

高二年级数学试卷

2020.7

(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

第一部分(选择题 共 50 分)

一、选择题共 10 题,每题 5 分,共 50 分.在每题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

(1)若随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

则 X 的数学期望 $E(X)$ 是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$

(2)某物体作直线运动,位移 y (单位:m) 与时间 t (单位:s) 满足关系式 $y=2t^2+1$,那么该物体在 $t=3s$ 时的瞬时速度是

- (A) 2m/s (B) 4m/s (C) 7m/s (D) 12m/s

(3)曲线 $f(x)=\ln x$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为

- (A) $x-y-1=0$ (B) $x-y+1=0$ (C) $x+y-1=0$ (D) $x+y+1=0$

(4) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 的二项展开式中的常数项为

- (A) 1 (B) 6 (C) 15 (D) 20

(5)从 3 名男生和 4 名女生中各选 2 人组成一队参加数学建模比赛,则不同的选法种数是

- (A) 12 (B) 18 (C) 35 (D) 36

(6)某射手每次射击击中目标的概率都是 $\frac{4}{5}$,则这名射手在 3 次射击中恰有 2 次击中目标的概率为

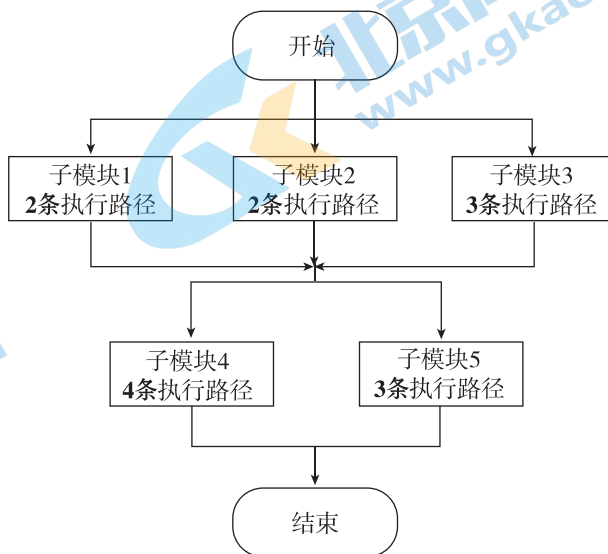
- (A) $\frac{12}{125}$ (B) $\frac{16}{125}$ (C) $\frac{32}{125}$ (D) $\frac{48}{125}$

(7)曲线 $f(x)=e^x-\sqrt{3}x$ 上任意一点 P 处的切线斜率的取值范围是

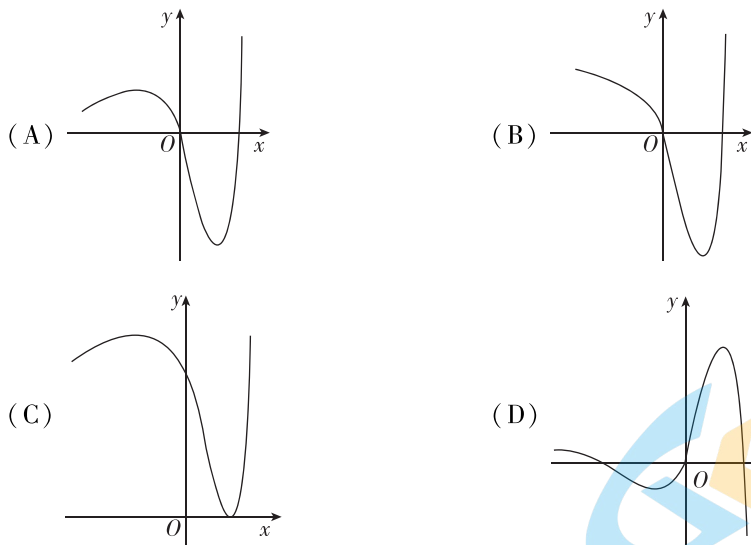
- (A) $(-\infty, -\sqrt{3})$ (B) $(-\sqrt{3}, +\infty)$
(C) $(-\infty, \sqrt{3}]$ (D) $[-\sqrt{3}, +\infty)$

(8) 一般地,一个程序模块由许多子模块组成,一个程序模块从开始到结束的路线称为该程序模块的执行路径.如图是一个计算机程序模块,则该程序模块的不同的执行路径的条数是

- (A) 6
- (B) 14
- (C) 49
- (D) 84



(9) 函数 $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ 的图象大致是



(10) 已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = ax + 1$, 若存在 $x_0 \geq \frac{1}{e}$ 使得 $f(x_0) = g(-x_0)$, 则实数 a 的取值范围是

- (A) $\left[-2e, \frac{1}{e^2}\right]$
- (B) $\left[-\frac{1}{e^2}, 2e\right]$
- (C) $\left[\frac{1}{2e}, e^2\right]$
- (D) $\left[\frac{1}{e^2}, 2e\right]$

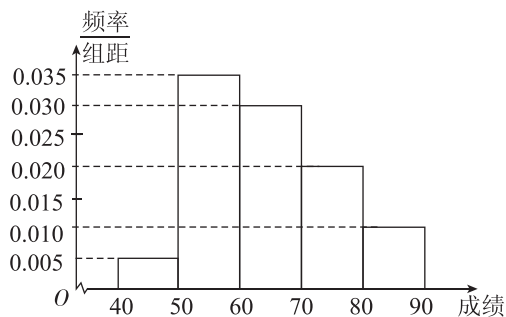
第二部分(非选择题 共100分)

二、填空题共6题,每题5分,共30分.

