

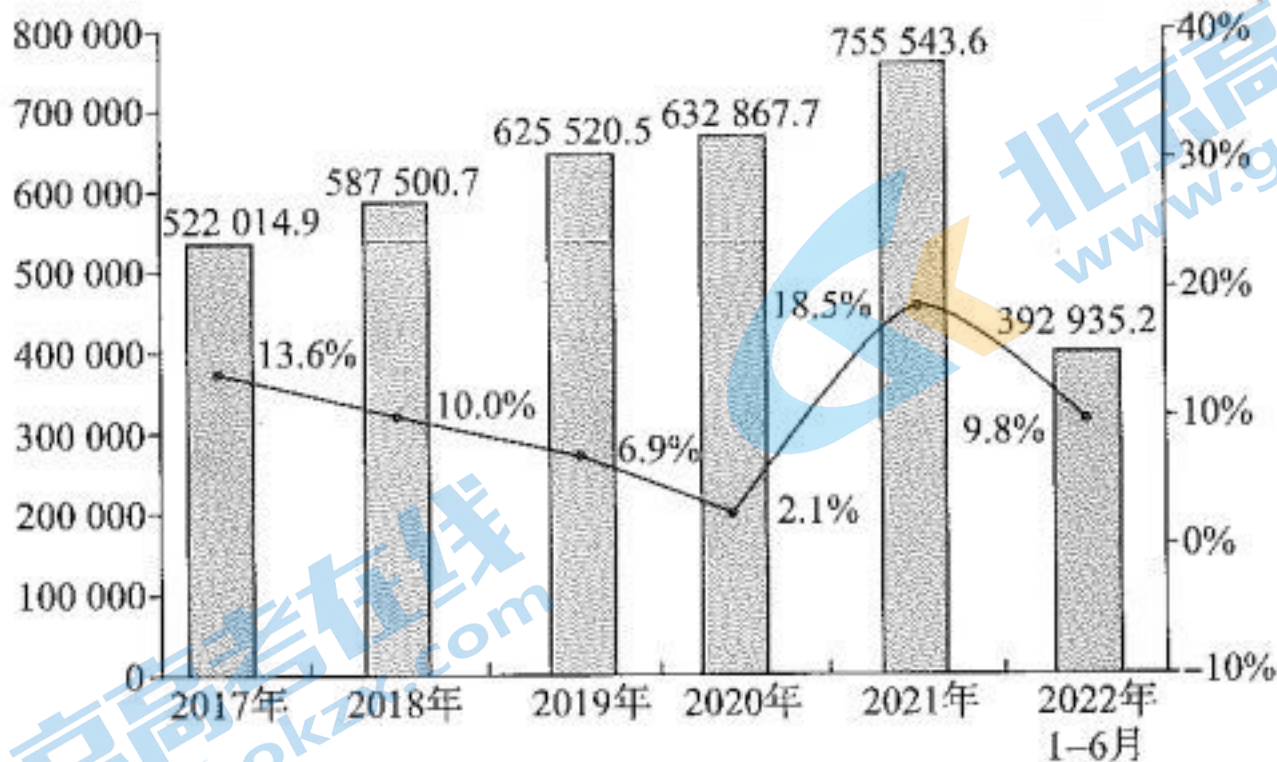
2023 届高三开年摸底联考 全国卷 理科数学试题

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。来源: 高三答案公众号
考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x \leq 0\}$, $B = \{-1, 0, 6\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$
 A. \emptyset B. $\{-1, 6\}$ C. $\{-1, 0, 6\}$ D. $\{0, 1\}$
2. 若 $z = \frac{1-i^3}{1-i}$, 则 z 的虚部是
 A. i B. $2i$ C. 1 D. 2
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , a_5, a_7 是关于 x 的方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 的两根, 则 $S_{11} =$
 A. 22 B. 34 C. 26 D. 28
4. 下图反映 2017 年到 2022 年 6 月我国国有企业营业总收入及增速统计情况:

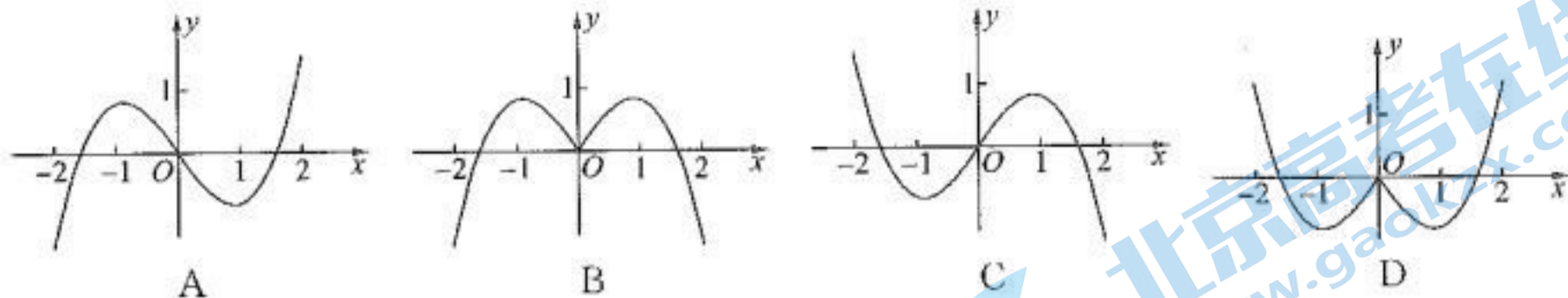
2017 年到 2022 年 6 月国有企业营业总收入及增速统计图
 柱状图: 国有企业营业总收入(亿元) 折线图: 同比增速(%)



