ABCD$ 在平面 α 内的平行投影是四边形 $A'B'C'D'$.

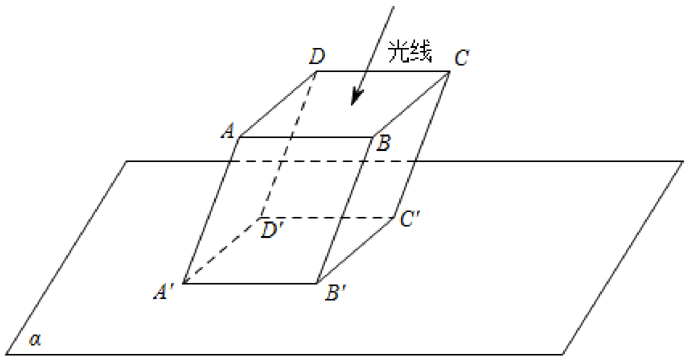


图1

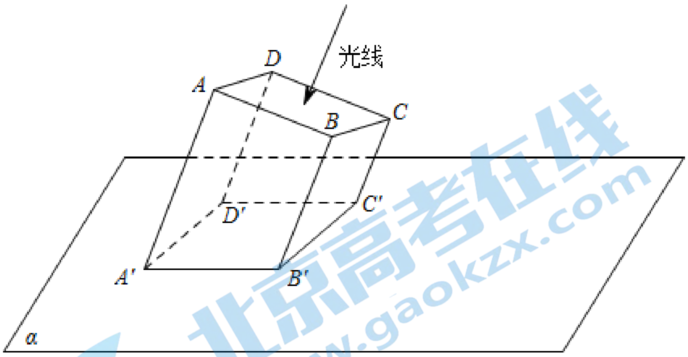


图 2

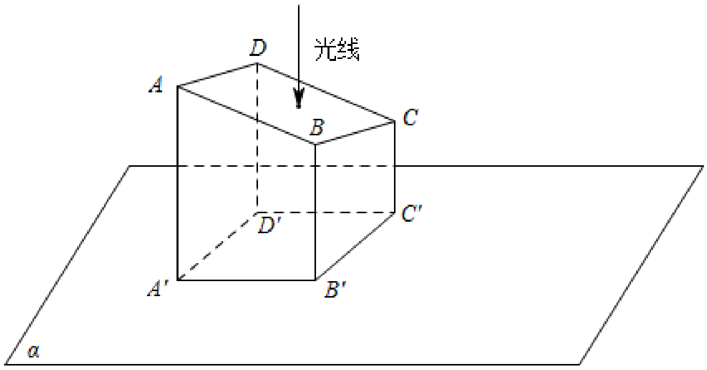


图3

（1）若平行四边形 $ABCD$ 平行于投影面（如图1），求证：四边形 $A'B'C'D'$ 是平行四边形；

（2）在图2中作出平面 $ABCD$ 与平面 α 的交线（保留作图痕迹，不需要写出过程）；

（3）如图3，已知四边形 $A'B'C'D'$ 和平行四边形 $ABCD$ 的面积分别为 S_1, S_2，平面 $ABCD$ 与平面 α 的交线是直线 l，且这个平行投影是正投影.设二面角 $A-l-A'$ 的平面角为 θ（θ 为锐角），猜想并写出角 θ 的余弦值（用 S_1, S_2 表示），再给出证明.

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 复数 $z=2-\mathrm{i}$ 的虚部是（　）

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

【答案】B

【解析】

【分析】由复数的定义得出答案.

【详解】复数 $z=2-\mathrm{i}$ 的虚部是 -1

故选：B

2. $\sin 72^\circ \cos 42^\circ - \cos 72^\circ \sin 42^\circ =$（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】直接用正弦和差角公式即可得到结果.

【详解】因为 $\sin 72^\circ \cos 42^\circ - \cos 72^\circ \sin 42^\circ = \sin\left(72^\circ - 42^\circ\right)$

$=\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

故选:A.

3. 已知向量 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(1,m)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，那么 $m=$（　）

A. -5　　B. -4　　C. -2　　D. 0

【答案】C

【解析】

【分析】根据向量共线的坐标表示得到方程，解得即可.

【详解】解：因为 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(1,m)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，

所以 $-m=1\times 2$，解得 $m=-2$.

故选：C

4. 已知 $\overrightarrow{e_1}=(1,0)$，$\overrightarrow{e_2}=(0,1)$，那么与 $2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$ 垂直的向量是（　）

A. $-2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$　　B. $\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$　　C. $2\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$　　D. $\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平面向量线性运算的坐标表示及数量积的坐标表示计算可得.

