

# 2022年上海交通大学强基测试数学试题

考试时间 2022年6月12日14:00 – 17:00

一共是45道单项选择题，这里学生只回忆了39道，**数学物理总共3个小时**，  
题目序号为考试题目序号。

2. 等比数列 $\{a_n\}$ ,  $a_1 = -3$ ,  $\frac{S_6}{S_3} = \frac{7}{8}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$  ( )

- A. 不存在      B.  $\frac{2}{3}$       C.  $-\frac{2}{3}$       D. -2

3. 集合 $A = \{1, 2, t\}$ ,  $B = \{a^2 | a \in A\}$ ,  $C = A \cup B$ ,  $C$ 中元素和为6, 则元素积为( )

- A. 1      B. -1      C. 8      D. -8

4.  $x, y, z$ 为正数, 求  $\frac{10x^2 + 10y^2 + z^2}{xy + yz + xz}$  的最小值

5. 直线 $kx + 4y = 1$ 垂直于 $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$  ( $t$ 为参数),  $k =$  ( )

- A. 3      B. -3      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

6.  $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$  ( $\omega > 0$ ),  $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  对  $\forall x \in R$  恒成立, 则  $\omega$ 的最小值为( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 1      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{2}{3}$

# 2022年上海交通大学强基测试数学试题

考试时间 2022年6月12日14:00 – 17:00

备注：转载请在显著的位置说明“转自《阿叶数学》微信公众号”，一共是45道单项选择题，这里学生只回忆了39道，数学物理总共3个小时，题目序号为考试题目序号

2. 等比数列 $\{a_n\}$ ,  $a_1 = -3$ ,  $\frac{S_6}{S_3} = \frac{7}{8}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = (\quad)$

- A. 不存在    B.  $\frac{2}{3}$     C.  $-\frac{2}{3}$     D. -2

3. 集合 $A = \{1, 2, t\}$ ,  $B = \{a^2 | a \in A\}$ ,  $C = A \cup B$ ,  $C$ 中元素和为6, 则元素积为

- ( )  
A. 1    B. -1    C. 8    D. -8

4.  $x, y, z$ 为正数, 求 $\frac{10x^2 + 10y^2 + z^2}{xy + yz + xz}$ 的最小值

5. 直线 $kx + 4y = 1$ 垂直于 $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$  ( $t$ 为参数),  $k = (\quad)$

- A. 3    B. -3    C.  $\frac{1}{3}$     D.  $-\frac{1}{3}$

6.  $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$  ( $\omega > 0$ ),  $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 对 $\forall x \in R$ 恒成立, 则 $\omega$ 的最小值为

- ( )  
A.  $\frac{3}{2}$     B. 1    C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{2}{3}$

7. 椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4b^2} = 1$ ,  $P, A, B$  在椭圆  $C$  上,  $k_{AP}, k_{BP}$  为相反数 ( $k$  与  $-k$ ), 则  $k_{AB}$  与 ( )

- A.  $b, k$  有关, 与  $P$  点无关      B.  $P$  点,  $b, k$  均有关  
C.  $P$  点,  $k$  有关, 与  $b$  无关      D.  $P$  点,  $b$  有关, 与  $k$  无关

8.  $\rho^2 \cos^2 \theta + \rho - 3\rho \cos \theta - 3 = 0$  表示 ( )

- A. 一个圆      B. 一个圆与一条直线      C. 两个圆      D. 两条线

9.  $|\vec{b}| = |\vec{a}| = |\vec{c}| = 1$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ , 则  $(\vec{a} + \vec{b})(2\vec{b} - \vec{c})$  的最小值为 ( )

- A.  $3 + \sqrt{3}$       B.  $3 - \sqrt{3}$       C.  $2 + \sqrt{2}$       D.  $2 - \sqrt{2}$

10.  $(1-x)^5 = a_0 + a_1x + \cdots + a_5x^5$ , 求  $(a_2 + a_4)(a_1 + a_3 + a_5)$

12. 正四面体装水到高度的  $\frac{1}{2}$  处, 问倒置后高度至何处

13. 使  $3^{|x-3|} + (x-3)\sin(x-3) + k\cos(x-3) = 0$  有唯一解的  $k$  ( )

- A. 不存在      B. 1 个      C. 2 个      D. 无穷多个

14. 两个圆柱体底面积  $S_1, S_2$ , 体积  $V_1, V_2$ , 侧面积相等,  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ , 求  $\frac{S_1}{S_2}$

15. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ , 焦点为  $A, B$ , 点  $C$  在双曲线上,  $\cos \angle ACB = \frac{3}{5}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长

16.  $A = \{1, 2, \dots, 100\}$ ,  $B = \{3x | x \in A\}$ ,  $C = \{2x | x \in A\}$ , 求  $B \cap C$  中元素个数

18.  $f(x) = \frac{ax^2}{2} - (1+2a)x + 2\ln x$  ( $a > 0$ ) 在  $(\frac{1}{2}, 1)$  有极大值, 则  $a$  的取值范围为  
( )

- A.(1, 2)      B.(1,  $+\infty$ )      C.(2,  $+\infty$ )      D. $(\frac{1}{e}, +\infty)$

19.  $\odot O_1$ ,  $\odot O_2$  与  $y = kx$ ,  $x$  正半轴均相切,  $r_1 r_2 = 2$ , 交点  $P(2, 2)$ ,  $k =$  ( )