根据图中的信息, 下列说法正确的是

- A. 2017—2022 年我国国有企业营业总收入逐年增加
- B. 2017—2022 年我国国有企业营业总收入逐年下降
- C. 2017—2021 年中, 我国国有企业营业总收入增速最快的是 2021 年
- D. 2017—2021 年我国国有企业营业总收入的平均数大于 630 000 亿元

5. 函数 $f(x) = (2^{-x} - 2^x) \cos x$ 在 $[-2, 2]$ 上的图象大致为



6. 已知 $(x-1)\left(2x - \frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中, 常数项为 -1280 , 则 $a =$

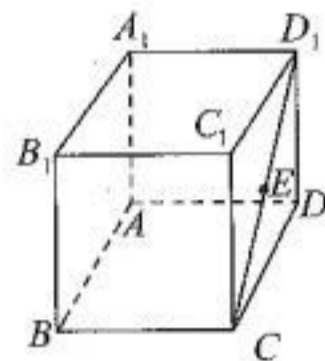
- A. -2 B. 2 C. $-\sqrt{2}$ D. 1

7. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-4 \leq 0, \\ x-y+2 \geq 0, \\ y-1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x - 3y$ 的最小值为

- A. -6 B. -5 C. 0 D. 1

8. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 CD_1 上的动点, 则 AE 与平面 AA_1B_1B 所成角的正切值不可能为

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$



9. 若不等式 $\ln x \leq k + e^{x+k}$ 恒成立, 则实数 k 的最小值为

- A. 2 B. -1 C. 0 D. 1

10. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), 若把 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数图象关于原点对称, 则 ω 的最小值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

11. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 是 Γ 上不与顶点重合的一点, 满足 $\tan \frac{\angle MF_1F_2}{2} = 2 \tan \frac{\angle MF_2F_1}{2}$, 则 Γ 的离心率为

重合的一点, 满足 $\tan \frac{\angle MF_1F_2}{2} = 2 \tan \frac{\angle MF_2F_1}{2}$, 则 Γ 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

12. 若 $a = e^{0.2}, b = \sqrt{1.2}, c = \ln 3.2$, 则

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a, b 为单位向量, 且 $a \perp b$, 则 $a \cdot (3b - 2a) =$ _____.

14. 通过手机验证码登录一款 APP, 验证码由四位数字随机组成, 若收到的验证码 (a_1, a_2, a_3, a_4) (注: $a_i = 0, 1, 2, \dots, 9, i = 1, 2, 3, 4$) 满足 $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$, 则称该验证码为“递减型验证码”, 某人收到一个验证码, 那么是首位为 6 的“递减型验证码”的概率为 _____.

15. 写出与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和抛物线 $x^2 = \frac{8}{3}y$ 都相切的一条直线的方程 _____.

16. 已知 $f(x_0)$ 是函数 $f(x) = ax^3 + e^x$ 的唯一极小值, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为线段 BC 的四等分点且靠近点 B , $\angle BAD$ 与 $\angle BAC$ 互补.

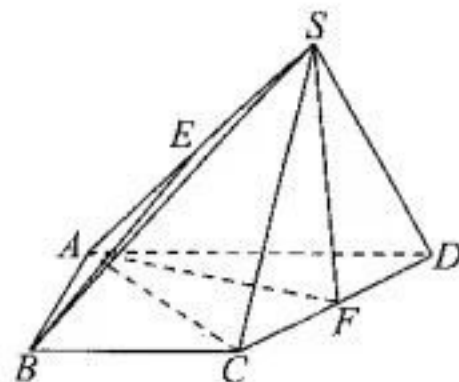
(1) 求 $\frac{AC}{AD}$ 的值; 来源: 高三答案公众号

(2) 若 $\angle BAD = 30^\circ$, $AB = 4$, 求 AD 的长.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $S-ABCD$ 中, 平面 $SAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC$, $AS = DS$, 点 E, F 分别为 AS, CD 的中点.

(1) 证明: $BE \parallel$ 平面 SCD ;

(2) 若 $AB = 1, AS = \sqrt{3}$, 求二面角 $C-AS-F$ 的余弦值.



19. (12 分) 某人预定了卡塔尔世界杯开幕式一类门票一张, 另外还预定了两张其他比赛的门票, 根据主办方相关规定, 从所有预定一类开幕式门票者中随机抽取相应数量的人, 这些人称为预定成功者, 他们可以直接购买一类开幕式门票; 另外, 对于开幕式门票, 有自动降级规定, 即当这个人预定的一类门票未成功时, 系统自动使他进入其它类别的开幕式门票的预定. 假设获得一类开幕式门票的概率是 0.2, 若未成功, 仍有 0.3 的概率获得其它类别的开幕式门票的机会, 获得其他两张比赛的门票的概率分别是 0.4、0.5, 且获得每张门票之间互不影响.

(1) 求这个人可以获得卡塔尔世界杯开幕式门票的概率;

(2) 假设这个人获得门票总张数是 X , 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且经过点 $A(0, \sqrt{3})$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = kx + m$ 与 C 相交于不同于 A 的 P, Q 两点, PQ 的中点为 M , 当 $\angle PMA = 2\angle PQA$ 时, 求 m 的值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln(x+1) - 2e^x + \sin x + 2, a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x) \leq 0$ 在 $[0, \pi]$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = t^2 + \frac{1}{4t^2} - 1, \\ y = 2\sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{t}, \end{cases} \quad (t > 0, t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点

为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 已知直线 l 与 x 轴的交点为 F , 且曲线 C 与直线 l 相交于 A, B 两点, 求 $|AF| \cdot |BF|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设函数 $f(x) = 2|x-1| + |x+2| + 1$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 记函数 $f(x)$ 的最小值为 m , 正实数 a, b 满足 $a+b=m$, 求证: $\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b} \geq \frac{9}{5}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