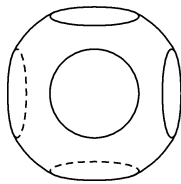


高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | -2 < x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是
A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 2)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
2. 已知 $\sin(\pi - \theta) > 0$, $\cos \theta < 0$, 则 θ 是
A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
3. 我国古代数学名著《数书九章》是南宋数学家秦九韶所著数学著作，书中共列算题 81 问，分为 9 类。全书采用问题集的形式，并不按数学方法来分类。题文也不只谈数学，还涉及自然现象和社会生活，成为了解当时社会政治和经济生活的重要参考文献。《数书九章》中有“米谷粒分”一题，现有类似的题：粮仓开仓收粮，粮农送来米 1500 石，验得米夹谷，抽样取米一把，数得 304 粒夹谷 30 粒，则这批米内夹谷约为
A. 148 石 B. 149 石 C. 150 石 D. 151 石
4. 已知 $a = \log_3 0.5$, $b = \log_3 \pi$, $c = \log_4 3$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$
5. 某同学在参加《通用技术》实践课时，制作了一个工艺品，如图所示，该工艺品可以看成是一个球被一个棱长为 4 的正方体的六个面所截后剩余的部分（球心与正方体的中心重合），若其中一个截面圆的周长为 2π ，则该球的表面积为
A. 20π B. 16π
C. 12π D. 8π

6. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 4x$ 上的点 M 到焦点 F 的距离为 4，若点 N 在 $C_2: (x+3)^2 + y^2 = 3$ 上，则点 M 到点 N 距离的最小值为
A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $6 - \sqrt{3}$ D. $4 - \sqrt{3}$

7. 过坐标原点 O 作圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则 $|AB| =$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

8. 从 $1, 2, 3, \dots, 9$ 中任取两数, 其中: ①恰有一个偶数和恰有一个奇数; ②至少有一个奇数和两个都是奇数; ③至少有一个奇数和两个都是偶数; ④至少有一个奇数和至少有一个偶数. 在上述事件中, 是对立事件的是

- A. ① B. ②④ C. ③ D. ①③

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 若复数 z 满足 $z(1-i) = |1+\sqrt{3}i|$, 则

- A. $z=1+i$ B. $|z|=2$ C. $z \cdot \bar{z}=2$ D. $z^2=1+2i$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 的两条渐近线的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则双曲线的离心率为

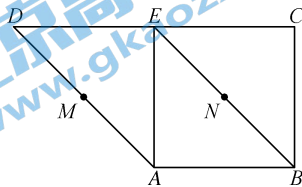
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

11. $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 设函数 $f(x) = [x] - [-x]$, 则

- A. $f(x)$ 为增函数 B. $f(x)$ 为奇函数
C. $[f(x)] = f(x)$ D. $f(x+1) - f(x) = 2$

12. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $BC \perp DC, AE \perp DC$, 且 E 为 CD 的中点, M, N 分别是 AD, BE 的中点, 将三角形 ADE 沿 AE 折起, 则下列说法正确的是

- A. 不论 D 折至何位置(不在平面 ABC 内), 都有 $MN \parallel$ 平面 DEC
B. 不论 D 折至何位置(不在平面 ABC 内), 都有 $MN \perp AE$
C. 不论 D 折至何位置(不在平面 ABC 内), 都有 $MN \parallel AB$
D. 在折起过程中, 一定存在某个位置, 使 $EC \perp AD$



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $(x - \frac{2}{x^2})^5$ 的展开式中, x^{-1} 的系数是 _____ . (用数字作答)

14. 已知向量 $a = (2, -1), b = (3, k)$, 若 $a \perp b$, 则实数 $k =$ _____ .

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 满足 $2S_n = n^2 + n (n \in \mathbf{N}^*)$, 设 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 2021 项和 $T_{2021} =$ _____ .

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 3x, & x > 0, \\ x^2 + 4x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的最小值为 _____ ; 若关于 x 的方程 $f(x) - kx +$

$1 = 0$ 有四个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是 _____ . (第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 都满足 $a_{n+1} = 2a_n, S_3 + 2 = 4a_2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

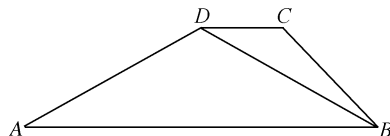
(2) 若 $b_n = \frac{a_n}{n^2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的最小项的值.

18. (12 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, \angle BCD = 135^\circ, BD = \sqrt{5} CD = \sqrt{10}$.

(1) 求 $\sin \angle CBD$ 的值;

(2) 若 $\triangle ABD$ 的面积为 4, 求 AD 的长.

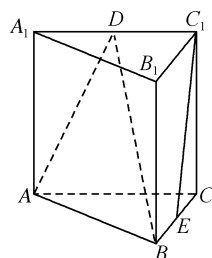


19. (12 分)

如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 四边形 ACC_1A_1 是正方形, $AC = 2BC = 4, AB \perp BC, D, E$ 分别是 A_1C_1, BC 的中点.

(1) 证明: $C_1E \parallel$ 平面 ABD ;

(2) 求直线 BC 与平面 ABD 所成角的正弦值.



20. (12 分)

2021 年 3 月 6 日,习近平总书记强调,教育是国之大计、党之大计.要从党和国家事业发展全局的高度,坚守为党育人、为国育才,把立德树人融入思想道德教育、文化知识教育、社会实践教育各环节,贯穿基础教育、职业教育、高等教育各领域,体现到学科体系、教学体系、教材体系、管理体系建设各方面,培根铸魂、启智润心.某中学将立德树人融入到教育的各个环节,开展“职业体验,导航人生”的社会实践教育活动,让学生站在课程“中央”.为了更好了解学生的喜好情况,根据学校实际将职业体验分为:救死扶伤的医务类、除暴安良的警察类、百花齐放的文化类、公平正义的法律类四种职业体验类型,并在全校学生中随机抽取 100 名学生调查意向选择喜好类型,统计如下:

类型	救死扶伤的医务类	除暴安良的警察类	百花齐放的文化类	公平正义的法律类
人数	30	20	20	30

以统计的频率代替职业意向类型的概率(假设每名学生在选择职业类型时仅能选择其中一类,且不受其他学生选择结果的影响)在全校学生中,随机抽取了 3 名学生.

- (1)求救死扶伤的医务类、除暴安良的警察类这两种职业类型在这 3 名学生中都有选择的概率;
- (2)设这 3 名学生中选择除暴安良的警察类的人数为 X ,求 X 的分布列与数学期望.

21. (12 分)

已知点 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点,点 F 到直线 $y = x$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,椭圆 C 的离心率 $e = \frac{1}{2}$.

- (1)求椭圆 C 的方程;
- (2)动直线 l (l 不垂直于坐标轴)交椭圆 C 于 M, N 不同两点,设直线 FM 和 FN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 = -k_2$,试探究该动直线 l 是否过 x 轴上的定点,若是,求出该定点;若不是,请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2e^x \sin x - ax$. (e 是自然对数的底数)

- (1)若 $a = 0$,求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2)若 $0 < a < 6$,试讨论 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的零点个数.(参考数据: $e^{\frac{\pi}{2}} \approx 4.8$)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018