【详解】解：因为 $\overrightarrow{e_1}=(1,0)$，$\overrightarrow{e_2}=(0,1)$，所以 $2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}=\left(2,1\right)$，

对于 A：$-2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}=\left(-2,1\right)$，此时 $\left(-2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}\right)=2\times\left(-2\right)+1\times 1=-3$，故 A 错误；

对于 B：$\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}=(1,-2)$，则 $\left(\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}\right)=2\times1+1\times(-2)=0$，故 B 正确；

对于 C：$2\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}=(2,-1)$，此时 $\left(2\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}\right)=2\times2+1\times(-1)=3$，故 C 错误；

对于 D：$\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}=(1,2)$，则则 $\left(\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}\right)=2\times1+1\times2=4$，故 D 错误；

故选：B

5. 已知 $\tan\alpha=1$，那么 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{3})=$（　）

A. $-2-\sqrt{3}$　　B. $2+\sqrt{3}$　　C. $1+\sqrt{3}$　　D. $1-\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用和角正切公式即可求值.

【详解】$\tan(\alpha+\frac{\pi}{3})=\dfrac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{3}}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=-2-\sqrt{3}$.

故选：A

6. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $a=\sqrt{3}$，$b=1$，$A=60°$，则 B 等于（　）

A. $30°$　　B. $45°$　　C. $60°$　　D. $150°$

【答案】A

【解析】

【分析】利用正弦定理求出 $\sin B$，又 $\sin A>\sin B$，则 B 为锐角，结合选项得出答案.

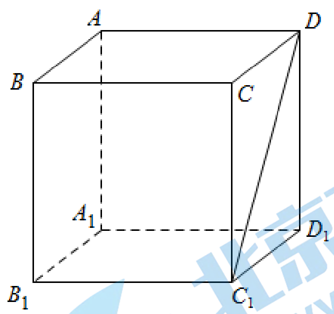
【详解】$\because a=\sqrt{3}$，$b=1$，$A=60°$，

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60°}=\dfrac{1}{\sin B}$，解得 $\sin B=\dfrac{1}{2}$，

又 $\sin A>\sin B$，$\therefore B$ 为锐角，即 $B=30°$，

故选：A

7. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与直线 DC_1 互为异面直线的是（　）



A. CD　　B. AB_1　　C. CD_1　　D. A_1D_1

【答案】D

【解析】

【分析】由异面直线的定义对选项一一判断即可得出答案.

【详解】对于选项 A，$DC_1 \cap CD = D$，故 A 不正确；

对于选项 B，$DC_1 // AB_1$，故 B 不正确；

对于选项 C，直线 DC_1 与直线 CD_1 相交，故 C 不正确；

对于选项 D，因为直线 DC_1 与直线 A_1D_1 不同在任意一个平面，所以直线 DC_1 与直线 A_1D_1 是异面直线，故 D 正确.

故选：D.

8. 已知正四棱锥 $S-ABCD$，底面边长是 2，体积是 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，那么这个四棱锥的侧棱长为（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】设正四棱锥的高为 h，由体积是 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，求出 $h=\sqrt{3}$.利用勾股定理求出侧棱长.

【详解】因为正四棱锥 $S-ABCD$，底面边长是 2，所以底面积为 $2\times 2=4$.

设正四棱锥的高为 h，由 $V=\frac{1}{3}\times 4h=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以 $h=\sqrt{3}$.

所以侧棱长为 $l=\sqrt{h^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3+2}=\sqrt{5}$.

即侧棱长为 $\sqrt{5}$.

故选：C

9. 已知五位同学高一入学时年龄的平均数，中位数均为 16，方差为 1，那么三年后，下列说法错误的是（　）

A. 这五位同学年龄的平均数变为 19

B. 这五位同学年龄的中位数变为 19

C. 这五位同学年龄的方差仍为 1

D. 这五位同学年龄的方差变为 4

【答案】D

【解析】

【分析】利用平均数、中位数、方差的定义直接求解.

【详解】五位同学高一入学时年龄的平均数，中位数均为 16，方差为 1，

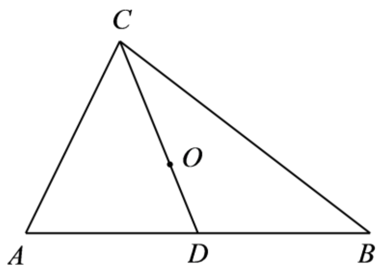
那么三年后，这五位同学年龄的平均数变为 $16+3=19$，故 A 正确；

这五位同学年龄的中位数变为 $16+3=19$，故 B 正确；

这五位同学年龄的方差不变，故 C 正确，D 错误；

故选：D.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 AB 的中点，O 是 CD 上一点，且 $\overrightarrow{CO}=2\overrightarrow{OD}$，则下列说法中正确的个数是（　）



①$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$；

②过点O作一条直线与边AC,BC分别相交于点E,F，若$\overrightarrow{CE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CF}=\mu\overrightarrow{CB}$ $(0\le\mu\le1)$，则$\mu=\frac{3}{4}$；

③若△ABC是边长为1的正三角形，M是边AC上的动点，则$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}$的取值范围是$\left[-\frac{3}{4},-\frac{23}{64}\right]$

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

【答案】C

【解析】

【分析】由$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{OC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD},\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{DA}$，结合向量的运算判断①；由$E,O,F$三点共线结合向量的数乘运算判断②；建立坐标系，利用坐标运算结合二次函数的性质判断③.

