

绵阳市高中 2019 级第二次诊断性考试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{(x, y) | y = x\}$, $B = \{(x, y) | y = x^2\}$, 则集合 $A \cap B$ 的元素个数为
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
 2. 二项式 $(x - \frac{2}{x})^5$ 的展开式中， x^3 的系数为
 A. -10 B. -15 C. 10 D. 15
 3. 如图，茎叶图记录了甲、乙两个家庭连续 9 个月的月用电量（单位：度），根据茎叶图，下列说法正确的是
 A. 甲家庭用电量的中位数为 33
 B. 乙家庭用电量的极差为 46
 C. 甲家庭用电量的方差小于乙家庭用电量的方差
 D. 甲家庭用电量的平均值高于乙家庭用电量的平均值
- | | 甲 | | 乙 |
|-------|---|--|---------|
| | 2 | | 1 1 |
| 5 4 3 | | | 2 3 |
| 3 2 7 | | | 3 4 8 9 |
| | 1 | | 4 0 2 |
| | 0 | | 5 1 6 |
4. 已知角 α 的终边过点 $A(1, \sqrt{3})$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) =$
 A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 5. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 4, 两条渐近线互相垂直, 则 E 的方程为
 A. $x^2 - y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$
 6. 已知平面向量 a, b 不共线, $\overrightarrow{AB} = 4a + 6b$, $\overrightarrow{BC} = -a + 3b$, $\overrightarrow{CD} = a + 3b$, 则
 A. A, B, D 三点共线 B. A, B, C 三点共线
 C. B, C, D 三点共线 D. A, C, D 三点共线

7. 函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的偶函数, 当 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = ae^{x+1} + \frac{1}{e}$, 若 $f(1) = 1$, 则 $f(0) =$

- A. e B. $-e$ C. $\frac{1}{e}$ D. $-\frac{1}{e}$

8. 已知直线 $x+y-1=0$ 与圆 $C: (x-2)^2+(y-1)^2=m$ 相交于 A, B 两点, 若 $AB=2\sqrt{3}$, 则 $m=$

- A. $\sqrt{5}$ B. 5
C. 3 D. 4

9. 第 24 届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年在北京举办. 为了解某城市居民对冰雪运动的关注情况, 随机抽取了该市 100 人进行调查统计, 得到如下 2×2 列联表:

下列说法正确的是

参考公式:

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中 $n = a + b + c + d$.

	关注冰雪运动	不关注冰雪运动	合计
男	45	10	55
女	25	20	45
合计	70	30	100

附表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

- A. 有 99% 以上的把握认为“关注冰雪运动与性别有关”
 B. 有 99% 以上的把握认为“关注冰雪运动与性别无关”
 C. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为“关注冰雪运动与性别无关”
 D. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为“关注冰雪运动与性别有关”
10. 已知 m, n 为整数, 且 $m, n \in [1, 5]$, 设平面向量 $a = (m, n)$ 与 $b = (2, -1)$ 的夹角为 θ ,

则 $\theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ 的概率为

- A. $\frac{9}{32}$ B. $\frac{9}{64}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{6}{25}$

11. 已知函数 $f(x) = \ln x - a(x^2 - x)$, 若不等式 $f(x) > 0$ 有且仅有 2 个整数解, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[\frac{\ln 2}{6}, \frac{\ln 3}{6})$ B. $(\frac{\ln 2}{6}, \frac{\ln 3}{6}]$ C. $(-\infty, \frac{\ln 2}{6}]$ D. $(\frac{\ln 2}{3}, \frac{\ln 3}{3})$

12. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点, E 上存在两点 A, B

使得梯形 AF_1F_2B 的高为 $\sqrt{2}c$ (其中 c 为半焦距), 且 $\overrightarrow{AF_1} = 3\overrightarrow{BF_2}$, 则 E 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $z \cdot i = z + 6i$ ，则复数 z 的虚部为_____。

14. 现从 4 名男志愿者和 3 名女志愿者中，选派 2 人分别去甲、乙两地担任服务工作，若被选派的人中至少有一名男志愿者，则不同的选派方法共有_____种。(用数字作答)

15. 已知 A, B 为抛物线 $C: x^2 = 4y$ 上的两点， $M(-1, 2)$ ，若 $\overline{AM} = \overline{MB}$ ，则直线 AB 的方程为_____。

16. 已知函数 $f(x) = \sin|x| - \sqrt{3}|\cos x|$ ，下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的序号有_____。

①函数 $f(x)$ 在 $[\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}]$ 上单调递增；

② 2π 是函数 $f(x)$ 的周期；

③函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$ ；

④函数 $f(x)$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 内有 4 个零点。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 为公差大于 0 的等差数列， $a_2 \cdot a_3 = 15$ ，且 a_1, a_4, a_{25} 成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_m = \frac{20}{41}$ ，求 m 的值。

18. (12 分)

某通讯商场推出一款新手机，分为甲、乙、丙、丁 4 种不同的配置型号。该商场对近期售出的 100 部该款手机的情况进行了统计，绘制如下表格：

配置	甲	乙	丙	丁
频数	25	40	15	20

(1) 每售出一部甲、乙、丙、丁配置型号的手机可分别获得利润 600 元、400 元、500 元、450 元，根据以上 100 名消费者的购机情况，求该商场销售一部该款手机的平均利润；

(2) 该商场某天共销售了 4 部该款手机，每销售一部该款手机的型号相互独立，其中甲配置型号手机售出的数量为 X ，将样本频率视为概率，求 X 的概率分布列及期望。

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,其中 $b = \sqrt{3}$,且 $(a - \sin C)\cos B = \sin B \cos C$.

- (1) 求角 B 的大小;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = (x - 2)e^x - ax^2 - x$.

- (1) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时,求函数 $f(x)$ 的极值;
- (2) 若曲线 $f(x)$ 在 $[-2, 1]$ 上任意一点处切线的倾斜角均为钝角,求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F ,点 A, B 分别为右顶点和上顶点,

点 O 为坐标原点, $\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{e}{|FA|}$, $\triangle OAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$,其中 e 为 E 的离心率.

- (1) 求椭圆 E 的方程;
- (2) 过点 O 异于坐标轴的直线与 E 交于 M, N 两点,射线 AM, AN 分别与圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 交于 P, Q 两点,记直线 MN 和直线 PQ 的斜率分别为 k_1, k_2 ,问 $\frac{k_1}{k_2}$ 是否为定值?若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

(二) 选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题记分.

22. [选修4—4:坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \sin \alpha + 2 \cos \alpha, \\ y = 1 + \cos \alpha - 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数).以

坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立的极坐标系中,直线 l 的方程是 $\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = 1$.

- (1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;
- (2) 若点 A 的坐标为 $(2, 0)$,直线 l 与曲线 C 交于 P, Q 两点,求 $\frac{1}{|AP|} + \frac{1}{|AQ|}$ 的值.

23. [选修4—5:不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{|2x - 1| - |x + m|} - m$.

- (1) 当 $m = 2$ 时,求函数 $f(x)$ 的定义域;
- (2) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 M ,当 $m > -\frac{1}{2}$ 时, $[-m, \frac{1}{2}] \subseteq M$,求实数 m 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018