

数学

2021.05

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------	--

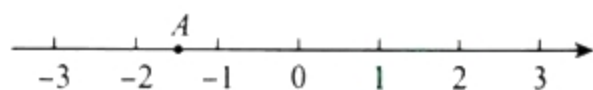
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，是圆锥侧面展开图的是

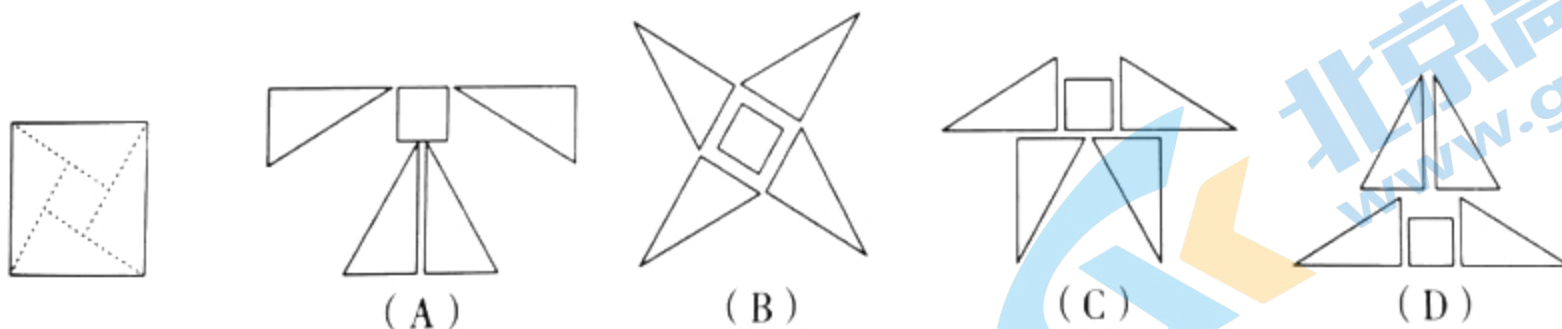
- (A) 三角形 (B) 圆 (C) 扇形 (D) 矩形

2. 如图，点 A 是数轴上一点，点 A, B 表示的数互为相反数，则点 B 表示的数可能是



- (A) 0 (B) 1 (C) 1.5 (D) 2.5

3. 如图，将一个正方形纸片沿图中虚线剪开，能拼成下列四个图形，其中是中心对称图形的是



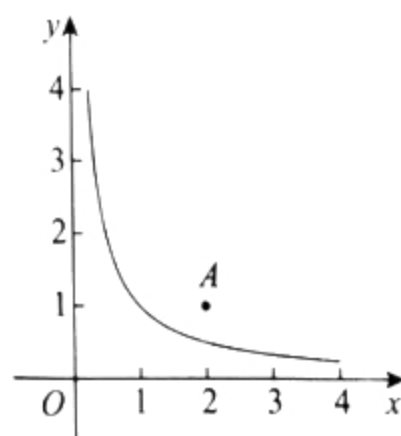
4. 下列运算正确的是

- (A) $2a + 3a = 5a$ (B) $a^2 + a^3 = a^5$ (C) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a} = \frac{5}{2a}$ (D) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

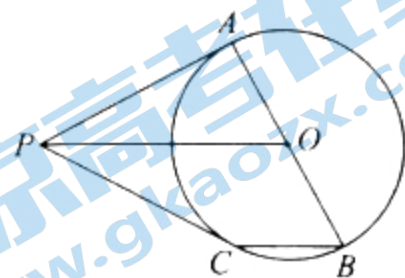
5. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为正整数) 在第一象限的图象如图所示，已知

