平谷区 2022—2023 学年度第二学期高三年级质量监控

数 学 试 卷

2023.3

注意事项	1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 4 页.共 150 分,考试时间为 120 分钟. 2. 试题所有答案必须书写在答题纸上,在试卷上作答无效. 3. 考试结束后,将答题纸交回,试卷按学校要求保存好.

第Ⅰ卷 选择题(共 40 分)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分;在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题意,请将正确选项填涂在答题卡上.)

1. 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<1\}$, $B=\{x\mid x>0\}$,则 $A\cup B=$

A. $(-2,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-2,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

2. 若复数 z 满足 $(1+i)\cdot z=2$,则复数 z 对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 下列函数中,是偶函数且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减的是

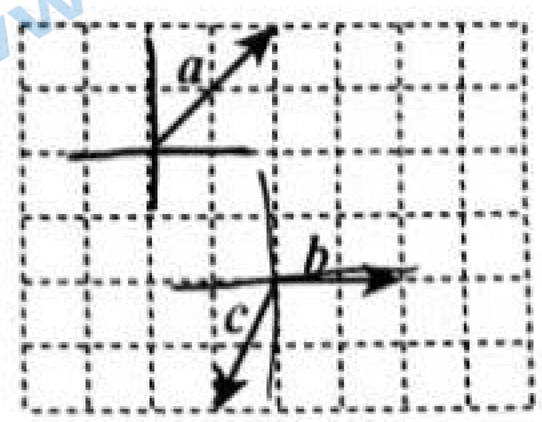
A. $f(x)=x^2-|x|$　　B. $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

C. $f(x)=e^{|x|}$　　D. $f(x)=|\ln x|$

4. 已知函数 $f(x)=\log_2 x-\dfrac{3}{x+1}$,则不等式 $f(x)>0$ 的解集是

A. $(-1,2)$　　B. $(0,2)$　　C. $(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,1)\cup(-1,2)$

5. 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 在边长为 1 的正方形网格中的位置如图所示,则 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=$



A. -4

B. 4

C. 2

D. -8

6. 已知抛物线 C: $y^2=2px$,点 O 为坐标原点,并且经过点 $P(1,y_0)$,若点 P 到该抛物线焦点的距离为 2,则 $|OP|=$

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 4　　D. $\sqrt{5}$

7. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1>0$,公比为 q,则“$q<0$”是“对任意的正整数 n, $a_{2n-1}+a_{2n}<0$”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 Ox 为始边，终边与单位圆交于点 $P(x_0, \frac{\sqrt{6}}{3})$，则 $\cos 2\alpha =$

A. $-\frac{1}{3}$　　　　B. $\pm\frac{1}{3}$　　　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\frac{1}{3}$

9. 点 M、N 在圆 C：$x^2+y^2+2kx+2my-4=0$ 上，且 M、N 两点关于直线 $x-y+1=0$ 对称，则圆 C 的半径

A. 最大值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B. 最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C. 最小值为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　　　D. 最大值为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

10. 基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数. 基本再生数指一个感染者传染的平均人数，世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间. 在新冠肺炎疫情初始阶段，可以用指数模型：$I(t)=e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$ 随时间 t（单位：天）的变化规律，指数增长率 r 与 R_0，T 近似满足 $R_0=1+rT$. 有学者基于已有数据估计出 $R_0=3.28$，$T=6$. 据此，在新冠肺炎疫情初始阶段，累计感染病例数增加 1 倍需要的时间约为（$\ln 2 \approx 0.69$）

A. 1.2 天　　　　B. 1.8 天　　　　C. 2.5 天　　　　D. 3.5 天

第Ⅱ卷　非选择题(共 110 分)

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，请把答案填在答题卡中相应题中横线上.)

1. 已知 $(1-2x)^5 = a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$，则 $a_4 =$______.

2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率为 2，则实数 $m=$______

3. 记函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0, 0<\varphi<\pi)$ 的最小正周期为 T，若 $f(T)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x=\frac{\pi}{9}$ 为 $f(x)$ 的零点，则 ω 的最小值为______.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x<0, \\ \sqrt{x}, & x\geqslant 0. \end{cases}$ $f(x)$ 的值域是______. 设 $g(x)=f(x)-a(x-1)$，若 $g(x)$ 恰有两个零点，则 a 的取值范围为______.

5. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AD=2AB=2$，M 为 BC 的中点，将 $\triangle ABM$ 沿直线 AM 翻折，构成四棱锥 B_1-AMCD，N 为 B_1D 的中点，则在翻折过程中，

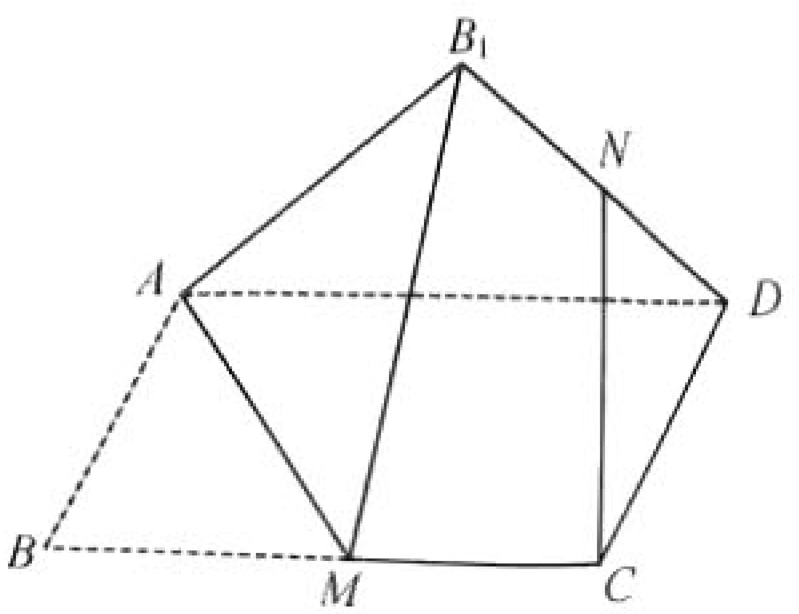
①对于任意一个位置总有 $CN\parallel$ 平面 AB_1M；

②存在某个位置，使得 $CN\perp AB_1$；

③存在某个位置，使得 $AD\perp MB_1$；

④四棱锥 B_1-AMCD 的体积最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

上面说法中所有正确的序号是______.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

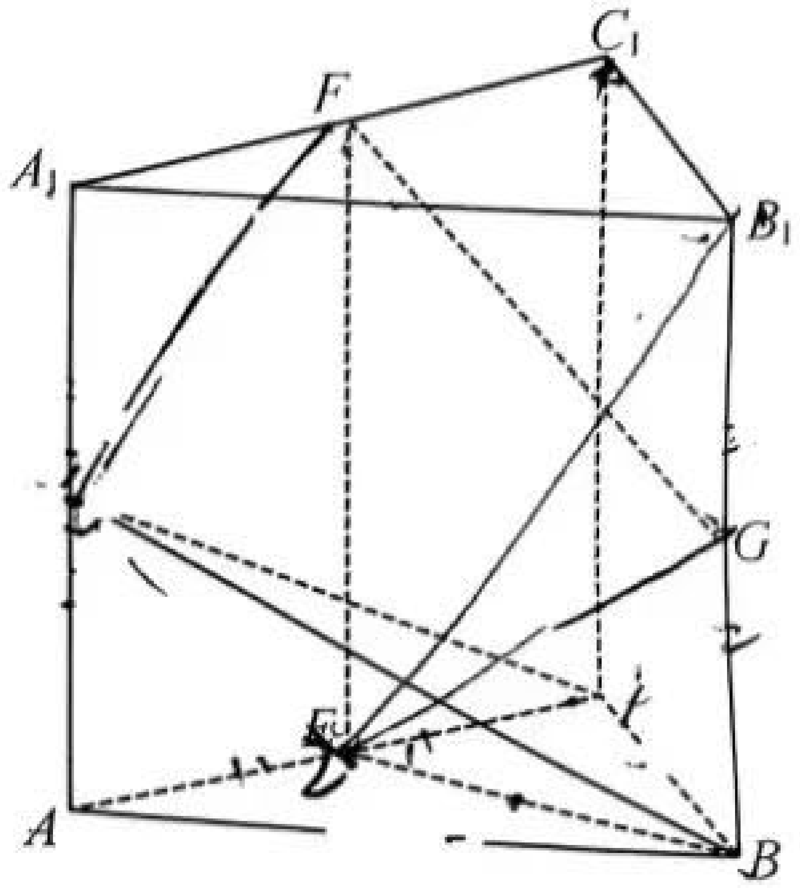
16. （本小题 13 分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a\tan B=2b\sin A$.