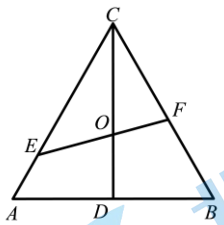
【详解】对于①：$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{OC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD},\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{DA}$，故

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{OD}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}=\vec{0}$，故①正确；

对于②：$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})+\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}=\frac{5}{12}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$，

$\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CF}=-\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})+\mu\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\left(\mu-\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{CB}$，因为$E,O,F$三点共线，所以$\overrightarrow{OF}=\lambda\overrightarrow{OE}$，即

$\begin{cases}\frac{5}{12}\lambda=-\frac{1}{3}\\ \mu-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\lambda\end{cases}$，解得$\lambda=-\frac{4}{5},\mu=\frac{3}{5}$，故②错误；



对于③：以点D作为坐标原点，建立如下图所示的直角坐标系，$A\left(-\frac{1}{2},0\right),B\left(\frac{1}{2},0\right),C\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right),D(0,0)$，

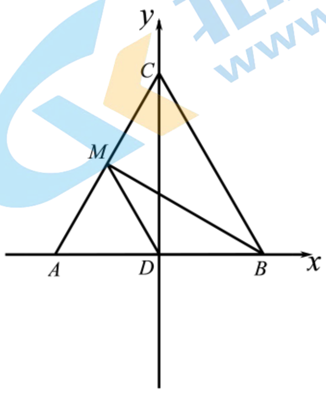
$\overrightarrow{AC}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right),\overrightarrow{AB}=(1,0)$，设$\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AC},t\in[0,1]$，因为

$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2}t,\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)-(1,0)=\left(\frac{1}{2}t-1,\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$，

$\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{2},0\right)-\left(\frac{1}{2}t,\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t,-\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$，所以

$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}=\left(\frac{1}{2}t-1\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t\right)-\frac{3}{4}t^2=-t^2+\frac{3}{4}t-\frac{1}{2}$，当$t=1$时，$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}=-\frac{3}{4}$，当$t=\frac{3}{8}$时，

$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}=-\frac{23}{64}$，即$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{MD}$的取值范围是$\left[-\frac{3}{4},-\frac{23}{64}\right]$，故③正确；



故选：C

二、填空题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.

11. 已知复数$z_1=1-\mathrm{i}$，$z_2=2+\mathrm{i}$，那么$z_1\cdot z_2=$__________.

【答案】$3-\mathrm{i}$ ##$-\mathrm{i}+3$

【解析】

【分析】直接利用复数的乘法法则求解即可

【详解】因为$z_1=1-\mathrm{i}$，$z_2=2+\mathrm{i}$，

所以$z_1\cdot z_2=(1-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})=2+\mathrm{i}-2\mathrm{i}-\mathrm{i}^2=3-\mathrm{i}$，

故答案　：$3-\mathrm{i}$

12. 已知$\vec{a},\vec{b}$均为单位向量，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}$，那么$|\vec{a}+2\vec{b}|=$__________.

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由模长公式计算即可.

【详解】$\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4}=\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{3}$

13. 从甲、乙两个部门中分别任选5名员工统一进行职业技能测试，得到的测试成绩（单位：分）的数据统计表如下所示.在这两个部门员工的测试成绩中，平均数较高的是__________部门，方差较大的是__________部门.

员工 部门	分数 1	分数 2	分数 3	分数 4	分数 5
甲	82	86	81	93	85
乙	86	89	90	90	92

【答案】 ①. 乙 ②. 甲

【解析】

【分析】根据表中的数据利用平均数和方差公式计算进行比较

【详解】甲的平均数为$\overline{x_1}=\frac{1}{5}\times(82+86+81+93+85)=85.4$

乙的平均数为$\overline{x_2}=\frac{1}{5}\times(86+89+90+90+92)=89.4$，

所以乙的平均数较大，

甲的方差为$S_1^2=\frac{1}{5}\times[(82-85.4)^2+(86-85.4)^2+(81-85.4)^2+(93-85.4)^2+(85-85.4)^2]=17.84$

乙的方差为$S_2^2=\frac{1}{5}\times[(86-89.4)^2+(89-89.4)^2+(90-89.4)^2+(90-89.4)^2+(92-89.4)^2]=3.84$，

所以甲的方差较大，

故答案为：乙，甲

14. 已知锐角$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$\sqrt{3}a=2b\sin(B+C)$，则$B=$__________.

【答案】$\frac{\pi}{3}$##60°

【解析】

【分析】由正弦定理边化角，再利用$\triangle ABC$中$\sin(B+C)=\sin A$即可化简求解.