图中点 A 的坐标为 (2, 1)，则 k 的值是

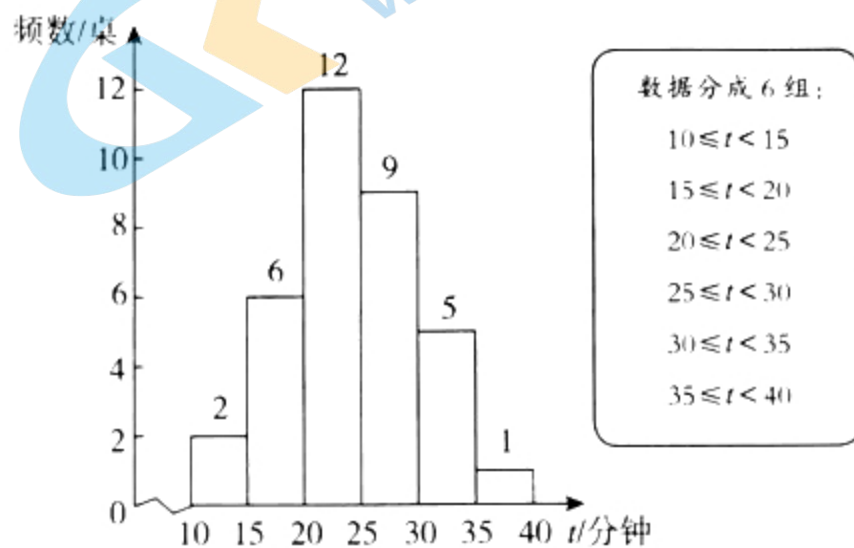
- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4



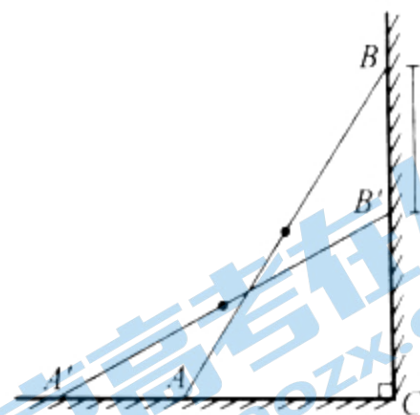
6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , $BC \parallel OP$ 交 $\odot O$ 于点 C . 若 $\angle B = 70^\circ$, 则 $\angle OPC$ 的度数为
- (A) 10° (B) 20°
(C) 30° (D) 40°



7. 某餐厅规定等位时间达到 30 分钟 (包括 30 分钟) 可享受优惠. 现统计了某时段顾客的等位时间 t (分钟), 右图是根据数据绘制的统计图. 下列说法正确的是
- (A) 此时段有 1 桌顾客等位时间是 40 分钟
(B) 此时段顾客平均等位时间小于 20 分钟
(C) 此时段顾客等位时间的中位数可能是 27
(D) 此时段有 6 桌顾客可享受优惠

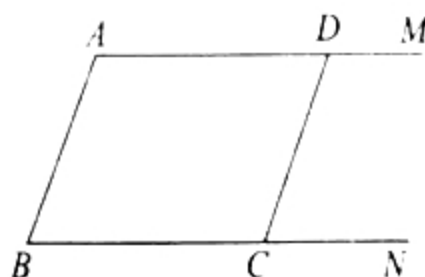


8. 如图, 一架梯子 AB 靠墙而立, 梯子顶端 B 到地面的距离 BC 为 2m, 梯子中点处有一个标记. 在梯子顶端 B 下滑的过程中, 该标记到地面的距离 y 与顶端下滑的距离 x 满足的函数关系是
- (A) 正比例函数关系
(B) 一次函数关系
(C) 二次函数关系
(D) 反比例函数关系



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{4-x}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.
10. 分解因式: $a^2b - b =$ _____.
11. 比较大小: $\sqrt{7}$ _____ 3 (填 “>”, “=” 或 “<”).
12. 盒中有 1 枚白色棋子和 1 枚黑色棋子, 这两枚棋子除颜色外无其他差别, 从中随机摸出一枚棋子, 记录其颜色, 放回后, 再从中随机摸出一枚棋子, 记录其颜色, 那么两次记录的颜色都是黑色的概率是 _____.
13. 如图, 两条射线 $AM \parallel BN$, 点 C, D 分别在射线 BN, AM 上, 只需添加一个条件, 即可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 这个条件可以是 _____ (写出一个即可).



