高三备考监测第二次联合考试

数　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语，函数，导数及其应用，三角函数与解三角形，平面向量，数列，不等式，复数，立体几何。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 a，b 是互相垂直的单位向量，若 $c=a-2b$，则 $b\cdot c=$

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 2

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$\complement_U A=\{1,2\}$，$\complement_U B=\{2,3\}$，且 $A\cup B=\{1,3,4,5\}$，则 $A=$

A. $\{3,5\}$　　B. $\{4,5\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{3,4,5\}$

3. “$\omega=2$”是“$y=2\tan(\omega x-\frac{\pi}{3})$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，且 $3a_2$ 是 a_3 和 a_4 的等差中项，则 $a_2=$

A. 8　　B. 6　　C. 3　　D. $\frac{3}{2}$

5. 若“$\exists x\in(0,\pi)$，$\sin 2x-k\sin x<0$”为假命题，则 k 的取值范围为

A. $(-\infty,-2]$　　B. $(-\infty,2]$　　C. $(-\infty,-2)$　　D. $(-\infty,2)$

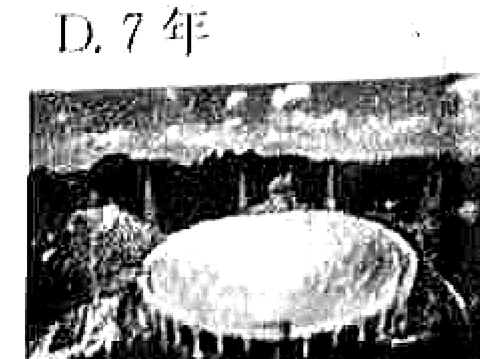
6. 已知函数 $f(x)=x^3-x-1$，若 $f(\lg m)=\frac{1}{2}$，则 $f(\lg\frac{1}{m})=$

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{5}{2}$

7. 某地由于人们健康水平的不断提高，某种疾病的患病率正以每年20%的比例降低. 若要求患病率低于当前患病率的$\frac{1}{3}$，则至少需要经过的时间为（参考数据：$\lg 2\approx0.3$，$\lg 3\approx0.48$）

A. 4年　　B. 5年　　C. 6年　　D. 7年

8. 如图，位于贵州黔南的“中国天眼”是具有我国自主知识产权、世界最大单口径、最灵敏的球面射电望远镜，其反射面的形状为球冠，球冠是球面被平面所截后剩下的曲面，截得的圆为球冠的底，与截面垂直的球体直径被截得的部分为球冠的高. 设球冠所在球的半径为 R，球冠底的半径为 r，球冠的高为 h，球冠底面圆的周长为 C. 已知球冠的表面积公式



$h=50$

为 $S=2\pi Rh$，若 $S=65000\pi$，$C=500\pi$，则球冠所在球的表面积为

A. 1620000π　　B. 1690000π　　C. 1720000π　　D. 1790000π

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若 $\{a,b,c\}$ 构成空间的一个基底，则下列向量共面的是

A. $a+b+c$，$a-b$，$2b+c$　　B. $a-b$，$a-c$，$b-c$

C. $a+2b$，$a-2b$，$a+c$　　D. $a-2b$，$6b-3a$，$-c$

10. 已知曲线 $C_1:y=\cos 2x$，$C_2:y=-\sin(x+\frac{2\pi}{3})$，则下面结论正确的是

A. 把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

B. 把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

C. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{7\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，得到曲线 C_2

D. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，最后把得到的曲线向右平移 π 个单位长度，得到曲线 C_2

11. 我国古代著名的数学专著《九章算术》里有一段叙述："今有良马和驽马发长安至齐，良马初日行一百九十三里，日增十三里；驽马初日行九十七里，日减半里。良马先至齐，复还迎驽马，九日后二马相逢。"其大意为今有良马和驽马从长安出发到齐国，良马第一天走 193 里，以后每天比前一天多走 13 里；驽马第一天走 97 里，以后每天比前一天少走 0.5 里。良马先到齐国，再返回迎接驽马，9 天后两马相遇。下列结论正确的是

