保密★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型：A

准考证号______________________姓名__________

（在此卷上答题无效）

名校联盟全国优质校2024届高三大联考

数学试题

2024.2

本试卷共4页，考试时间120分钟，总分150分。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\{x|2x^2-5x+2<0\}$，$B=\{x|x>1\}$，则$A\cap B=$（　）

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},2\right)$　　D. $(1,2)$

2. 已知i为虚数单位，$\left|\frac{1-i}{1-2i}\right|=$（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

3. 已知$a,\vec{b}$是两个单位向量，若$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{3}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　）

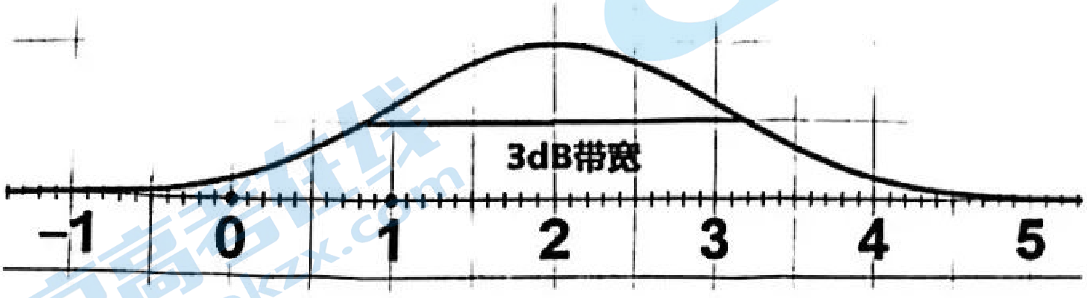
A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 设直线$x-3y+m=0(m\neq0)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）分别交于$A$、$B$两点，若线段$AB$的中点横坐标是$\frac{4}{5}m$，则该双曲线的离心率是（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

5. 一般来说，输出信号功率用高斯函数来描述，定义为$I(x)=I_0e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，其中$I_0$为输出信号功率最大值（单位：mW），$x$为频率（单位：Hz），$\mu$为输出信号功率的数学期望，$\sigma^2$为输出信号的方差，3dB带宽是光通信中一个常用的指标，是指当输出信号功率下降至最大值一半时，信号的频率范围，即对应函数图像的宽度。现已知输出信号功率为$I(x)=I_0e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$（如图所示），则其3dB带宽为（　）

A.$\sqrt{\ln 2}$　　B.$4\sqrt{\ln 2}$　　C.$3\sqrt{\ln 2}$　　D.$2\sqrt{2\ln 2}$



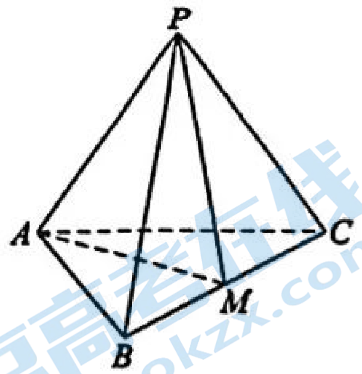
6. 已知a_1，a_2，a_3，a_4，a_5成等比数列，且2和8为其中的两项，则a_5的最小值为（　）

A. -32　　B. -16　　C. $\dfrac{1}{32}$　　D. $\dfrac{1}{16}$

7. 如图，在三棱锥$P-ABC$中，$AB=BC=\sqrt{2}$，$BA\perp BC$，$PA=PB=PC=2$，点M是棱BC上一动点，则$PM+MA$的取值范围是（　）

A. $\left[\sqrt{6+2\sqrt{7}},4\right]$　　B. $\left[2+\sqrt{2},4\right]$

C. $\left[\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{14}}{2},4\right]$　　D. $\left[\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{14}}{2},2+\sqrt{2}\right]$



8. 方程$2\cos 2x\left(\cos 2x-\cos\left(\dfrac{2014\pi^2}{x}\right)\right)=\cos 4x-1$所有正根的和为（　）

A. 810π　　B.1008π　　C.1080π　　D. 1800π

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 下列命题正确的是（　）

A. 若A、B两组成对数据的样本相关系数分别为$r_A=0.97$，$r_B=-0.99$，则A组数据比B组数据的相关性较强

B. 若样本数据x_1，x_2，…，x_6的方差为2，则数据$2x_1-1$，$2x_2-1$，…，$2x_6-1$的方差为8

C. 已知互不相同的30个样本数据，若去掉其中最大和最小的数据，剩下28个数据的22%分位数不等于原样本数据的22%分位数

D. 某人解答5个问题，答对题数为X，若$X\sim B(5,0.6)$，则$E(X)=3$

10．对于函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，下列说法正确的是（　）

A．$f(x)$在$x=e$处取得极大值$\dfrac{1}{e}$

B．$f(x)$有两个不同的零点

C．$f(4)<f(\pi)<f(3)$

D．$\pi^4<4^\pi$

11．已知M_n是圆$O_n: x^2+y^2-2nx-2ny+n^2=0(n\in \mathbf{N}^*)$上任意一点，过点$P_n(-1,n)$向圆$O_n$引斜率为$k_n(k_n>0)$的切线$l_n$，切点为$Q_n(x_n,y_n)$，点$A_n(3n,n)$，则下列说法正确的是（　）

