

2023届高三一轮复习联考(一) 全国卷
理科数学试卷

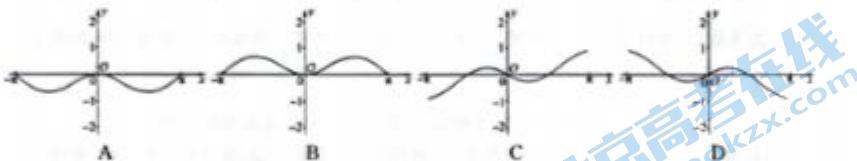
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

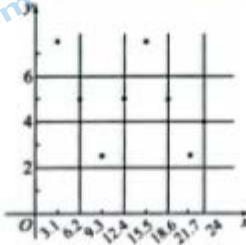
考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | 0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(0, 2)$ B. $(2, 3)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-1, 3)$
2. 已知 $z_1 = 2+i$, 则复数 z_1 在复平面内对应的点在
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 函数 $f(x) = \frac{\sin x \ln(\sqrt{x^2+1} - x)}{2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



4. 命题“ $\forall x \in (1, 2), \log_2 x - a < 0$ ”为真命题的一个充分不必要条件是
A. $a \geq 0$ B. $a \geq 2$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 4$
5. 我国古代学者余道安在他著的《海潮图序》一书中说：“潮之涨落，海非增减，盖月之所临，则之往从之”。哲学家王充在《论衡》中写道：“涛之起也，随月盛衰。”指出了潮汐跟月亮有关系。到了17世纪80年代，英国科学家牛顿发现了万有引力定律之后，提出了潮汐是由于月亮和太阳对海水的吸引力引起的假设，科学地解释了产生潮汐的原因。船只在涨潮时驶进航道，靠近码头；卸货后，在落潮时返回海洋。下图是某港口某天记录的时刻(x轴)与水深(y轴)关系的散点图



若某货船需要的安全水深为5米,则下列说法正确的是

- A.该船在凌晨3点零6分驶入航道,靠近码头,9点18分返回海洋或15点30分驶入航道,靠近码头,21点42分返回海洋
- B.该船这一天能进入航道,靠近码头的时间可以是0时到凌晨6点12分或12时24分到18点36分
- C.海水涨落潮周期是12小时
- D.该船最多在码头停留时间不能超过6小时

6.已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < 0 \\ 2-x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(2a+1) > f(3a-4)$ 的解集为

- A. $(-\infty, -\frac{1}{2})$ B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(-\infty, 5)$ D. $(5, +\infty)$

7.函数 $f(x) = \ln \frac{4-x}{x+1} + (x+2)\sin x + 2$ 在 $[-3, 3]$ 上的最大值与最小值的和为

- A. -2 B. 2 C. 4 D. 6

8.已知 $\tan(\alpha+\beta), \tan(\alpha-\beta)$ 是方程 $x^2+5x+6=0$ 的两个根,则 $\tan 2\alpha =$

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

9.已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x - 2$, 设 $a = f(\log_2 0.2), b = f(\log_{\frac{1}{2}} 0.2), c = f(0.2^{x+1})$, 则

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

10.已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax - 2, & x \leq 2, \\ x + \frac{36}{x} - 6a, & x > 2, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 的最小值为 $f(2)$, 则实数 a 的取值范围为

- A. $[2, 5]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[2, 6]$ D. $(-\infty, 5]$

11.已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的函数,且满足 $f(3x-2)$ 为偶函数, $f(2x-1)$ 为奇函数,则下列说法正确的是

- ① 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称 ② 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, 0)$ 中心对称
 ③ 函数 $f(x)$ 的周期为 4 ④ $f(2023)=0$
 A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④

12.对于函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 设 $\alpha \in \{x | f(x)=0\}, \beta \in \{x | g(x)=0\}$, 若存在 x, β , 使得 $|x-\beta| \leq 1$, 则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 互为“零点相邻函数”, 若函数 $f(x) = \lg(x-1) + e^{x-1} - 1$ 与 $g(x) = x^2 - ax - a + 8$ 互为“零点相邻函数”, 则实数 a 的取值范围是

- A. $\left[\frac{17}{4}, \frac{9}{2}\right]$ B. $\left[4, \frac{9}{2}\right]$ C. $\left[\frac{7}{3}, 3\right]$ D. $[2, 4]$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13.已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \leq 2, \\ x+y \leq 1, \\ x > 1, \end{cases}$ 若 $z = kx+y$ 取得最大值的最优解有无数个,则实数 $k =$ _____.

14.已知 $a \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $3\sin a - \cos a = \sqrt{5}$, 则 $\tan a =$ _____.

15.已知 $z \in \mathbb{C}$, 且 $|z-i|=1$, i 为虚数单位, 则 $|z-2|$ 的最大值是 _____.

16.已知函数 $f(x) = (kx+2k)e^x, g(x) = x+1$, 若不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集中恰有两个非负整数, 则实数 k 的取值范围为 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17.(12 分) 已知函数 $f(x) = 4\cos x \cdot \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域。

18.(12 分) 为响应国家环保的号召，某企业计划 2020 年引进新型环保设备生产新能源汽车，通过市场分析，全年需投入固定成本 1000 万元，每生产 x (百辆) 汽车，需另投入成本 $C(x)$ 万

元，且 $C(x) = \begin{cases} 10x^2 + 500x, & 0 < x < 20, \\ 801x + \frac{400}{x} - 2000, & x \geq 20, \end{cases}$ 若每辆新能源汽车售价为 8 万元，并且全年内生产的汽车当年能全部销售完。

(1) 求 2020 年的利润 L (万元) 关于年产量 x (百辆) 的函数关系式 $L(x)$ (其中利润 = 销售额 - 成本)

(2) 当 2020 年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求最大利润。

19.(12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程为 $4x - y - 2 = 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有三个零点，求实数 m 的取值范围。

20.(12分)已知函数 $f(x)=\log_2(4^x-9\times2^{x+1}+113)$, 函数 $g(x)=x^2-2mx+5m$.

(1)求不等式 $f(x)\leq 4$ 的解集;

(2)若 $\forall x_1 \in [1,3], \exists x_2 \in [0,2]$, 使得 $f(x_1) \leq g(x_2)$, 求实数 m 的取值范围.

21.(12分)已知函数 $f(x)=2x-\sin x-a\ln x$,

(1)当 $a=0$ 时, $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $f(x) \leq mx$, 求实数 m 的取值范围;

(2)若 $\exists x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, $x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1)=f(x_2)$, 求证: $x_1 x_2 < a^2$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10分)

已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+3\cos\alpha, \\ y=3\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\alpha, \\ y=1+\sin\alpha \end{cases}$

(α 为参数)以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 射线 OM 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}$ ($\rho \geq 0$).

(1)求曲线 C_1 和曲线 C_2 的极坐标方程和射线 OM 的平面直角坐标方程;

(2)若射线 OM 与曲线 C_1 的交点为 P , 与曲线 C_2 的交点为 Q , 求 $|OP| \cdot |OQ|$ 的值.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x-2|+|x+1|$.

(1)解不等式 $f(x)>5$;

(2)若不等式 $f(x)\geq t$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的设计理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