绝密★启用前

2023—2024 学年高三一轮总复习验收考试

数学试卷

试卷共 4 页，19 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，请将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x|x(x-3)<4\}$，$N=\{y|y<3\}$，则 $M\cap N=$

A. $\varnothing$　　B. $\{x|-4<x<3\}$　　C. $\{x|-1<x<3\}$　　D. $\{x|1<x<3\}$

2. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)=x^5+(a+1)x^4-2\ 024$ 的导函数 $f'(x)$ 为偶函数，则 $f(a)=$

A. $-2\ 025$　　B. $-2\ 024$　　C. -1　　D. $2\ 025$

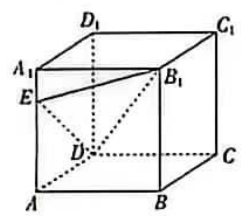
3. 已知 F 是抛物线 $C:x=2y^2$ 的焦点，点 $M(2,m)$ 在抛物线 C 上，则 $|MF|=$

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{5}{2}$　　C. $\frac{9}{8}$　　D. $\frac{17}{8}$

4. 研究表明，地震时释放的能量 E(单位：焦耳)与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E=4.8+1.5M$. 2023 年 12 月 18 日在甘肃积石山县发生了里氏 6.2 级地震，2024 年 1 月 4 日在斐济群岛发生了里氏 5.7 级地震，若前后这两个地震释放的能量之比是 n，则 n 的整数部分为

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

5. 已知一正方体木块 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4，点 E 在棱 AA_1 上，且 $AE=3$. 现过 D,E,B_1 三点作一截面将该木块分开，则该截面的面积为



A. $4\sqrt{26}$　　B. $5\sqrt{17}$　　C. $2\sqrt{26}$　　D. $\frac{5\sqrt{17}}{2}$

6. 已知复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，且 $|2-i-z|=1$，则 $\frac{b+a}{a+1}$ 的取值范围为

A. $\left[\frac{-3-\sqrt{3}}{4},\frac{-3+\sqrt{3}}{4}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{-3-\sqrt{3}}{4}\right]\cup\left[\frac{-3+\sqrt{3}}{4},+\infty\right)$

C. $\left[\frac{1-\sqrt{3}}{4},\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right]$　　D. $\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right]\cup\left[\frac{1+\sqrt{3}}{4},+\infty\right)$

7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)+\frac{1}{2}\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$，其导函数为 $f'(x)$，且 $f(0)\cdot f'(0)=0$，$f(x)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 上恰有 4 个不同的实数 $x_i(i=1,2,3,4)$，使得对任意 x 都满足 $f(x)+f(2x_i-x)=1$，且对任意角 α，$f(x)$ 在区间 $\left(\alpha,\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$ 上均不是单调函数，则 ω 的取值范围是

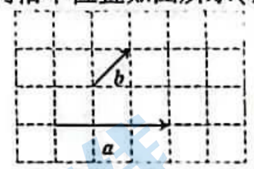
A. $\left(\frac{19}{12},\frac{25}{12}\right]$　　B. $\left(2,\frac{25}{12}\right]$　　C. $\left(\frac{19}{12},2\right)$　　D. $\left(\frac{25}{12},+\infty\right)$

8. 142 857 被称为世界上最神秘的数字，$142\ 857\times1=142\ 857$，$142\ 857\times2=285\ 714$，$142\ 857\times3=428\ 571$，$142\ 857\times4=571\ 428$，$142\ 857\times5=714\ 285$，$142\ 857\times6=857\ 142$，所得结果是这些数字反复出现，若 $a=e^{0.142\ 857}$，$b=\frac{\ln 1.285\ 714}{2}+1$，$c=\sqrt{1.285\ 714}$，则

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $b>a>c$　　D. $a>c>b$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 在由正方形组成的网格中位置如图所示(网格中面积最小的正方形边长为 1)，则



A. $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$　　B. 存在实数 λ，使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

C. $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=7$　　D. 向量 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影向量为 $-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}$

10. 化学中经常碰到正八面体结构(正八面体是每个面都是正三角形的八面体)，如六氟化硫(化学式 SF_6)、金刚石等的分子结构. 将正方体六个面的中心连线可得到一个正八面体(如图 1)，已知正八面体 $E-ABCD-F$ 的(如图 2)棱长为 2，则

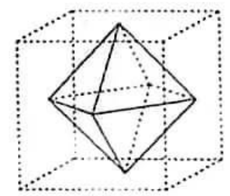


图 1

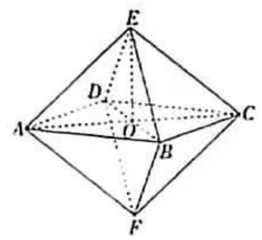


图 2

A. 正八面体 $E-ABCD-F$ 的内切球表面积为 $\frac{8\pi}{3}$

B. 正八面体 $E-ABCD-F$ 的外接球体积为 $\frac{8\pi}{3}$

C. 若点 P 为棱 EB 上的动点，则 $AP+CP$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

D. 若点 Q 为棱 AF 上的动点，则四棱锥 $E-QBC$ 的体积为定值 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

11. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，且$9a_na_{n+1}=a_n-4a_{n+1}$，数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$与数列$\{4^na_na_{n+1}\}$的前$n$项和分别为$R_n$，$T_n$，则