【详解】解：在锐角$\triangle ABC$中，因为$\sqrt{3}a=2b\sin(B+C)$，

所以由正弦定理可得$\sqrt{3}\sin A=2\sin B\sin(B+C)=2\sin B\sin A$，

因为$\sin A>0$，

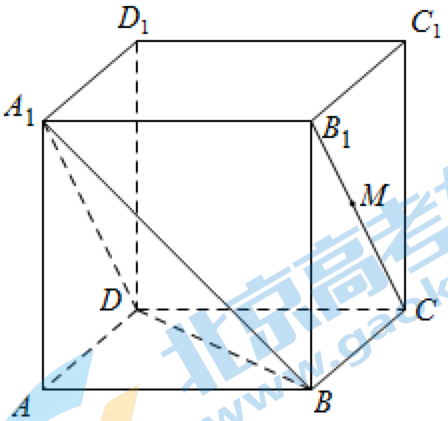
所以$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $B\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，

所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$，

故答案为：$\dfrac{\pi}{3}$.

15. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 为线段 B_1C 上异于 B_1,C 的动点，则下列四个命题：



①$\triangle A_1DB$ 是等边三角形；

②平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 A_1BD；

③设 $CM=x$，则三棱锥 A_1-ADM 的体积随着 x 增大先减少后增大；

④连接 D_1M，总有 D_1M // 平面 A_1BD.

其中正确的命题是____________.

【答案】①②④

【解析】

【分析】对①：由正方体的面对角线相等即可判断；对②：由线面垂直的判断定理证明 $BD\perp$ 平面 A_1ACC_1，即可得证平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 A_1BD；对③：由 CM // 平面 A_1ADD_1，可得点 M 到平面 A_1AD 的距离 d 为定值，从而可得三棱锥 A_1-ADM 的体积为定值；对④：由面面平行的判断定理证明平面 B_1D_1C // 平面 A_1BD，再根据面面平行的性质定理即可判断.

【详解】解：对①：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设边长为 1，则 $A_1D=A_1B=BD=\sqrt{2}$，所以 $\triangle A_1DB$ 是等边三角形，故①正确；

对②：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$BD\perp AC$，

又 $A_1A\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $A_1A\perp BD$，

因为 $A_1A\cap AC=A$，所以 $BD\perp$ 平面 A_1ACC_1，

又 $BD\subset$ 平面 A_1BD，

所以平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 A_1BD，故②正确；

对③：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，因为平面 A_1ADD_1 // 平面 BCC_1B_1，$CM\subset$ 平面 BCC_1B_1，

所以CM // 平面A_1ADD_1，

所以点M到平面A_1AD的距离d为定值，

所以$V_{A_1-ADM}=V_{M-A_1AD}=\frac{1}{3}S_{\triangle A_1AD}\cdot d$为定值，故③错误；

对④：在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，因为$B_1C//A_1D$，$B_1C\not\subset$平面A_1BD，$A_1D\subset$平面A_1BD，

所以$B_1C//$平面A_1BD，同理可得$B_1D_1//$平面A_1BD，又$B_1C\cap B_1D_1=B_1$，

所以平面B_1D_1C // 平面A_1BD，

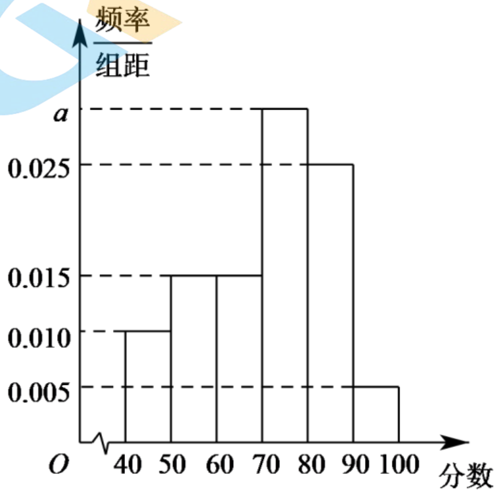
因为$D_1M\subset$平面B_1D_1C，

所以D_1M // 平面A_1BD，故④正确.

故答案为：①②④.

三、解答题共5小题，共55分.解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. 某校从高一年级学生中随机抽取60名学生，将期中考试的数学成绩（均为整数）分成六组.第一组为$[40,50)$，第二组为$[50,60)$，以此类推，第五组为$[80,90)$，第六组为$[90,100]$得到如图所示的频率分布直方图.



（1）根据频率分布直方图，求a的值，并直接写出众数、第80百分位数分别在第几组；

（2）若用分层随机抽样的方法在各分数段的学生中抽取一个容量为20的样本，求在$[70,90)$分数段抽取的人数.

【答案】（1）$a=0.030$，众数、第80百分位数分别在第四组、第五组

（2）11（人）

【解析】

【分析】（1）由频率分布直方图中所有的小矩形面积之和为1得到方程，即可求出a，再由频率分布直方图判断众数及第80百分位数所在位置.

（2）首先求出抽样比，再根据频率分布直方图求出$[70,90)$中的人数，从而计算可得.

【小问1详解】

解：由题意可得$(0.010+0.015\times2+a+0.025+0.005)\times10=1$，解得$a=0.030$.

由图频率分布直方图可知小矩形最高的一组为第四组$[70,80)$，所以众数位于第四组，

又$(0.010+0.015\times2+0.030)\times10=0.7<0.8$，

$(0.010+0.015\times2+0.030+0.025)\times10=0.95>0.8$，

所以第 80 百分位数在第五组.

