

北京十五中高三年级阶段测试数学试卷

2022.10

本试卷共4页,150分.考试时长120分钟.考生务必将答案答在答题纸上,在试卷上作答无效.

第一部分(选择题 共40分)

一、选择题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1.已知角 θ 的终边经过点 $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,则角 θ 可以为

- (A) $\frac{5\pi}{6}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{11\pi}{6}$ (D) $\frac{5\pi}{3}$

2.若 $\cos(\pi-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (0, 2\pi)$,则 x 的值为

- (A) $\frac{5\pi}{6}$ 或 $\frac{7\pi}{6}$ (B) $\pm \frac{\pi}{6}$ (C) $\pm \frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{4\pi}{3}$

3.在 $\triangle ABC$ 中, $C=60^\circ$, $a+2b=8$, $\sin A=6\sin B$,则 $c=$

- (A) $\sqrt{35}$ (B) $\sqrt{31}$ (C) 6 (D) 5

4.已知函数 $f(x) = 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$,则

- (A) $f(x)$ 是偶函数 (B) 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π
(C) 曲线 $y=f(x)$ 关于 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称

5.已知实数 α, β ,“ $\alpha + \beta = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ”是“ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6.已知 $\sin \theta + \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$,则 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7.在 $\triangle ABC$ 中, $a=7, c=3, \angle A=60^\circ$,则 $\triangle ABC$ 的面积为

- (A) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 则下列结论中错误的是

- (A) 函数 $f(x)$ 的值域与 $g(x)$ 的值域相同
 (B) 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点, 则 x_0 是函数 $g(x)$ 的零点
 (C) 把函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 就可以得到函数 $g(x)$ 的图象
 (D) 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ 上都是增函数

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0, \\ kx, & x < 0. \end{cases}$ 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立, 则实数 k 的取值范围

是

- (A) $(-\infty, -1)$ (B) $(-\infty, -1]$ (C) $(-1, 0)$ (D) $[-1, 0)$

10. 已知函数 $f(x) = a \sin x - 2\sqrt{3} \cos x$ 的一条对称轴为 $x = -\frac{\pi}{6}$, $f(x_1) + f(x_2) = 0$, 且函数 $f(x)$ 在 (x_1, x_2) 上具有单调性, 则 $|x_1 + x_2|$ 的最小值为

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$

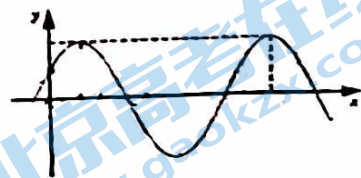
第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 - b^2 + c^2 + ac = 0$, 则 $B =$ _____.

12. 已知函数 $f(x) = 2 \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 部分图象如图所示, 则图中

x_0 的值为 _____.



13. 函数 $f(x) = \cos x - \cos 2x$ 的最大值是 _____.

14. 若曲线 $y = (x + a)e^x$ 有两条过坐标原点的切线, 则 a 的取值范围是 _____.

15. 函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数, 满足 $f(\frac{\pi}{2} - x) = f(\frac{\pi}{2} + x)$, 且当 $x \in [0, \pi)$ 时, $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - \pi x + \pi}$, 给

出下列四个结论:

- ① $f(\pi) = 0$;
 ② π 是函数 $f(x)$ 的周期;
 ③ 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增;
 ④ 函数 $g(x) = f(x) - \sin 1$ ($x \in [-10, 10]$) 所有零点之和为 3π .

其中, 正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 5 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. (13 分) 设函数 $f(x) = 4 \cos x \sin(x - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}$,

(I) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时，不等式 $f(x) \leq m$ 恒成立，求 m 的最小值；

(II) 已知函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = 1$ 有交点，求相邻两个交点间的最短距离.

17. (13 分) 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{2}$ ，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

(I) b 和 c 的值；

(II) $\sin(A - B)$ 的值.

条件①: $a = 6, \cos C = -\frac{1}{3}$; 条件②: $A = C, \cos B = -\frac{7}{9}$.