（Ⅰ）求角B的大小；

（Ⅱ）若$BC=4$、$A=\dfrac{\pi}{4}$，求$\triangle ABC$的面积.

17. （本小题 14 分）



如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D,E,G分别为AA_1,AC,BB_1的中点，A_1C_1与平面EBB_1交于点F，$AB=BC=\sqrt{5}$，$AC=AA_1=2$，$C_1C\perp BE$.

（Ⅰ）求证：F为A_1C_1的中点；

（Ⅱ）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线FG与平面BCD所成角的正弦值.

条件①：平面$ABC\perp$平面EBB_1；

条件②：$BC_1=3$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

18. （本小题 13 分）

“绿水青山就是金山银山”，某地区甲乙丙三个林场开展植树工程，2011—2020 年的植树成活率（%）统计如下：（表中“／”表示该年未植树）：

	2011年	2012年	2013年	2014年	2015年	2016年	2017年	2018年	2019年	2020年
甲	95.5	92	96.5	91.6	96.3	94.6	／	／	／	／
乙	95.1	91.6	93.2	97.8	95.6	92.3	96.6	／	／	／
丙	97.0	95.4	98.2	93.5	94.8	95.5	94.0	93.5	98.0	92.5

规定：若当年植树成活率大于 95%，则认定该年为优质工程.

（Ⅰ）从乙林场植树的年份中任抽取两年，求这两年都是优质工程的概率；

（Ⅱ）从甲、乙、丙三个林场植树的年份中各抽取一年，以X表示这 3 年中优质工程的个数，求X的分布列；

（Ⅲ）若乙丙两个林场每年植树的棵数不变，能否根据两个林场优质工程概率的大小，推断出这两个林场植树成活率平均数的大小？（结论不要求证明）

). (本小题 15 分)

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$经过 $A(-2,0)$，$B(-1,\frac{3}{2})$两点，设过点 $P(-2,1)$的直线椭圆交 E 于 M，N 两点，过 M 且平行于 y 轴的直线与线段 AB 交于点 T，点 H 满足$\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{TH}$

(Ⅰ)求椭圆 E 的方程；

(Ⅱ)证明：直线 HN 过定点.

20. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1+x}{1-x}e^{-ax}$，$(a>0)$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

(Ⅱ)讨论 $y=f(x)$的单调性；

(Ⅲ)若对任意 $x\in(0,1)$恒有 $f(x)>1$，求 a 的最大值.

21. (本小题 15 分)

对于每项均是正整数的数列 A：$a_1,a_2,\cdots,a_n$，定义变换 T_1，T_1 将数列 A 变换成数列 $T_1(A)$：$n,a_1-1,a_2-1,\cdots,a_n-1$.

对于每项均是非负整数的数列 B：$b_1,b_2,\cdots,b_m$，定义变换 T_2，T_2 将数列 B 各项从大到小排列，然后去掉所有为零的项，得到数列 $T_2(B)$；

又定义 $S(B)=2(b_1+2b_2+\cdots+mb_m)+b_1^2+b_2^2+\cdots+b_m^2$.

设 A_0 是每项均为正整数的有穷数列，令 $A_{k+1}=T_2(T_1(A_k))(k=0,1,2,\cdots)$.

(Ⅰ)如果数列 A_0 为 5，1，3，写出数列 A_1，A_2；

(Ⅱ)对于每项均是正整数的有穷数列 A，证明 $S(T_1(A))=S(A)$；

(Ⅲ)证明：对于任意给定的每项均为正整数的有穷数列 A_0，存在正整数 K，当 $k\geqslant K$ 时，$S(A_{k+1})=S(A_k)$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。