【小问 2 详解】

解：因为总体共 60 名学生，样本容量为 20，因此抽样比例为$\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$.

又因为在$[70,90)$分数段共有$60\times(0.3+0.25)=33$（人），

因此在$[70,90)$分数段抽取的人数是$33\times\frac{1}{3}=11$（人）.

17. 在$\triangle ABC$中，A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$a=2$，$A=\frac{\pi}{4}$，$c^2=a^2+b^2-ab$.

（1）求C的大小；

（2）求b的值.

【答案】（1）$\frac{\pi}{3}$

（2）$\sqrt{3}+1$

【解析】

【分析】（1）由余弦定理求出$\cos C$的值，再根据角C的取值范围即可求解；

（2）由已知及（1）问结论，利用两角和的正弦公式可得$\sin B$，再根据正弦定理即可求解.

小问 1 详解】

解：因为$c^2=a^2+b^2-ab$，所以由余弦定理可得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$，

又$C\in(0,\pi)$，

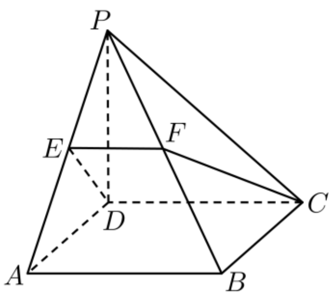
所以$C=\frac{\pi}{3}$；

【小问 2 详解】

解：由（1）知$\sin B=\sin(A+C)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{2\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{3}+1$.

18. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$是矩形，点E为侧棱PA的中点，过C,D,E三点的平面交侧棱PB于点F.



（1）求证：$AB\parallel$平面$CDEF$；

（2）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求证：$PA\perp CF$．

条件①：$PD=AD$；条件②：$DE\perp$平面PAB．

注：如果选择条件①、条件②分别解答，按第一个解答计分．

【答案】（1）证明见解析

（2）证明见解析

【解析】

【分析】(1)由平行四边形的性质得到线线平行，由线线平行证明线面平行.

(2)选择条件，则线面垂直证得线线垂直即可.

【小问1详解】

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore AB\parallel CD$.

又$\because CD\subset$平面$CDEF, AB\not\subset$平面$CDEF$，

$\therefore AB\parallel$平面$CDEF$.

【小问2详解】

选择条件①

$\because PD=AD$且点E为侧棱PA的中点，

$\therefore DE\perp PA.$

$\because PD\perp$平面$ABCD, CD\subset$平面$ABCD$，

$\therefore PD\perp CD.$

又$\because AD\perp CD, PD\cap AD=D$，

故$CD\perp$平面$PAD.$

又$\because PA\subset$平面PAD，

$\therefore CD\perp PA.$

又$\because DE\bigcap CD=D$，

$\therefore PA\perp$平面$CDEF$.

又$\because CF\subset$平面$CDEF$，

$\therefore PA\perp CF$.

选择条件②：

$\because DE \perp$ 平面 $PAB, PA \subset$ 平面 PAB，

$\therefore DE \perp PA$.

$\because PD \perp$ 平面 $ABCD, CD \subset$ 平面 $ABCD$，

$\therefore PD \perp CD$.

又 $\because AD \perp CD, PD \cap AD = D$，

故 $CD \perp$ 平面 PAD.

又 $\because PA \subset$ 平面 PAD，

$\therefore CD \perp PA$.

又 $\because DE \cap CD = D$，

$\therefore PA \perp$ 平面 $CDEF$.

又 $\because CF \subset$ 平面 $CDEF$，

$\therefore PA \perp CF$.

19. 已知函数 $f(x) = -\cos 2x + \sin x$， $g(x) = \sqrt{3}\sin 2x - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的最大值；

（2）若函数 $F(x) = f(x) + g(x)$，求函数 $F(x)$ 的单调递增区间.

【答案】（1）2

（2）$\left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3}\right], k \in \mathbf{Z}$

【解析】

【分析】（1）有二倍角的余弦公式化简 $f(x)$， $t = \sin x, t \in [-1,1]$，由二次函数的性质求数 $f(x)$ 的最大值；

（2）由三角恒等变换化简 $F(x)$，令 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \le 2x - \frac{\pi}{6} \le 2k\pi + \frac{\pi}{2}(k \in \mathbf{Z})$，即可求出函数 $F(x)$ 的单调递增区间.

【小问 1 详解】

$f(x) = -\cos 2x + \sin x$

$= -(1 - 2\sin^2 x) + \sin x$

$= 2\sin^2 x + \sin x - 1$

设 $t = \sin x, t \in [-1,1]$.

于是， $y = 2t^2 + t - 1 = 2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$.

当 $t = 1$ 时， $y_{\max} = 2$.

【小问 2 详解】

$F(x) = f(x) + g(x)$

$= -\cos 2x + \sin x + \sqrt{3}\sin 2x - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

$=-\cos 2x+\sin x+\sqrt{3}\sin 2x-\sin x$

$=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

令 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，

则 $k\pi-\dfrac{\pi}{6}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{3}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$.