14. 《孙子算经》是中国南北朝时期重要的数学专著，其中包含了“鸡兔同笼”“物不知数”等许多有趣的数学问题。

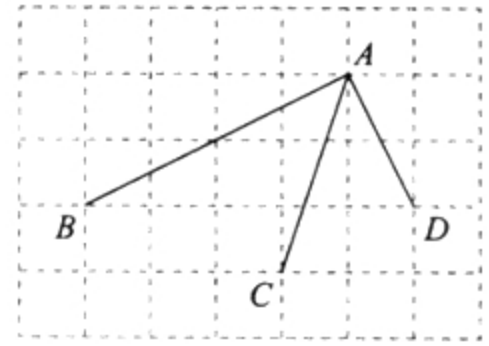
《孙子算经》中记载：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？”

其译文为：“用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺，将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺，问木长多少尺？”

设木长 x 尺，绳子长 y 尺，可列方程组为_____。



15. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C, D 是网格线交点，则 $\angle BAC$ 与 $\angle DAC$ 的大小关系为： $\angle BAC$ _____ $\angle DAC$ (填“>”，“=”或“<”).



16. 小云计划户外徒步锻炼，每天有“低强度”“高强度”“休息”三种方案，下表对应了每天不同方案的徒步距离（单位：km）。若选择“高强度”要求前一天必须“休息”（第一天可选择“高强度”），则小云 5 天户外徒步锻炼的最远距离为_____ km.

日期	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
低强度	8	6	6	5	4
高强度	12	13	15	12	8
休息	0	0	0	0	0

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21-22 题，每小题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

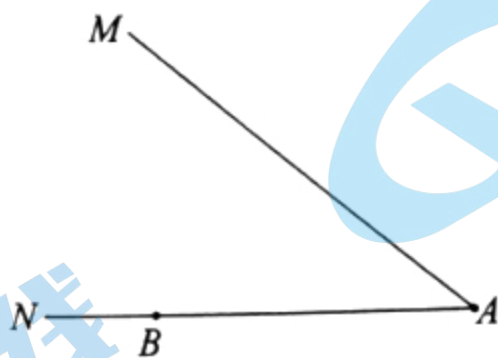
17. 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} + \sqrt{8} + |\sqrt{3} - 1| - 2\sin 60^\circ$.

18. 解分式方程： $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{x-2}$.

19. 先化简再求值： $(a-1)^2 - 2a(a-1)$ ，其中 $a = \sqrt{3}$.

20. 已知： $\angle MAN$ ， B 为射线 AN 上一点.

求作： $\triangle ABC$ ，使得点 C 在射线 AM 上，且 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle CAB$.



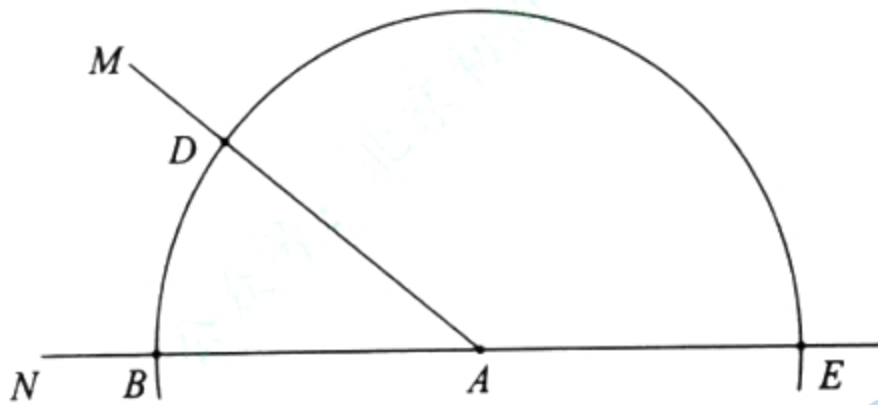
作法：①以点 A 为圆心， AB 长为半径画弧，交射线 AM 于点 D ，交射线 AN 的反向延长线于点 E ；

②以点 E 为圆心， BD 长为半径画弧，交 \widehat{DE} 于点 F ；

③连接 FB ，交射线 AM 于点 C .