A. 长安与齐国两地相距 1530 里　　B. 3 天后，两马之间的距离为 328.5 里

C. 良马从第 6 天开始返回迎接驽马　　D. 8 天后，两马之间的距离为 377.5 里

12. 关于函数 $f(x)=\frac{e^x-1}{x+1}$，下列说法不正确的是

A. 当 $x>0$ 或 $x<-1$ 时，$f(x)>0$；当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$

B. 函数 $y=f(x)$ 在定义域上单调递增

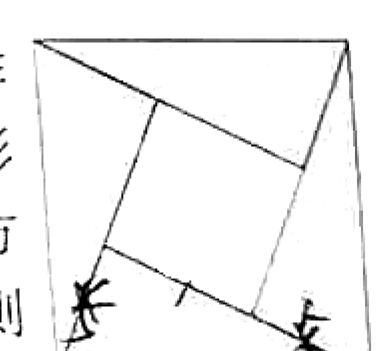
C. 若方程 $f'(x)=k$ 恰有两个不同的实数解，则 $k=\frac{e}{2}$

D. 若 $f(x)\geq a\ln(x+1)$ 恒成立，则 $a\leq 1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

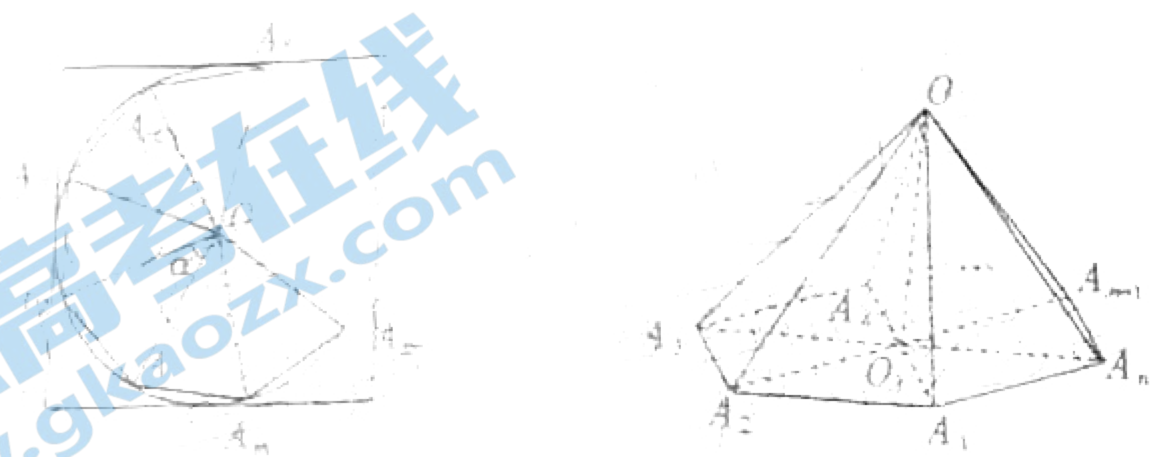
13. $a>0$，$b>0$，若 2 是 a 与 $b+1$ 的等比中项，则 $a-b$ 的最小值为 ▲ 。

14. 赵爽是我国古代数学家、天文学家，约公元 222 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了"勾股圆方图"，亦称"赵爽弦图"，它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形。如图所示的是一张弦图，已知大正方形的面积为 169，小正方形的面积为 49，若直角三角形较小的锐角为 α，则 $\tan(\alpha+\frac{3\pi}{4})$ 的值为 ▲ 。



15. 设复数 z 满足 $|z|=|z-1|$，且 $\frac{z-1}{z+1}$ 是纯虚数，试写出一个满足条件的复数：$z=$ ▲ ＿＿＿.

