

2021 北京海淀初三二模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	B	A	A	B	D	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq 4$

10. $b(a+1)(a-1)$

11. $<$

12. $\frac{1}{4}$

13. 答案不唯一，如： $AD = BC$ ，或 $AB \parallel CD$ 等

14.
$$\begin{cases} y - x = 4.5 \\ x - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

15. $=$

16. 36

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21-22 题，每小题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 1 + 2\sqrt{2}$.

18.（本小题满分 5 分）

解：去分母，得 $x - 3 + x - 2 = 3$

解得 $x = 4$.

经检验， $x = 4$ 是原方程的解，

所以，原方程的解为 $x = 4$.

19.（本小题满分 5 分）

解： $(a-1)^2 - 2a(a-1)$
 $= a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 2a$
 $= -a^2 + 1$

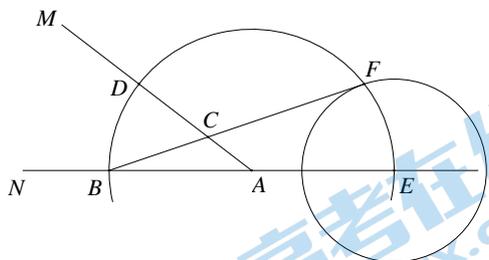
$$\therefore a = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{原式} = -(\sqrt{3})^2 + 1$$

$$= -2$$

20. (本小题满分 5 分)

解: (1) 如图即为所求.



(2) 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半; $\angle EAF$.

21. (本小题满分 6 分)

(1) 证明: $\because a=1, b=-m, c=2m-4,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4(2m-4)$$

$$= m^2 - 8m + 16$$

$$= (m-4)^2$$

\therefore 无论 m 取何值时, $(m-4)^2 \geq 0,$

\therefore 此方程总有两个实数根.

(2) 解: $\because \Delta = (m-4)^2 \geq 0,$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{m \pm (m-4)}{2}.$$

$$\therefore x_1 = m-2, x_2 = 2.$$

\therefore 此方程有一个根小于 1, 且 $x_2 = 2 > 1.$

$$\therefore m-2 < 1.$$

$$\therefore m < 3.$$

22. (本小题满分 6 分)

(1) 证明:

$\because DE \parallel AB, EF \parallel AC,$

\therefore 四边形 $ADEF$ 是平行四边形.

$\therefore AE = DF,$

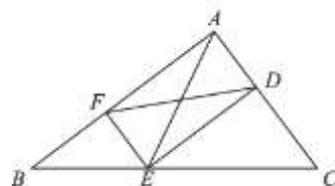


图1

∴ □ADEF 是矩形.

∴ ∠BAC=90°.

(2) 解:

当 AF=AD 时, 由 (1) 知,

此时四边形 ADEF 是正方形.

方法 1

∵ DE // AB,

∴ ∠DEC=∠B, ∠EDC=∠BAC=90°.

∴ $\tan \angle DEC = \tan B = \frac{3}{4}$.

在 Rt△DEC 中, 设 DC=3x, 则 DE=4x.

∵ 四边形 ADEF 是正方形,

∴ AD=DE=4x.

∴ AC=AD+DC=7x=3.

∴ $x = \frac{3}{7}$,

∴ $AD = 4x = \frac{12}{7}$.

方法 2:

在 Rt△ABC 中, ∠BAC=90°, $\tan B = \frac{3}{4}$, AC=3,

∴ AB=4.

∵ 四边形 ADEF 是正方形, 设 AD=DE=x.

∵ DE // AB,

∴ △CED ∽ △CBA.

∴ $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$, 即 $\frac{3-x}{3} = \frac{x}{4}$,

解得 $x = \frac{12}{7}$,

∴ $AD = \frac{12}{7}$.

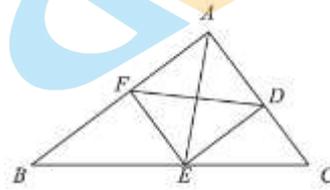


图2

23. (本小题满分 5 分)

(1) 解: ∵ 一次函数 $y = kx - 1$ 的图象过点 (2, 3),

$$\therefore 3 = 2k - 1, \text{ 即 } k = 2.$$

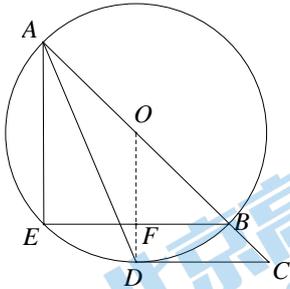
\therefore 这个一次函数的解析式是 $y = 2x - 1$.

$$(2) a \geq 1.$$

24. (本小题满分 6 分)

(1) 证明:

连接 OD , 交 BE 于点 F , 在 $\odot O$ 中



$\therefore CD$ 与 $\odot O$ 相切于点 D ,

$$\therefore OD \perp CD.$$

$$\therefore BE \parallel CD,$$

$$\therefore OD \perp BE.$$

$$\therefore \widehat{DE} = \widehat{DB}.$$

$$\therefore \angle EAD = \angle DAB.$$

$$\therefore \angle EAD = 22.5^\circ.$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EAD + \angle DAB = 45^\circ.$$

(2) 解:

$\therefore AB$ 是直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EAB = 45^\circ, BE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle ABE = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ODC$ 是等腰直角三角形.