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形 (保留作图痕迹)；



(2) 完成下面的证明：

证明：连接 BD ， EF ， AF ，

\because 点 B ， E ， F 在 $\odot A$ 上，

$\therefore \angle EBF = \frac{1}{2} \angle EAF$ () (填写推理的依据).

\because 在 $\odot A$ 中， $BD = EF$ ，

$\therefore \angle DAB =$ _____ .

$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle CAB$.

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$.

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根小于 1，求 m 的取值范围.

22. 如图 1， $\triangle ABC$ 中， D 为 AC 边上一动点（不含端点），过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ，过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F ，连接 AE ， DF 。点 D 运动过程中，始终有 $AE = DF$ 。

(1) 求证： $\angle BAC = 90^\circ$ ；

(2) 如图 2，若 $AC = 3$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，当 $AF = AD$ 时，求 AD 的长.

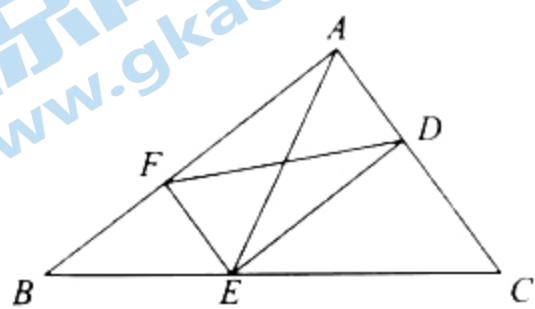


图1

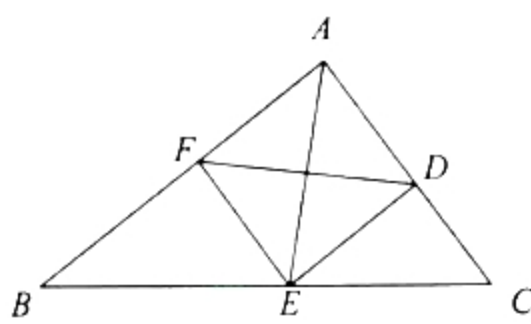


图2

23. 平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx - 1$ 的图象过点 $(2, 3)$ 。

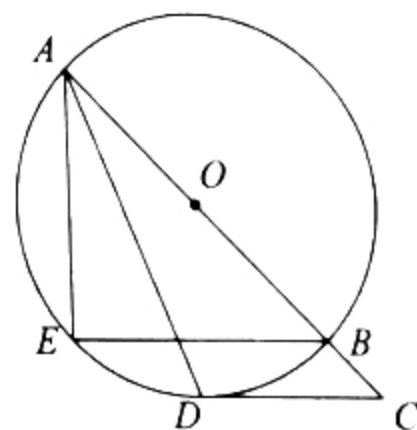
(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x < 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = x + a$ 的值都大于一次函数 $y = kx - 1$ 的值，直接写出 a 的取值范围.

24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上， CD 与 $\odot O$ 相切于点 D ，过点 B 作 $BE \parallel CD$ 交 $\odot O$ 于点 E ，连接 AD ， AE ， $\angle EAD = 22.5^\circ$ 。