- A.1      B. $\frac{4}{3}$       C. $\frac{3}{4}$       D. $\frac{1}{2}$

20. 偶函数  $f(x)$  满足  $f(x+4) = f(x) + 2f(2)$ , 求  $f(2022)$

22.  $\sin(2022\pi x) = x^2$  实根个数为 ( )

- A.2022      B.4044      C.2023      D.1011

23. 求方程  $|\sin x| + |\cos x| = \frac{\pi}{6}$  的根

24.  $F_1, F_2$  为双曲线两焦点 (焦点在  $x$  轴), 直线  $AB$  经过  $F_1$  且与双曲线左右两支交于点

$A, B$ ,  $2AF_1 = AB$ ,  $\angle F_1 A F_2 = 120^\circ$ , 求双曲线的离心率

25.  $f(x) = |x+1| + |x| - |x-2|$ ,  $f(f(x)) + 1 = 0$  根个数为 ( )

- A.1      B.2      C.3      D.0

26.  $\triangle ABC$ ,  $M$  为平面上一点,  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ,  $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle BCM}} =$  ( )

- A.3      B.8      C. $\frac{8}{3}$       D. $\frac{3}{8}$

27.  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ ,  $A$  中元素个数为 ( )

- A.4      B.5      C.8      D.9

28.  $\tan 15^\circ + 2\sqrt{2} \sin 15^\circ =$  ( )

- A. $\sqrt{3}$       B. $\sqrt{2}$       C.2      D.1

29. 空间中到正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  棱  $A_1D_1$ ,  $AB$ ,  $CC_1$  距离相等的点有 ( )

- A.无数      B.0      C.2      D.3

30.  $a > b > 0$ , 则  $a + \frac{4}{a+b} + \frac{1}{a-b}$  最小值为 ( )

- A. $2\sqrt{3}$       B. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$       C. $3\sqrt{2}$       D.4

31. 多项式  $f(x)$ ,  $g(x)$ , 问两命题 “ $f(x)$  是  $g(x)$  因式” “ $f(f(x))$  是  $g(g(x))$  因式” 充分必

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

32. 等势集合指两个集合间一一对应，下列为等势集合的是（ ）

A.  $[0, 1]$  与  $\{E | 0 \leq E \leq 1\}$       B.  $[0, 1]$  与  $\{a, b, c, d\}$

C.  $(0, 1)$  与  $[0, 1]$       D.  $\{1, 2, 3\}$  与  $\{a, b, c, d\}$

33.  $f(x) = \ln x - mx^2 + (1 - 2m)x + 1$ , 对  $\forall x > 0$ ,  $f(x) \leq 0$ , 求  $m$  的最小值

34. 圆锥中  $PO$  为高,  $PA$  为母线,  $B$  为底面上一点,  $OB \perp BA$ ,  $OH \perp BP$  于  $H$ ,

$|AO| = 2\sqrt{2}$ ,  $|AP| = 4$ ,  $V_{P-HOC}$  的最大值为 ( )

A.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

35. 数列  $\{a_n\}$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 6$ ,  $a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = 2$ , 求  $\sum_{i=1}^{2022} \frac{1}{a_i}$

38. 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$  ( $a > 3$ ), 弦  $AB$  中垂线过  $\left(-\frac{a}{5}, 0\right)$ , 求离心率  $e$  的取值范围

39. 椭圆  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在  $x + 2\sqrt{3}y - 4\sqrt{3} = 0$  上, 当  $\angle F_1PF_2$  最大

时, 则  $\frac{PF_1}{PF_2} =$  ( )

A.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{5}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

40.  $\triangle ABC$  中,  $A = 3B = 9C$ ,  $\cos A \cos B + \cos B \cos C + \cos C \cos A =$  ( )

A.  $\frac{1}{4}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

41. 8个点将半圆分成9段弧，以10个点（包括2个端点）为顶点的三角形中锐角三角形有（ ）个

- A.55      B.112      C.156      D.120

42.  $a_0 = \frac{1}{4}$ ,  $a_{n+1} = a_n^2 + a_n$ , 求  $\left[ \sum_{i=0}^{2022} \frac{1}{a_i + 1} \right]$

- A.1      B.2      C.3      D.4

43.  $f(x) = |x| + 2x + 1 + 3^x$  的反函数为  $g(x)$ ,  $(g(x^2))^2 = 1$  的根有（ ）个

- A.1      B.2      C.3      D.4

44.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(5-x) - 3}{x-2} = 2$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(x)$  在  $(3, f(3))$  处切线方程为（ ）

- A. $2x + y + 9 = 0$       B. $2x + y - 9 = 0$   
C. $-2x + y + 9 = 0$       D. $-2x + y - 9 = 0$

45. 正方体  $BD_1$  中,  $M$  为  $C_1D_1$  中点,  $OM \parallel$  面  $\beta$ ,  $\beta$  过  $B$  且异于平面  $B_1BCC_1$ ,  $P \in \beta$  且  $P$

在正方体内（边包括），则直线  $A_1P$  与平面  $B_1BCC_1$  的所成角的正切值最大为（ ）

- A. $\sqrt{3}$       B. $\frac{1}{2}$       C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. $\sqrt{2}$

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的设计理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微博账号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018