

1. $\frac{2-i}{1-3i} =$

2. 设集合 $U = \{1, 2, \dots, 6\}$, $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$

3. 直线 $y = x + 1$ 与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 相交所得的弦长为 $\sqrt{2}$, 则 $p =$

5. 正四棱台的体积

6. $X \sim N(10, \sigma^2)$

7. $a = \log_5 2$, $b = \log_8 3$, $c = \frac{1}{2}$

11. 已知直线 $l: ax + by - r^2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$, 点 $A(a, b)$, 则下列说法正确的是()

- A. 若点 A 在圆 C 上, 则直线 l 与圆 C 相切
- B. 若点 A 在圆 C 内, 则直线 l 与圆 C 相离
- C. 若点 A 在圆 C 外, 则直线 l 与圆 C 相离
- D. 若点 A 在圆 C 上, 则直线 l 与圆 C 相切

12. 设正整数 $n = a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2^1 + \dots + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + a_k \cdot 2^k$, 其中 $a_i \in \{0, 1\}$, 记 $\omega(n) = a_0 + a_1 + \dots + a_k$.

则()

A. $\omega(2n) = \omega(n)$ B. $\omega(2n+3) = \omega(n) + 1$

C. $\omega(8n+5) = \omega(4n+3)$ D. $\omega(2^n - 1) = n$

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 离心率 $e = 2$, 则双曲线 C 的渐近线方程为

14. 写出一个同时具有下列性质①②③的函数 $f(x)$:

①: $f(x_1 x_2) = f(x_1) f(x_2)$; ②: 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$; ③: $f'(x)$ 是奇函数.

15. 已知向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$, $|\mathbf{a}| = 1$, $|\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 2$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} =$

16. 已知函数 $f(x) = |e^x - 1|$, $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 函数 $f(x)$ 的图象在点 $A(x_1, f(x_1))$ 和点

$B(x_2, f(x_2))$ 的两条切线互相垂直, 且分别交 y 轴于 M, N 两点, 则 $\frac{|AM|}{|BN|}$ 的取值范围是

17. 记 S_n 是公差为 $d \neq 0$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 = S_5$, $a_2 a_4 = S_4$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 求使 $S_n > a_n$ 成立的 n 的最小值.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边长为 a, b, c , $b = a + 1$, $c = a + 2$.

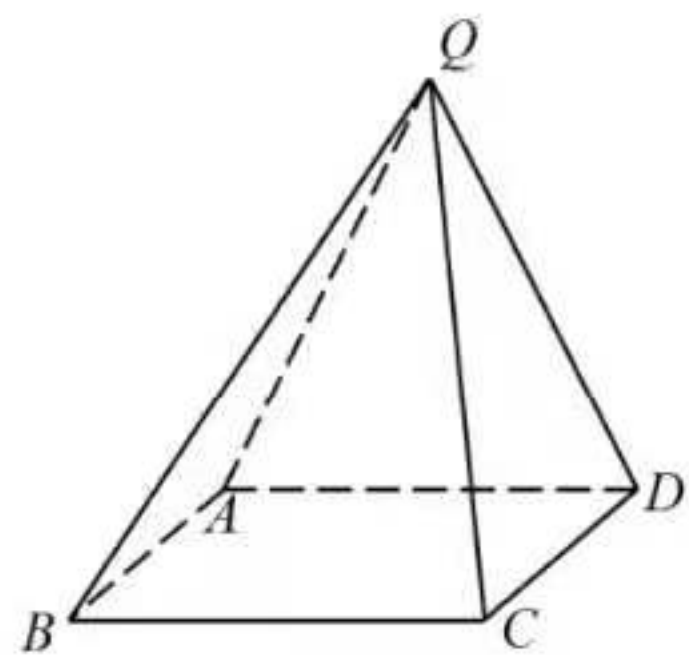
(1) 若 $2\sin C = 3\sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 是否存在正整数 a , 使得 $\triangle ABC$ 为钝角三角形? 若存在, 求 a ; 若不存在, 说明理由.

19. 在四棱锥 $Q-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 若 $AD = 2$, $QD = QA = \sqrt{5}$, $QC = 3$.

(1) 证明: 平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求二面角 $B-QD-A$ 的平面角的余弦值.



20. 已知椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 右焦点为 $F(\sqrt{2}, 0)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 M, N 是椭圆 C 上的两点, 直线 MN 与曲线 $x^2 + y^2 = b^2 (x > 0)$ 相切. 证明: M, N, F

三点共线的充要条件是 $|MN| = \sqrt{3}$.

21. 一种微生物群体可以经过自身繁殖不断生存下来，设一个这种微生物为第0代，经过一次繁殖后为第1代，再经过一次繁殖后为第2代……，该微生物每代繁殖的个数是相互独立的且有相同的分布列，设 X 表示1个微生物个体繁殖下一代的个数， $P(X=i)=p_i(i=0,1,2,3)$ ，

(1) 已知 $p_0=0.4$ ， $p_1=0.3$ ， $p_2=0.2$ ， $p_3=0.1$ ，求 $E(X)$ ；

(2) 设 p 表示该种微生物经过多代繁殖后临近灭绝的概率， p 是关于 x 的方程：

$$p_0 + p_1x + p_2x^2 + p_3x^3 = x$$

的一个最小正实根，求证：当 $E(X) \leq 1$ 时， $p=1$ ，当 $E(X) > 1$ 时， $p < 1$ ；

(3) 根据你的理解说明 (2) 问结论的实际含义。

22. 已知函数 $f(x) = (x-1)e^x - ax^2 + b$ 。

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 从下面两个条件中选一个，证明： $f(x)$ 有一个零点

① $\frac{1}{2} < a \leq \frac{e^2}{2}$ ， $b > 2a$ ；

② $0 < a < \frac{1}{2}$ ， $b \leq 2a$ 。