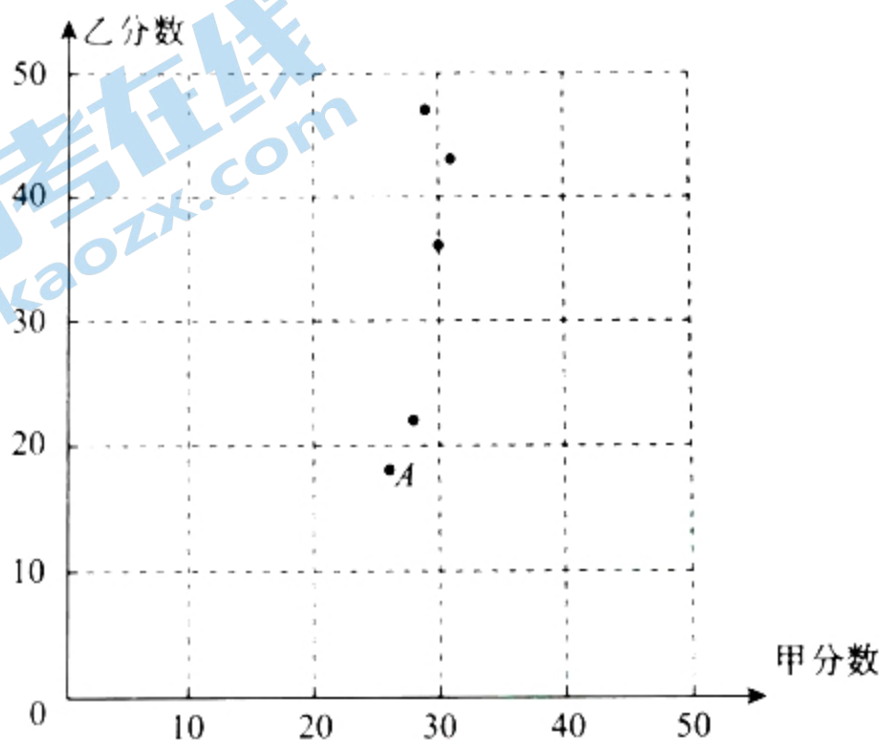
(1) 求 $\angle EAB$ 的度数；

(2) 若 $BC = 2\sqrt{2} - 2$ ，求 BE 的长.

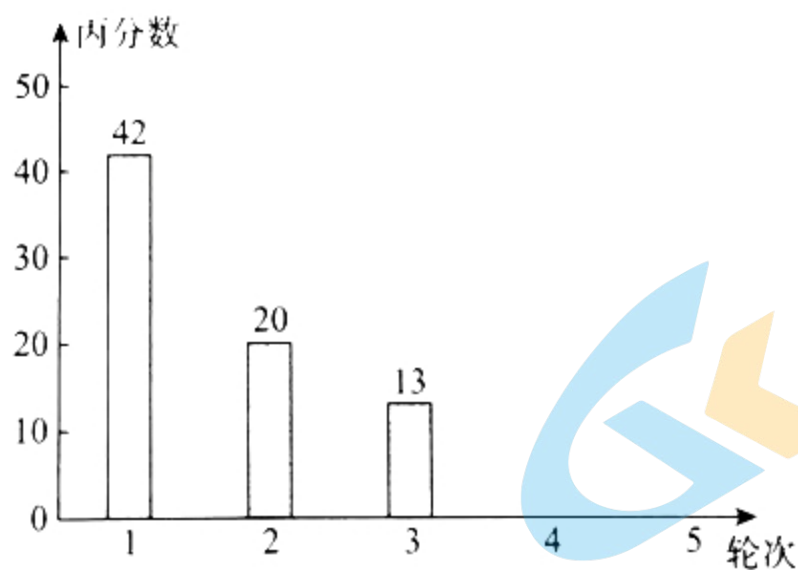


25. 品味诗词之美，传承中华文明，央视节目《中国诗词大会》备受大众欢迎。节目规则如下：由 100 位诗词爱好者组成的百人团与挑战者共同答题，每位挑战者最多可答五轮题。每轮比赛答题时，如挑战者答对，则百人团答错的人数即为选手该轮得分；如挑战者答错，则该轮不得分，且停止答题。每轮比赛的得分之和即为挑战者的总得分。现有甲、乙、丙三人做为挑战者参加节目，相关信息如下：

a. 甲、乙两人参加比赛的得分统计图如下，每个点的横坐标与纵坐标分别表示甲、乙二人在相同轮次的得分：



b. 丙参加比赛的得分统计图如下：



根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 已知点 A 的坐标为 $(26, 18)$ ，则此轮比赛中：甲的得分为_____，与甲同场答题的百人团中，有_____人答对；
- (2) 这五轮比赛中，甲得分高于乙得分的比赛共有_____轮；甲、乙、丙三人中总得分最高的为_____；
- (3) 设甲参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_1^2 ，乙参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_2^2 ，则 s_1^2 _____ s_2^2 (填“>”，“<”或“=”)。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2$ 与 y 轴的交点为 A , 过点 A 作直线 l 垂直于 y 轴.