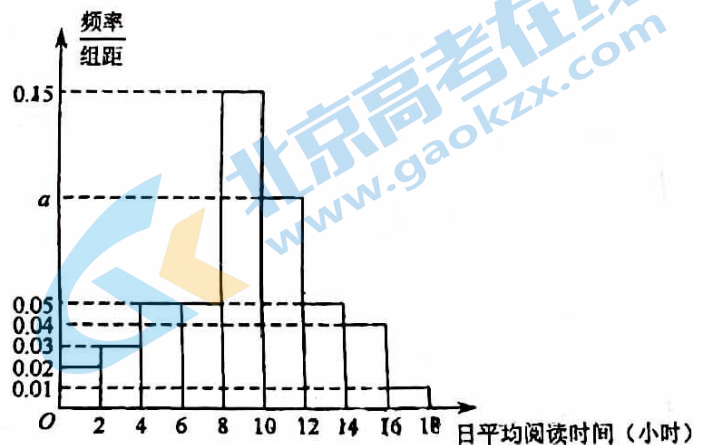
注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

18. (14 分) 每年的 4 月 23 日是联合国教科文组织确定的“世界读书日”，又称“世界图书和版权日”。为了解某地区高一学生阅读时间的分配情况，从该地区随机抽取了 500 名高一学生进行在线调查，得到了这 500 名学生的日平均阅读时间 (单位: 小时)，并将样本数据分成 $[0, 2], (2, 4], (4, 6], (6, 8], (8, 10], (10, 12],$

$(12, 14], (14, 16], (16, 18]$ 九组，绘制成如图所示的频率分布直方图.

(I) 求 a 的值；

(II) 为进一步了解这 500 名学生数字媒体阅读时间和纸质图书阅读时间的分配情况，从日平均阅读时间在 $(12, 14], (14, 16], (16, 18]$ 三组内的学生中，采用分层抽样的方法抽取了 10 人，现从这 10 人中随机抽取 3 人，记日平均阅读时间在 $(14, 16]$ 内的学生人数为 X ，求 X 的分布列；



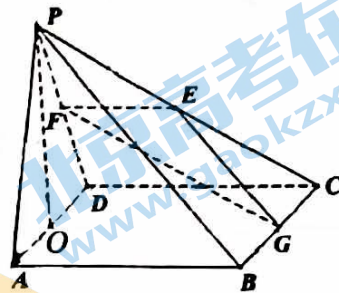
(III) 以调查结果的频率估计概率，从该地区所有高一学生中随机抽取 20 名学生，用 “ $P_{20}(k)$ ” 表示这

20 名学生中恰有 k 名学生日平均阅读时间在 $(10, 12]$ (单位: 小时) 内的概率，其中 $k = 0, 1, 2, \dots, 20$.

当 $P_{20}(k)$ 最大时，写出 k 的值. (只需写出结论)

19. (15分) 已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为4的正方形, $\triangle PAD$ 是正三角形, $CD \perp$ 平面 PAD , E, F, G, O 分别是 PC, PD, BC, AD 的中点.

- (I) 求证: $PO \perp$ 平面 $ABCD$;
- (II) 求平面 EFG 与平面 $ABCD$ 所成锐二面角的大小;
- (III) 线段 PA 上是否存在点 M , 使得直线 GM 与平面 EFG 所成角为 $\frac{\pi}{6}$, 若存在, 求线段 PM 的长度; 若不存在, 说明理由.



20. (15分) 已知函数 $f(x) = 12 - x^2$.

- (I) 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率等于 -2 的切线方程;
- (II) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(t, f(t))$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $S(t)$, 求 $S(t)$ 的最小值.

21. (15分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$.

- (I) 求函数 $f(x)$ 的极值;
- (II) 求证: 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) > -\frac{1}{2}x^2 + 1$;
- (III) 当 $x > 0$ 时, 若曲线 $y = f(x)$ 在曲线 $y = ax^2 + 1$ 的上方, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