(11) 已知函数 $f(x) = \sin x$ 的导函数为 $f'(x)$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ _____.

(12) 若随机变量 $X \sim B\left(3, \frac{1}{4}\right)$, 则 X 的数学期望 $E(X)$ 是 _____.

(13) 从某校高一年级所有学生中随机选取100名学生, 将他们参加知识竞赛的成绩的数据绘制成频率分布直方图, 如图所示. 从成绩在 $[70, 80)$, $[80, 90]$ 两组内的学生中, 用分层抽样的方法选取了6人参加一项活动, 若从这6人中随机选取两人担任正副队长, 则这两人来自同一组的概率为 _____.

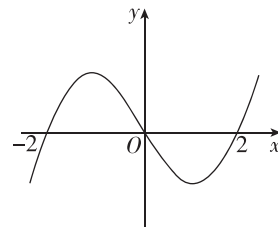


(14) 在 $(2x+1)^5$ 的二项展开式中, 二项式系数之和为 _____; 所有项的系数之和为 _____.

(15) 某商场举行促销活动, 凡购买一定价值的商品便可以获得两次抽奖机会. 第一次抽奖中奖的概率是0.5, 第二次抽奖中奖的概率是0.3, 两次抽奖是否中奖互不影响. 那么两次抽奖中至少有一次中奖的概率是 _____.

(16) 设定义在 \mathbf{R} 上的连续函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 已知函数 $y = x \cdot f'(x)$ 的图象(如图)与 x 轴的交点分别为 $(-2, 0)$, $(0, 0)$, $(2, 0)$. 给出下列四个命题:

- ① 函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-2, 0)$, $(2, +\infty)$;
- ② 函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, -2)$, $(2, +\infty)$;
- ③ $x = -2$ 是函数 $f(x)$ 的极小值点;
- ④ $x = 2$ 是函数 $f(x)$ 的极小值点.



其中, 正确命题的序号是 _____.

注: 本题给出的命题中, 有多个符合题目要求. 全部选对得5分, 不选或有错选得0分, 其他得3分.

三、解答题共 4 题,共 70 分. 解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

(17)(本小题 18 分)

新生儿性别比是指在某段时间内新生儿中男婴人数与女婴人数的比值的 100 倍. 下表是通过抽样调查得到的某地区 2014 年到 2018 年的年新生儿性别比.

年份	2014	2015	2016	2017	2018
新生儿性别比	110.8	108.0	106.4	105.4	104.8

- (I) 根据样本数据,估计从该地区 2015 年的新生儿中随机选取 1 人为女婴的概率(精确到 0.01);
- (II) 从 2014 年到 2018 年这五年中,随机选取两年,用 X 表示该地区的新生儿性别比高于 107 的年数,求 X 的分布列和数学期望;
- (III) 根据样本数据,你认为能否否定“生男孩和生女孩是等可能的”这个判断? 并说明理由.

(18)(本小题 18 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x + a, a \in \mathbf{R}$.

- (I) 若 $a=0$,求证:当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $f(x) \geq x$ 恒成立;
- (II) 当 $a=1$ 时,求 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值和最小值;
- (III) 若函数 $f(x)$ 存在极大值和极小值,且极大值和极小值的差不超过 4,求 a 的取值范围.

(19)(本小题 18 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}, a \in \mathbf{R}$.

- (I) 当 $a=1$ 时,求曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (II) 求函数 $f(x)$ 的极值;
- (III) 若 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 时取得极值,设 $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$,当 $0 < x_1 < x_2$ 时,试比较

$\frac{g(x_2) - g(x_1)}{2}$ 与 $\frac{x_2 - x_1}{x_2 + x_1}$ 的大小,并说明理由.

(20)(本小题 16 分)

已知集合 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 中的元素都是正整数,对任意 $a_i, a_j \in S$,定义 $d(a_i, a_j) = \left| \frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_j} \right|$. 若存在正整数 k ,使得对任意 $a_i, a_j \in S (a_i \neq a_j)$,都有 $d(a_i, a_j) \geq \frac{1}{k^2}$,则称集合 S 具有性质 F_k . 记 $d(S)$ 是集合 $\{d(a_i, a_j) \mid a_i, a_j \in S\}$ 中的最大值.

- (I) 判断集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 和集合 $B = \{6, 8, 12, 16\}$ 是否具有性质 F_4 ,直接写出结论;
- (II) 若集合 S 具有性质 F_k ,求证:
- (i) $d(S) \geq \frac{n-1}{k^2}$;
- (ii) $n \leq 2k-1$.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。