因此，函数 $F\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{\pi}{3}\right],k\in\mathbf{Z}$.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知一列点：$P_1(1,\dfrac{1}{2})$，$P_2(2,\dfrac{2}{3})$，$P_3(3,\dfrac{3}{4})$，$\cdots$，$P_n(n,\dfrac{n}{n+1})$，$\cdots$，其中 $n\in\mathbf{N}_+$，

向量 $\vec{j}=(0,1)$.

（1）求 $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\vec{j}$ 和 $\overrightarrow{P_2P_3}\cdot\vec{j}$ 的值；

（2）证明：对任意的正整数 m ，都有 $\overrightarrow{P_mP_{m+1}}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}\cdot\vec{j}$；

（3）若正整数 k,m,n 满足 $k<m<n$ ，则下列结论中正确的有____________.（填入所有正确选项的序号）

① $\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}$；②$|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|>|\overrightarrow{P_mP_{m+k}}|$；③$|\overrightarrow{P_{m-k}P_m}|>|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|$.

【答案】（1）$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{1}{12}$

（2）证明见解析　（3）①③

【解析】

【分析】(1)写出向量的坐标，利用坐标进行运算；

(2)用坐标表示出向量的数量积，再对数量积进行作差，比较大小；

(3)对于①，用坐标表示出 $\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j},\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}$，再判断大小；

对于②③，用坐标表示出向量的模长，再比较大小.

【小问 1 详解】

$\because\overrightarrow{P_1P_2}=\left(1,\dfrac{1}{6}\right),\vec{j}=\left(0,1\right),\therefore\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\vec{j}=\dfrac{1}{6}$.

$\because\overrightarrow{P_2P_3}=\left(1,\dfrac{1}{12}\right),\vec{j}=\left(0,1\right)$，$\therefore\overrightarrow{P_2P_3}\cdot\vec{j}=\dfrac{1}{12}$.

【小问 2 详解】

$\because\overrightarrow{P_mP_{m+1}}=\left(1,\dfrac{1}{\left(m+1\right)\left(m+2\right)}\right),\vec{j}=\left(0,1\right)$，

$\therefore\overrightarrow{P_mP_{m+1}}\cdot\vec{j}=\dfrac{1}{\left(m+1\right)\left(m+2\right)}$.

$\because \overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}=\left(1,\dfrac{1}{(m+2)(m+3)}\right),\vec{j}=(0,1)$，

$\therefore \overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}\cdot\vec{j}=\dfrac{1}{(m+2)(m+3)}$.

$\therefore \overrightarrow{P_mP_{m+1}}\cdot\vec{j}-\overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}\cdot\vec{j}=\dfrac{1}{(m+1)(m+2)}-\dfrac{1}{(m+2)(m+3)}$

$=\dfrac{2}{(m+1)(m+2)(m+3)}>0.$

$\therefore \overrightarrow{P_mP_{m+1}}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_{m+1}P_{m+2}}\cdot\vec{j}$.

【小问 3 详解】

对于①，$P_{m-k}(m-k,\dfrac{m-k}{m-k+1}),P_m(m,\dfrac{m}{m+1})$，$\overrightarrow{P_{m-k}P_m}=(k,\dfrac{m}{m+1}-\dfrac{m-k}{m-k+1})$，$\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j}=\dfrac{m}{m+1}-\dfrac{m-k}{m-k+1}$，

$P_{m+k}(m+k,\dfrac{m+k}{m+k+1})$，所以$\overrightarrow{P_mP_{m+k}}=(k,\dfrac{m+k}{m+k+1}-\dfrac{m}{m+1})$，$\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}=\dfrac{m+k}{m+k+1}-\dfrac{m}{m+1}$，

$\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j}-\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}=\dfrac{m}{m+1}-\dfrac{m-k}{m-k+1}-\dfrac{m+k}{m+k+1}+\dfrac{m}{m+1}=\dfrac{2m}{m+1}-(\dfrac{m-k}{m-k+1}+\dfrac{m+k}{m+k+1})$

$=\dfrac{2m}{m+1}-\dfrac{2m(m+1)-2k^2}{(m-k+1)(m+k+1)}=2\dfrac{m[(m+1)^2-k^2]-(m+1)[m(m+1)-k^2]}{(m+1)(m-k+1)(m+k+1)}=2\dfrac{k^2}{(m+1)(m-k+1)(m+k+1)}>0$，所以

$\overrightarrow{P_{m-k}P_m}\cdot\vec{j}>\overrightarrow{P_mP_{m+k}}\cdot\vec{j}$，故①正确；

对于②，$P_{n+k}(n+k,\dfrac{n+k}{n+k+1}),P_n(n,\dfrac{n}{n+1})$，所以$\overrightarrow{P_nP_{n+k}}=(k,\dfrac{n+k}{n+k+1}-\dfrac{n}{n+1})=(k,\dfrac{k}{(n+1)(n+k+1)})$，

$|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|=\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(n+1)(n+k+1)]^2}}$，

同理，$\overrightarrow{P_mP_{m+k}}=(k,\dfrac{k}{(m+1)(m+k+1)})$，$|\overrightarrow{P_mP_{m+k}}|=\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(m+1)(m+k+1)]^2}}$，

