

延庆区 2022—2023 学年第一学期期末试卷

高二数学

2022.12

本试卷共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟

第 I 卷（选择题）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合 $A = \{x | x + 1 > 0\}$ ，集合 $B = \{x | |x| \geq 2\}$ ，则

(A) $A \subseteq B$

(B) $\complement_U A = \{x | x < -1\}$

(C) $A \cup B = \{x | x \geq 2\}$

(D) $A \cap B = \{x | x \geq 2\}$

(2) 若复数 z 满足 $(1 + 3i)z = 2 + 4i$ ，则 z 的虚部为

(A) $\frac{1}{5}i$

(B) $-\frac{1}{5}i$

(C) $-\frac{1}{5}$

(D) $\frac{7}{5}$

(3) 已知抛物线的焦点是 $F(-2, 0)$ ，则抛物线的标准方程是

(A) $y^2 = 4x$

(B) $y^2 = -4x$

(C) $y^2 = 8x$

(D) $y^2 = -8x$

(4) 已知 $F_1(0, -2)$ ， $F_2(0, 2)$ ，动点 P 满足 $|PF_1| - |PF_2| = 2$ ，则动点 P 的轨迹方程为

(A) $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

(B) $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$

(C) $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1 (x > 0)$

(D) $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1 (y > 0)$

(5) 与圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 和 $C_2: x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ 都外切的圆的圆心在

- (A) 一个椭圆上 (B) 一条双曲线上
(C) 一条抛物线上 (D) 双曲线的一支上

(6) 已知直线 l 和双曲线 C ，那么“ l 与 C 只有一个公共点”是“ l 与 C 相切”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 若双曲线的方程为 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ ，则它的离心率与渐近线方程分别为

- (A) $\frac{5}{3}$ ， $y = \pm \frac{4}{3}x$ (B) $\frac{5}{4}$ ， $y = \pm \frac{3}{4}x$
(C) $\frac{5}{3}$ ， $y = \pm \frac{3}{4}x$ (D) $\frac{5}{4}$ ， $y = \pm \frac{4}{3}x$

(8) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 和点 $A(5,3)$ ， F 是抛物线的焦点， P 是抛物线上一点，则

$|PA| + |PF|$ 的最小值是

- (A) 5 (B) 6
(C) 7 (D) 8

(9) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的一条直线与此抛物线相交于 A, B 两点，已知 $A(4,4)$ ，

则线段 AB 的中点到抛物线准线的距离是

- (A) $\frac{25}{8}$ (B) $\frac{25}{4}$
(C) 3 (D) $\frac{10}{3}$

(10) 已知点 P 在抛物线 $x^2 = -6y$ 上，且 $A(0, -2)$ ，则 $|PA|$ 的最小值为

- (A) 2 (B) $\sqrt{3}$
(C) 3 (D) 4

第II卷（非选择题）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。

(11) 函数 $y = \lg(3x^2 + 2x - 1)$ 的定义域为_____。

(12) 双曲线的一个焦点坐标是 $(-2, 0)$ ，且双曲线经过点 $(2, \sqrt{2})$ ，则双曲线的实轴长为_____，标准方程为_____。

(13) 函数 $y = \begin{cases} x^{\frac{2}{3}}, & -1 \leq x \leq 0, \\ (\frac{2}{3})^x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ 的值域为_____。

(14) 已知 $\triangle ABC$ 中， $b = 2$ ， $c = \sqrt{3}$ ， $B = 30^\circ$ ，则 $\sin C =$ _____， $a =$ _____。

(15) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ ， $F_2(c, 0)$ ($c > 0$)，

P 是双曲线上的一点。给出下列四个结论：

① $|PF_1|$ 的最小值为 $c - a$ ；

② 若直线 l 的斜率与双曲线的渐进线的斜率相等，则直线 l 与双曲线只有一个公共点；

③ 点 P 到双曲线的两条渐近线的距离的乘积为 $\frac{a^2 b^2}{c^2}$ ；

④ 若过 F_1 的直线与双曲线的左支相交于 A, B 两点，如果 $|AF_2| + |BF_2| = 2|AB|$ ，

那么 $|AB| = 2a$ 。

其中，所有正确结论的序号为_____。

三、解答题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(16) (本小题16分)

根据下列条件，求圆的标准方程：

(I) 圆心在点 $A(2, -1)$ ，且过点 $B(-2, 2)$ ；

(II) 过点 $C(0, 0)$ 和点 $D(0, 2)$ ，半径为 2；

(III) $E(1, 2)$ ， $F(3, 4)$ 为直径的两个端点；

(IV) 圆心在直线 $l: 2x + 3y - 8 = 0$ 上，且过点 $P(1, 0)$ 和点 $Q(3, 2)$.

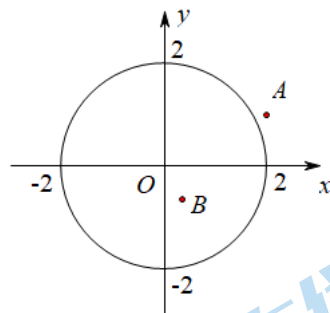
(17) (本小题14分)

如图，已知点 $A(2, 1)$ ， $B(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ ，圆 $C: x^2 + y^2 = 4$.

(I) 求过点 A 的圆的切线方程；

(II) 设过点 A ， B 的直线交圆 C 于 D ， E 两点，求线段 DE 的长；

(III) 求经过圆 C 内一点 B 且被圆截得弦长最短的直线的方程.



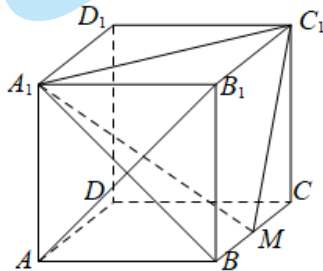
(18) (本小题13分)

如图，在棱长为 4 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 是 BC 的中点.

(I) 求证： $AB_1 \parallel$ 平面 CDD_1C_1 ；

(II) 求证： $AB_1 \perp A_1M$ ；

(III) 求二面角 $B - A_1M - C_1$ 的大小.



(19) (本小题15分)

已知椭圆 C 的两个焦点分别是 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, 椭圆上的点 P 到两焦点的距离之和等于 $2\sqrt{2}$, O 为坐标原点, 直线 $l: y = 2x + m$ 与椭圆 C 相交于 A, B (不重合) 两点.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 求 m 的取值范围;

(III) 求 $|AB|$ 的最大值.

(20) (本小题15分)

已知椭圆 C 的焦点在 x 轴上, 焦距为 $2\sqrt{2}$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 过点 $P(3,0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B (不重合) 两点, 坐标原点为 $O(0,0)$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 若线段 AB 的中点的横坐标为 1 , 求直线 l 的方程;

(III) 若点 O 在以线段 AB 为直径的圆上, 求直线 l 的方程.

(21) (本小题12分)

对非空数集 X, Y , 定义 X 与 Y 的和集 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$. 对任意有限集 A , 记 $|A|$ 为集合 A 中元素的个数.

(I) 若集合 $X = \{0, 1, 2\}, Y = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 写出集合 $X + X$ 与 $X + Y$;

(II) 若集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{1012}\}$ 满足 $x_1 < x_2 < \dots < x_{1012}$, 且 $|X + X| < 2024$,

求 $|X + X|$.

草稿纸



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