设 $OD = OB = r$, 则 $OC = \sqrt{2}r$.

$$\therefore BC = OC - OB = \sqrt{2}r - r = 2\sqrt{2} - 2$$

$$\therefore r = 2.$$

$$\therefore BF = OB \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2}.$$

$\because OD \perp BE,$

$\therefore EF=FB,$

$\therefore BE = 2BF = 2\sqrt{2}.$

25. (本小题满分 5 分)

(1) 26, 74;

(2) 2, 乙;

(3) $<.$

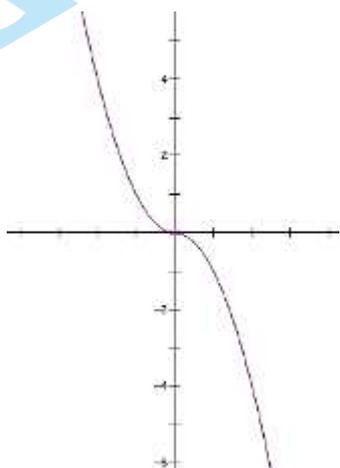
26. (本小题满分 6 分)

(1) 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{-2m}{2} = m;$

(2) ① $y_1 > y_2;$

理由: 当 $m=0$ 时, 二次函数解析式是 $y = x^2$, 对称轴为 y 轴;

所以图形 G 上的点的横纵坐标 x 和 y , 满足 y 随 x 的增大而减小;



$\because x_1 < x_2,$

$\therefore y_1 > y_2.$

②通过计算可知, $P(m-2,4), Q(m+2,4)$ 为抛物线上关于对称轴 $x=m$ 对称的两点,

下面讨论当 m 变化时, y 轴与点 P, Q 的相对位置:

如图 1, 当 y 轴在点 P 左侧时 (含点 P),

经翻折后, 得到点 M, N 的纵坐标相同, $y_1 = y_2$, 不符题意;

如图 2, 当 y 轴在点 Q 右侧时 (含点 Q),

点 M, N 分别和点 P, Q 重合, $y_1 = y_2$, 不符题意;

如图 3, 当 y 轴在点 P, Q 之间时 (不含 P, Q),

经翻折后，点 N 在 l 下方，点 M, P 重合，在 l 上方， $y_1 > y_2$ ，符合题意。

此时有 $m - 2 < 0 < m + 2$ ，即 $-2 < m < 2$ 。

综上所述， m 的取值范围为 $-2 < m < 2$ 。

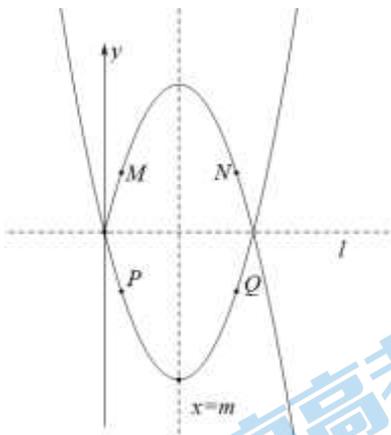


图 1

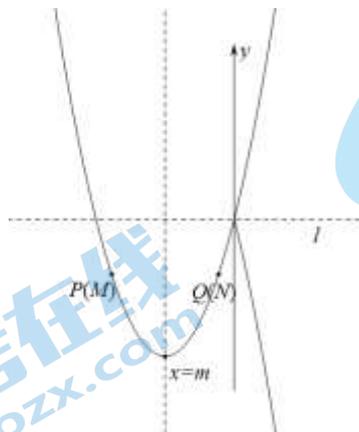


图 2

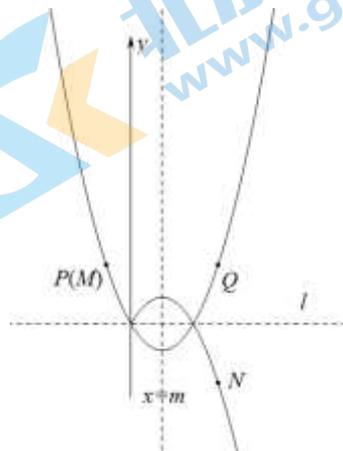
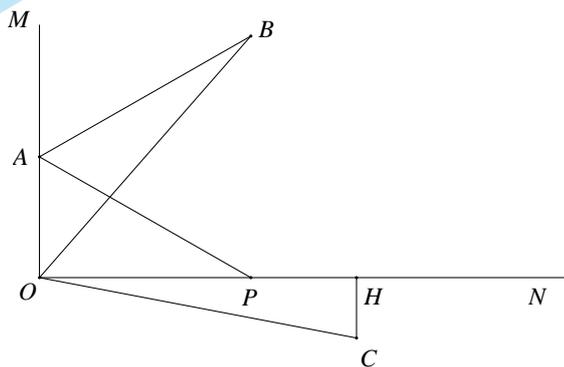