16. 如图，某校学生在开展数学建模活动时，用一块边长为 12 dm 的正方形铝板制作一个无底面的正 n 棱锥（侧面为等腰三角形，底面为正 n 边形）道具，他们以正方形的几何中心为圆心，6 dm 为半径画圆，仿照我国古代数学家刘徽的割圆术裁剪出 m 份，再从中取 n 份，并以 O 为正 $n(n>3)$ 棱锥的顶点，且 O 落在底面的射影为正 n 边形的几何中心 O_1，$\angle A_1O_1A_2=\frac{2\pi}{n}$，侧面等腰三角形的顶角为 $\angle A_1OA_2=\alpha$，当 $\cos\angle A_1O_1A_2=2\cos\alpha-1$ 时，设正棱锥的体积为 $V\ \mathrm{dm}^3$，则 $\frac{V}{n}$ 的最大值为 ＿＿▲＿＿.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在①$\triangle ABC$ 的周长为 6，②$a\sin B=2$，③$ab=4$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中. 若问题中的三角形存在，判断 $\triangle ABC$ 的形状；若问题中的三角形不存在，说明理由.

问题：是否存在 $\triangle ABC$，它的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 a,c,b 成等差数列，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，＿＿＿？

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. (12 分)

根据市场调查，某种商品在最近 30 天内的价格 $f(t)$（单位：元/件）、日销售量 $g(t)$（单位：件）与时间 t（单位：天）的关系分别是 $f(t)=\begin{cases} t+40, & 0<t<10, \\ \frac{100t}{t+10}, & 10\leqslant t\leqslant 30 \end{cases}(t\in\mathbf{N})$，$g(t)=-t+50(0\leqslant t\leqslant 30, t\in\mathbf{N})$.

(1) 求该商品的日销售额 y（单位：元）与时间 t 之间的函数关系式；

(2) 求这种商品的日销售额的最大值.

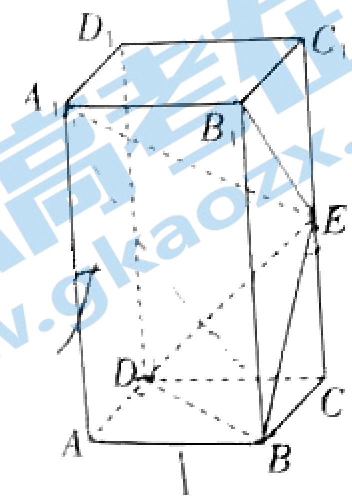
注：日销售额＝销售量×价格.

19.（12 分）

如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，E 为 CC_1 的中点.

(1)当 $AA_1=2$ 时，证明：平面 $BDE\perp$ 平面 A_1B_1E.

(2)当 $AA_1=3$ 时，求 A_1 到平面 BDE 的距离.



20.（12 分）

设函数 $f(x)=m\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $m>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，其图象的两条对称轴间的最短距离是 $\frac{\pi}{2}$，若 $f(x)\geq f(-\frac{\pi}{12})$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，且 $f(-\frac{\pi}{12})=-2$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)在锐角$\triangle ABC$中，A,B,C 是$\triangle ABC$的三个内角，满足 $f(\frac{B}{2})=\sin(A-B)-\sqrt{3}\cos(A-B)$，求 $\frac{\sin C}{\sin B}$ 的取值范围.

21.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1=2,a_n=\frac{2a_{n-1}}{a_{n-1}+4}(n\geq 2)$.

(1)证明数列$\{\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}\}$是等比数列，并求出$\{a_n\}$的通项公式.

(2)证明：$2[1-(\frac{1}{2})^n]<S_n<\frac{7}{2}$.

22.（12 分）

设函数 $f(x)=\ln x-ax+1$.

(1)若 $f(x)\leq 0$ 恒成立，求 a 的取值范围.

(2)证明：$(\frac{\ln x}{x}+1)(e^{-x}+1)<\frac{2}{e}+1$.