

高二数学 测试卷

2023. 04

班级: _____

姓名: _____

注意
事项

1. 本试卷共 4 页, 共 23 道小题, 满分 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上指定位置贴好条形码, 或填涂考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上。
4. 在答题卡上, 选择题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 答题不得使用任何涂改工具。

出题人: 高二备课组

审核人: 高二备课组

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

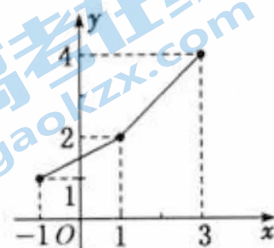
1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, 则 $a_4 =$ ()

A. 6 B. 8 C. 16 D. 32

2. 8和2的等比中项是()

A. 5 B. ± 4 C. ± 5 D. 4

3. 右图是函数 $y = f(x)$ 的图象, 函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$, $[1, 3]$ 上的平均变化率分别为 m_1 , m_2 , 则 m_1 , m_2 的大小关系是 ()



A. $m_1 > m_2$ B. $m_1 < m_2$ C. $m_1 = m_2$ D. 无法确定

4. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , $a_2 = -2$, $a_5 = -16$, 则 $S_6 =$ ()

A. -63 B. 63 C. -31 D. 31

5. 下列求导运算正确的是()

A. $(\sin x)' = -\cos x$ B. $(\frac{1}{x})' = \ln x$ C. $(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$ D. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = 11 - 2n$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 S_n 取得最大值时 n 的值为()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 口袋中装有大小形状相同的红球3个，白球3个，小明从中不放回的逐一取球，已知在第一次取得红球的条件下，第二次取得白球的概率为()

- A. 0.4 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.75

8. 等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数，且 $a_1, \frac{1}{2}a_3, a_2$ 成等差数列，则 $\frac{a_3+a_4}{a_4+a_5} = ()$

- A. $-\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则“ $q > 1$ ”是“ $a_n - a_{n+1} < 0$ ”的()

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

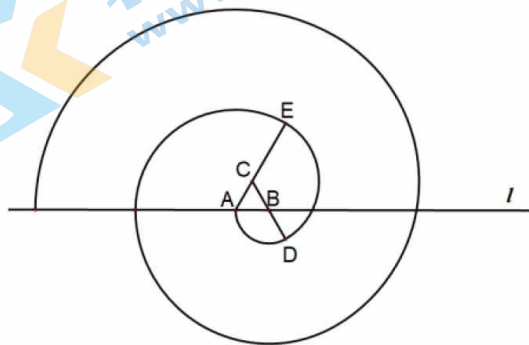
10. 用数学归纳法证明 $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \dots + \frac{1}{n+n} \geq \frac{11}{24} (n \in N^*)$ 时，由 $n = k$ 到 $n = k + 1$ 时，不等式左边应添加的项是()

- A. $\frac{1}{2k+1}$ B. $\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{k+1}$ C. $\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2}$ D. $\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2}$

11. 对于数列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 1$ ， $a_5 = -2$ ， $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ ，则 $a_{2023} = ()$

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

12. 原始的蚊香出现在宋代。根据宋代冒苏轼之名编写的《格物粗谈》记载：“端午时，贮浮萍，阴干，加雄黄，作纸缠香，烧之，能祛蚊虫。”如图，为某校数学兴趣小组用数学软件制作的“螺旋蚊香”，画法如下：在水平直线 l 上取长度为1的线段 AB ，做一个等边三角形 ABC ，然后以点 B 为圆心， AB 为半径逆时针画圆弧，交线段 CB 的延长线于点 D ，再以点 C 为圆心， CD 为半径逆时针画圆弧，交线段 AC 的延长线于点 E ，以此类推，当得到的“螺旋蚊香”与直线 l 恰有21个交点时，“螺旋蚊香”的总长度的最小值为()



- A. 290π B. 310π C. 340π D. 930π

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

13. 曲线 $y = x^3$ 在点 $(1,1)$ 处的切线斜率 $k =$ _____.