图 3

27. (本小题满分 7 分)

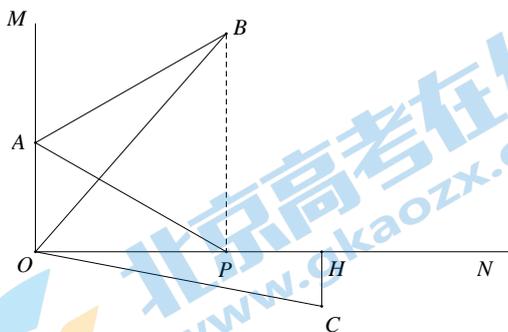
(1) 下图即为所求：



(2) $\angle BPH = 90^\circ$,

解：

\because 线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 AB ,



$\therefore AB = AP$, 且 $\angle PAB = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ABP$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle BPA=60^\circ.$$

$$\therefore \angle OAP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle APO=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPO=\angle BPA+\angle APO=90^\circ.$$

$$\therefore \angle BPH=90^\circ.$$

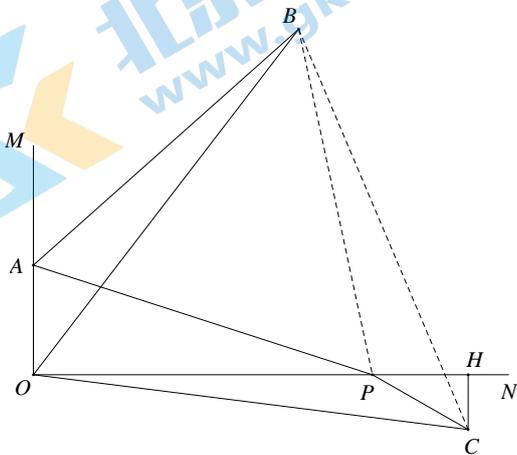
$$(3) OA=2CH.$$

证明：连接 BP , BC ,

由 (2) 可知, $\triangle ABP$ 是等边三角形,

$$\therefore BA=BP, \angle ABP=\angle BPA=60^\circ.$$

\therefore 线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 60° 得到 OC ,



$$\therefore OB=OC, \angle BOC=60^\circ.$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形.

$$\therefore BO=BC, \angle OBC=60^\circ.$$

$$\therefore \angle ABO=60^\circ-\angle OBP=\angle PBC.$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle PBC.$$

$$\therefore AO=PC, \angle BPC=\angle BAO.$$

$$\therefore \angle OAP=\alpha,$$

$$\therefore \angle BAO=\angle BAP+\angle OAP=60^\circ+\alpha.$$

$$\therefore \angle BPC=60^\circ+\alpha.$$

$$\therefore \angle BPN=180^\circ-\angle APO-\angle BPA=120^\circ-(90^\circ-\alpha)=30^\circ+\alpha,$$

$$\therefore \angle HPC=\angle BPC-\angle BPN=30^\circ.$$

$$\therefore CH \perp ON,$$

$\therefore \angle CHO=90^\circ$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle CHP$ 中, $PC=2CH$.

$\therefore OA=2CH$.

28. (本小题满分 7 分)

(1) ① 3, 5;

② 解: 注意到 D, E 两点都在直线 $y=b$ ($b \neq 0$) 上, 而 A, B 两点都在直线 $y=0$ 上, 因此 A, B, D, E 四点纵坐标不同的取值有 2 个, 要使得 $T(A, B, D, E)=6$, 则 A, B, D, E 四点横坐标不同的取值必须有 4 个, 于是此时这四个点的横坐标均不能相同.

由对称性, 当 $b=6$ 时, D, E 分别为 $(-4, 6)$ 和 $(4, 6)$, 其横坐标分别与 A, B 的横坐标相同, 不符合题意;

直线 $y=b$ 与 $\odot C$ 要有公共点, 因此 $-2 < b < 8$;

综上所述, b 的取值范围是 $-2 < b < 8$ 且 $b \neq 0$ 且 $b \neq 6$.

(2) $a=1$ 或 2 或 $\sqrt{14}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