因为$n>m>k$，所以$(n+1)(n+k+1)>(m+1)(m+k+1)$，

$|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|<|\overrightarrow{P_mP_{m+k}}|$，所以②错误；

对于③，$\overrightarrow{P_{m-k}P_m}=(k,\dfrac{m}{m+1}-\dfrac{m-k}{m-k+1})=(k,\dfrac{k}{(m+1)(m+1-k)})$，

$|\overrightarrow{P_{m-k}P_m}|=\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(m+1)(m+1-k)]^2}}$，

$|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|=\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(n+1)(n+k+1)]^2}}$，

因为$n>m>k$，所以$(n+1)(n+k+1)>(m+1)(m-k+1)$，

所以$\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(m+1)(m+1-k)]^2}}>\sqrt{k^2+\dfrac{k^2}{[(n+1)(n+k+1)]^2}}$，

即$|\overrightarrow{P_{m-k}P_m}|>|\overrightarrow{P_nP_{n+k}}|$，所以③正确

所以正确选项的序号为：①③.

21. 用光线照射物体，在某个平面上得到的影子叫做物体的投影，照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面.由平行光线形成的投影叫做平行投影，由点光源发出的光线形成的投影叫做中心投影.投影线垂直于投影面产生的平行投影叫做正投影，投影线不垂直于投影而产生的平行投影叫做斜投影.物体投影的形状、大小与它相对于投影面的位置和角度有关.如图所示，已知平行四边形$ABCD$在平面α内的平行投影是四边形$A'B'C'D'$.

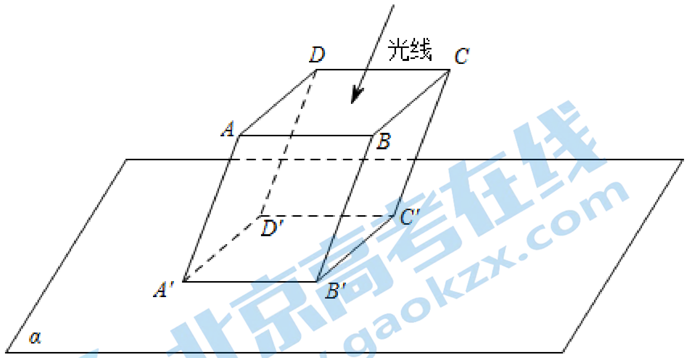


图1

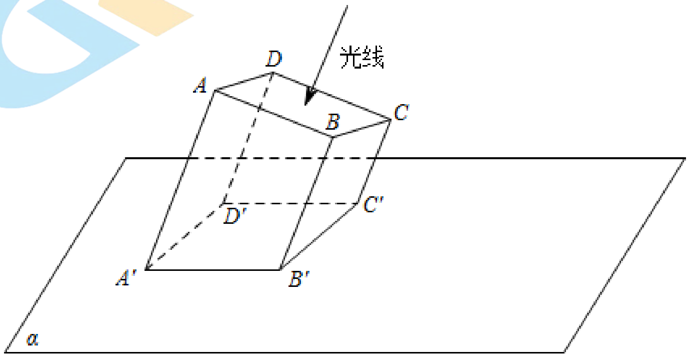


图2

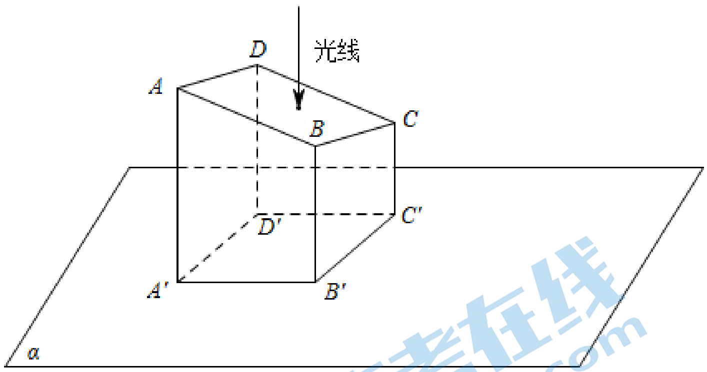


图3

（1）若平行四边形$ABCD$平行于投影面（如图1），求证：四边形$A'B'C'D'$是平行四边形；

（2）在图2中作出平面$ABCD$与平面α的交线（保留作图痕迹，不需要写出过程）；

（3）如图3，已知四边形$A'B'C'D'$和平行四边形$ABCD$的面积分别为S_1,S_2，平面$ABCD$与平面α的交线是直线l，且这个平行投影是正投影.设二面角$A-l-A'$的平面角为θ（θ为锐角），猜想并写出角θ的余弦值（用S_1,S_2表示），再给出证明.

【答案】（1）证明见解析；

（2）答案见解析；　　（3）$\cos\theta=\dfrac{S_1}{S_2}$，证明见解析.