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1 = 1$ ， $S_{10} = 75$ ，则 $a_{10} =$ _____.

15. 甲、乙两人向同一目标各射击一次，已知甲命中目标的概率为 0.6，

乙命中目标的概率为 0.5，目标至少被命中 1 次的概率为 _____.

16. 离散型随机变量 ξ 的分布列如右表所示， $p =$ _____， $D(\xi) =$ _____.

| | | |
|-------|---------------|-----|
| ξ | 0 | 1 |
| P | $\frac{1}{3}$ | p |

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， $a_1 = 16$ ，公比 $q = -\frac{1}{2}$. 若 T_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积，则 T_n 的最大值为 _____.

18. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若存在实数 A ，使得对于任意的 $n \in \mathbb{N}^*$ ，都有 $|S_n| < A$ ，则称数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”. 则以下 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”的是 _____.

① 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1 > 0$ ，公差 $d < 0$ ；② 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，且公比 q 满足 $|q| < 1$ ；

③ $a_n = \frac{n+2}{n(n+1)2^{n+1}}$ ；

④ 若 $a_1 = 1$ ， $a_{n+2} + (-1)^n a_n = 0$.

三、解答题（共 5 小题，共 72 分。解答写出文字说明，演算步骤或证明过程）

19. （本题 14 分）

学校的一个社团中有 7 名同学，其中 2 人只会法语，2 人只会英语，3 人既会法语又会英语，现选派 3 人到法国的学校交流访问。

（I）在选派的 3 人中恰有 2 人会法语的概率；

（II）在选派的 3 人中既会法语又会英语的人数 ξ 的分布列与期望。

20. （本题 14 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，且满足 _____.

（I）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）设 $b_n = a_n + 2^{n-1}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

从① $a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbb{N}^*)$ ；② $a_{n+1} - a_n = 2 (n \in \mathbb{N}^*)$ ；③ $a_{n+1} + a_n = 2 (n \in \mathbb{N}^*)$ 这三个条件中选择一个，

补充在上面的问题中并作答. 注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

21. (本题 15 分)

2023 年春节档有多部优秀电影上映, 其中《流浪地球》是比较火的一部. 某影评网站统计了 100 名观众对《流浪地球》的评分情况, 得到如下表格:

| 评价等级 | ★ | ★★ | ★★★ | ★★★★ | ★★★★★ |
|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 分数 | 0~20 | 21~40 | 41~60 | 61~80 | 81~100 |
| 人数 | 5 | 2 | 12 | 6 | 75 |

- (I) 根据以上评分情况, 试估计观众对《流浪地球》的评价在四星以上(包括四星)的频率;
- (II) 以表中各评价等级对应的频率作为各评价等级对应的概率, 假设每个观众的评分结果相互独立.
- (i) 若从全国所有观众中随机选取 3 名, 求恰有 2 名评价为五星 1 名评价为一星的概率;
- (ii) 若从全国所有观众中随机选取 5 名, 记评价为五星的人数为 X , 求 X 的数学期望和方差.

22. (本题 15 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = 2a_n - 3n (n \in \mathbb{N}^*)$.

- (I) 证明: 数列 $\{a_n + 3\}$ 是等比数列;
- (II) 求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (III) 数列 $\{a_n\}$ 中是否存在三项, 它们可以构成等差数列? 若存在, 求出一组符合条件的项; 若不存在, 说明理由.

23. (本题 14 分)

若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($0 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$) 满足: 对任意 i, j ($1 \leq i \leq j \leq n$), 均存在 k, t ($1 \leq k \leq n, 1 \leq t \leq n$), 使得 $(a_j - a_i - a_k)(a_j + a_i - a_t) = 0$, 则称 A 具有性质 P .

- (I) 判断集合 $M = \{0, 3, 6, 9\}$, $N = \{1, 4, 6, 8\}$ 是否具有性质 P ; (只需写出结论)
- (II) 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($0 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$) 具有性质 P .
- (i) 求 a_1 ;
- (ii) 证明: $\frac{n}{2}a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