(1) 求抛物线的对称轴 (用含 m 的式子表示);

(2) 将抛物线在 y 轴右侧的部分沿直线 l 翻折, 其余部分保持不变, 组成图形 G . 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为图形 G 上任意两点.

① 当 $m = 0$ 时, 若 $x_1 < x_2$, 判断 y_1 与 y_2 的大小关系, 并说明理由;

② 若对于 $x_1 = m - 2$, $x_2 = m + 2$, 都有 $y_1 > y_2$, 求 m 的取值范围.

27. 已知 $\angle MON = 90^\circ$, 点 A 在边 OM 上, 点 P 是边 ON 上一动点, $\angle OAP = \alpha$. 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° , 得到线段 AB , 连接 OB , 再将线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 60° , 得到线段 OC , 作 $CH \perp ON$ 于点 H .

(1) 如图 1, $\alpha = 60^\circ$.

① 依题意补全图形;

② 连接 BP , 求 $\angle BPH$ 的度数;

(2) 如图 2, 当点 P 在射线 ON 上运动时, 用等式表示线段 OA 与 CH 之间的数量关系, 并证明.

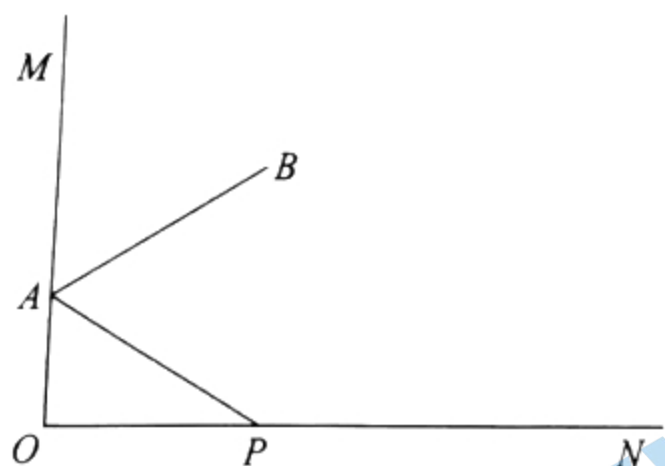


图 1

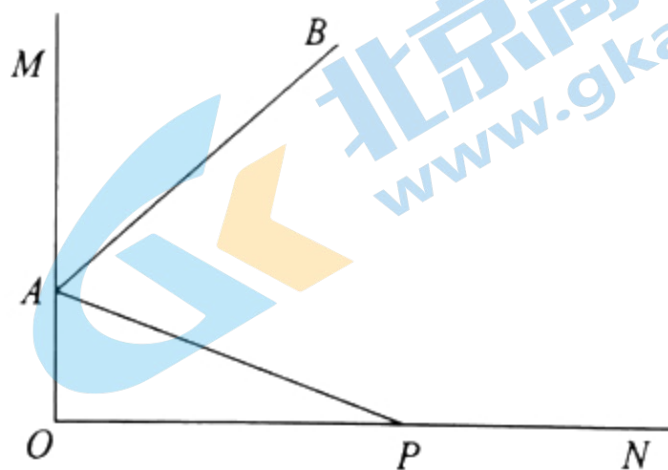


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, A_1, A_2, \dots, A_k 点是 k 个互不相同的点, 若这 k 个点横坐标的不同取值有 m 个, 纵坐标的不同取值有 n 个, $p=m+n$, 则称 p 为这 k 个点的“特征值”, 记为 $T\langle A_1, A_2, \dots, A_k \rangle = p$. 如图 1, 点 $M(1, 1), N(1, 2)$, $T\langle M, N \rangle = 1+2=3$.