【解析】

【分析】（1）由题意知 A,A',B',B 共面，根据面面平行的性质可得 $AB//A'B'$、$CD//C'D'$，再由平行四边形及平行线的性质有 $A'B'//C'D'$、$A'D'//B'C'$，即可证结论.

（2）根据平面的基本性质作出面 $ABCD$ 与面 α 的交线；

（3）猜想 $\cos\theta=\dfrac{S_1}{S_2}$，过 A 作 $AM\perp CF$ 于 M，连接 $A'M$，过 B 作 $BN\perp CF$ 于 N，连接 $B'N$，由投影 性质有 $AA'\perp$ 面 α，再根据线面垂直的性质及判定可得 $CF\perp$ 面 AMA'，由线面垂直的性质有 $CF\perp A'M$，结合面面角的定义有 $\angle AMA'$ 是二面角 $A-l-A'$ 的平面角，同理 $\angle BNB'$ 是二面角 $A-l-A'$ 的平面角，最后由余弦函数的定义及三角形面积关系列方程，即可证猜想.

【小问 1 详解】

依题意，$AA'//BB'$，故 A,A',B',B 共面.

$\because$ 面 $ABCD//$ 面 α，面 $ABCD\cap$ 面 $AA'B'B=AB$，面 $AA'B'B\cap$ 面 $\alpha=A'B'$，

$\therefore AB//A'B'$，同理 $CD//C'D'$.

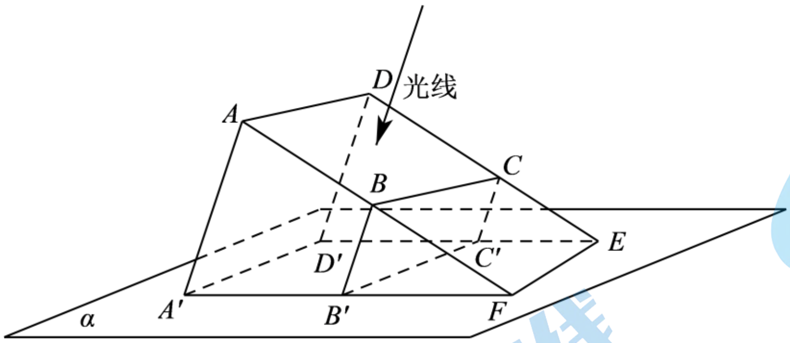
又平行四边形 $ABCD$，则 $AB//CD$，

$\therefore A'B'//C'D'$，同理 $A'D'//B'C'$，

$\therefore$ 四边形 $A'B'C'D'$ 是平行四边形.

小问 2 详解】

如图，直线 EF 为平面 $ABCD$ 与平面 α 的交线.

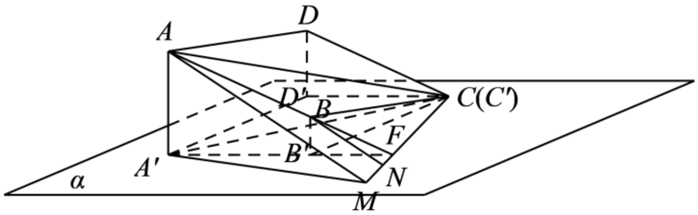


【小问 3 详解】

猜想：$\cos\theta=\dfrac{S_1}{S_2}$.

不妨将平行四边形 $ABCD$ 平移，使 C 与 C' 重合，如图所示.

则面 $ABCD$ 与面 α 的交线 l 即为 CF .



过A作 $AM\perp CF$ 于 M，连接 $A'M$ ，过B作 $BN\perp CF$ 于 N ，连接 $B'N$.

由正投影，则 $AA'\perp$面α，又 $CF\subset$面α，故 $AA'\perp CF$.

又 $AM\perp CF, AM\cap AA'=A$， $AM, AA'\subset$面AMA'，则 $CF\perp$面AMA'，

而 $A'M\subset$面AMA'，故 $CF\perp A'M$ ，又 $AM\perp CF$ ，

$\therefore\angle AMA'$ 是二面角 $A-l-A'$ 的平面角 θ，同理 $\angle BNB'$ 是二面角 $A-l-A'$ 的平面角 θ .

$$\therefore\cos\theta=\frac{B'N}{BN}=\frac{\frac{1}{2}B'N\cdot CF}{\frac{1}{2}BN\cdot CF}=\frac{S_{\triangle B'FC}}{S_{\triangle BFC}}，且\cos\theta=\frac{A'M}{AM}=\frac{\frac{1}{2}A'M\cdot CF}{\frac{1}{2}AM\cdot CF}=\frac{S_{\triangle A'FC}}{S_{\triangle AFC}},$$

$$\therefore\frac{S_{\triangle B'FC}}{S_{\triangle BFC}}=\frac{S_{\triangle A'FC}}{S_{\triangle AFC}}=\frac{\frac{1}{2}S_1+S_{\triangle B'FC}}{\frac{1}{2}S_2+S_{\triangle BFC}},$$

$$\therefore\frac{S_{\triangle B'FC}}{S_{\triangle BFC}}=\frac{S_1}{S_2}，即\cos\theta=\frac{S_1}{S_2}.$$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

京考一点通