A. $\frac{a_{n+1}}{a_n}>\frac{1}{4}$　　　　B. $T_n<\frac{1}{3}$

C. $S_n<\frac{43}{39}$　　　　D. $R_n\geqslant 6n^2-5n$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_3+a_{10}=\frac{3\pi}{8}$，则$\cos S_{12}=$________.

13. “圆排列”亦称“循环排列”“环排列”，最早出现在中国《易经》的四象八卦组合. 当A,B,C三位同学围成一个圆时，其中一个排列“ABC”与该排列旋转一个或几个位置得到的排列“BCA”或“CAB”是同一个排列，现有六位同学围成一个圆做游戏，其排列总数为________.（用数字作答）

14. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过点$F_2$且斜率为1的直线$l$与$C$的右支交于$A,B$两点，若$\triangle F_1AB$的内心恰好在它的一条高线上，则$C$的离心率为________.

四、解答题：本题共5小题，共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$\frac{\sqrt{3}\cos A}{3}-\frac{a\cos C}{2b}=\frac{c\cos A}{2b}$.

(1)求A；

(2)若$a^2+c^2-b^2=ac$，点D在边AB上，$BD=2AD$，$CD=\sqrt{13}$，求$\triangle ABC$的面积.

16. (15分)2024年1月5日起，第40届中国·哈尔滨国际冰雪节在黑龙江省哈尔滨市举行，让大家对冰雪文化进一步了解，激发了大家对冰雪运动进一步的热爱. 为了调查不同年龄层的人对“冰雪运动”的喜爱态度，某研究小组随机调查了哈尔滨市M社区年龄在$[20,70)$的市民300人，所得结果统计如下频数分布表所示.

年龄a(单位:周岁)	$[20,30)$	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$
频数	30	81	99	60	30
持喜爱态度	24	65	75	30	12

(1)求该样本中市民年龄的平均数；(同一组中的数据用该区间的中点值作代表)

(2)从这300名市民中随机抽取1人，在此人喜爱冰雪运动的前提下，求其年龄小于50周岁的概率；

(3)为鼓励市民积极参加这次调查，该研究小组决定给予参加调查的市民一定的奖励，奖励方案有两种：

方案一：按年龄a进行分类奖励，当$a<30$时，奖励10元；当$30\leqslant a<50$时，奖励30元；当$a\geqslant 50$时，奖励40元；

方案二：利用抽奖的方式获得奖金，其中年龄低于样本中位数的可抽1次奖，年龄不低于样本中位数的可抽2次奖. 每次抽中奖励30元，未抽中奖励10元，各次抽奖间相互独立，且每次抽奖中奖的概率均为$\frac{2}{3}$.

将频率视为概率，利用样本估计总体的思想，若该研究小组希望最终发出更多的奖金，则从期望角度出发，该研究小组应采取哪种方案.

17. (15分)已知等边$\triangle ABC$的边长为4，E,F,H分别是边AB,BC,AC的中点(如图1)，现以EF为折痕把$\triangle BEF$折起，使点B到达点B'的位置，且$HB'=3$(如图2).

(1)证明：$AC\perp HB'$；

(2)在线段$B'H$上是否存在点M，使得M到平面$B'EF$的距离为$\frac{3}{4}$，若存在，求出$\frac{B'M}{MH}$的值；若不存在，请说明理由.

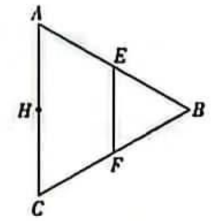


图1

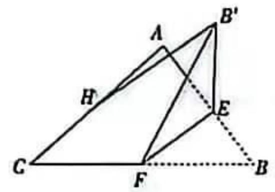


图2

18. (17分)已知椭圆$C:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$的右焦点为$F$，过$N(2,0)$的直线$l$与$C$交于$A,B$两点.

(1)若点M为C上一动点，求$|MF|+|MN|$的最大值与最小值；

(2)若$\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{NB}$，求$l$的斜率；

(3)在x轴上是否存在定点Q，使得$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$为定值？若存在，求出定点$Q$的坐标；若不存在，请说明理由.

19. (17分)已知函数$g(x)=1-2\ln x-\frac{a}{x^2}(a>0)$，且$g(x)$的极值点为$x_0$.

(1)求x_0；

(2)证明：$2g(x_0)+2\leqslant\frac{2}{a}$；

(3)若函数$g(x)$有两个不同的零点x_1,x_2，证明：$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>2g(x_0)+2$.