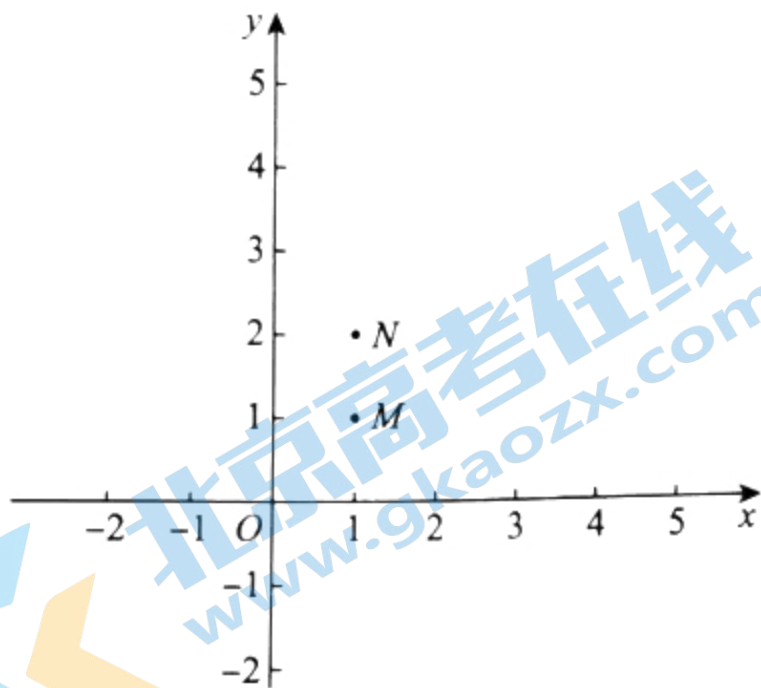


图 1

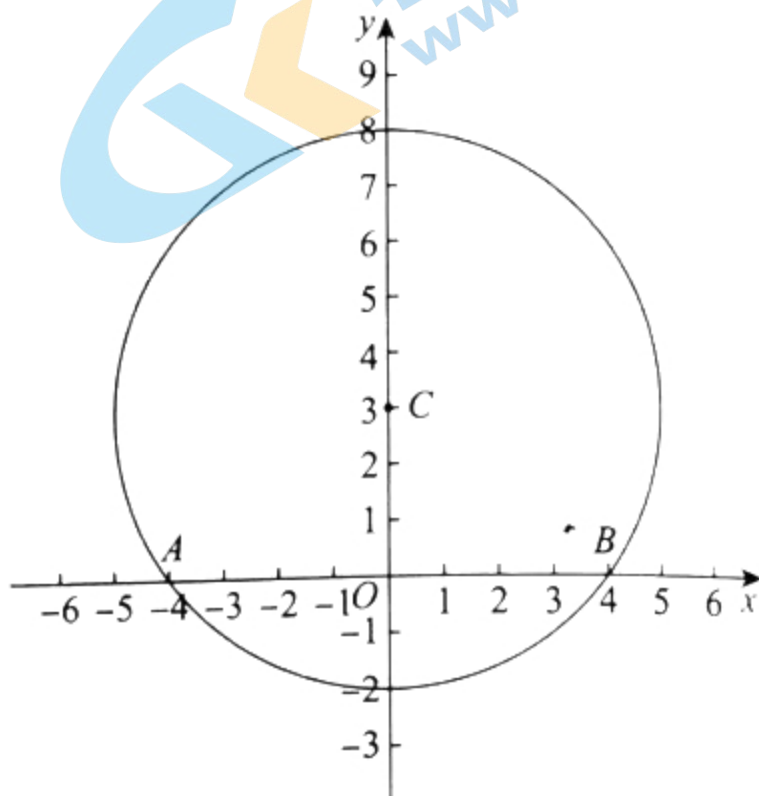


图 2

(1) 如图 2, 圆 C 的圆心为 $(0, 3)$, 半径为 5, 与 x 轴交于 A, B 两点.

① $T\langle A, B \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$, $T\langle A, B, C \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$;

② 直线 $y=b$ ($b \neq 0$) 与圆 C 交于两点 D, E , 若 $T\langle A, B, D, E \rangle = 6$, 求 b 的取值范围;

(2) 点 A_1, A_2, \dots, A_8 到点 O 的距离为 1 或 $\sqrt{2}$, 且这 8 个点构成中心对称图形, $T\langle A_1, A_2, \dots, A_8 \rangle = 6$, 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 恰好经过 A_1, A_2, \dots, A_8 中的三个点, 并以其中一个点为顶点, 直接写出 a 的所有可能取值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