A．$n=1$时，$k_1=\sqrt{3}$　　B．$y_n=\dfrac{n\sqrt{2n+1}}{n+1}+n$

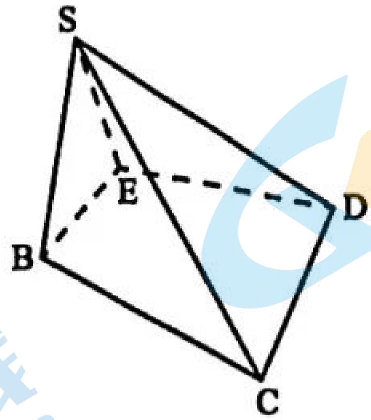
C．$\sqrt{\dfrac{1-x_n}{1+x_n}}<\sqrt{2}\sin(\dfrac{x_n}{y_n-n})$　　D．$\dfrac{1}{2}|M_nA_n|+|M_nP_n|$的最小值是$\dfrac{3}{2}n+1$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．

12．设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，$\dfrac{S_{n+1}}{n+1}-\dfrac{S_n}{n}=1$，$a_3=5$，则$a_{2024}=$______．

13．设函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$在区间$(0,\pi)$上恰有两个零点，则$\omega$的取值范围是______．

14．如图，在ΔSBE中，$SE=BE=1$，在直角梯形$BEDC$中，$BE\perp DE, CD/\!/BE, CD=2, DE=\sqrt{3}$，$DE\perp SE$，记二面角$S-DE-B$的大小为$\theta$，若$\theta\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，则直线$SC$与平面$SDE$所成角的正弦值的最大值为______．



四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13分）

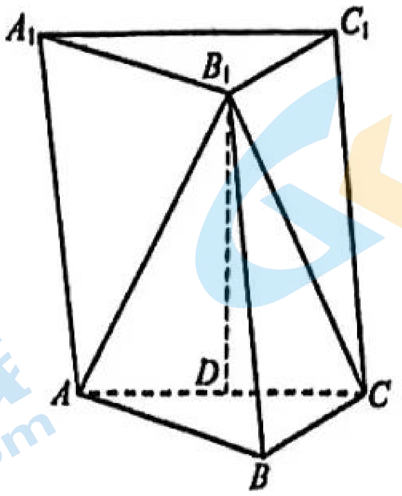
若数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$S_n=2a_n+n-4$．

（1）证明：数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

（2）设$b_n=\log_2(a_{n+1}-1)$，求数列$\{b_n(a_n-1)\}$的前n项和T_n．

16.（15分）

在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=13$，在底面ΔABC中，有$AB\perp BC$，且$AB=8$，$BC=6$，点D为等腰三角形B_1AC的底边AC的中点，在ΔBB_1D中，有$\cos\angle BB_1D=\frac{12}{13}$.



（1）求证：$BC\perp B_1D$；

（2）求直线AB_1与平面B_1BC所成角的正弦值.

17.（15分）

甲、乙两俱乐部进行羽毛球团体赛，比赛依次按照男子双打、女子双打、混合双打、男子单打、女子单打共五个项目进行.规定每个项目均采取三局两胜制，且在上述五项中率先赢下三项的俱乐部获胜（后续项目不再进行比赛）.已知在男双项目、女双项目、男单项目这三项的每局中，甲俱乐部获胜的概率均为0.7；在混双项目、女单项目这两项的每局中，乙俱乐部获胜的概率均为0.8，假设每局比赛之间互不影响.（注：比赛没有平局，且所有结果均保留一位小数.）

（1）求甲俱乐部在男子双打项目中获胜的概率；

（2）记比赛结束时所完成的比赛项目数量为随机变量X，求X的分布列和数学期望.

18.（17分）

已知椭圆E的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），$A$为$E$的左顶点，$B$为$E$的上顶点，$E$的离心率为$\frac{1}{2}$，$\Delta ABO$的面积为$\sqrt{3}$.

（1）求E的方程；

（2）过点P（-2,1）的直线交E于M、N两点，点M且垂直于x轴的直线交直线AN于点H，证明:线段MN的中点在定直线上.

19.（17分）

已知函数$f(x)=\ln x-\frac{a}{x}$.

（1）当$a=-1$时，求$f(x)$的极值；

（2）若存在实数$0<x_0<\frac{1}{2}$，满足$f(x_0)=f(\frac{x_0^2}{1-x_0})$，求$f(a^2)$的取值范围.