

# 绵阳市高中 2020 级第一次诊断性考试

## 理科数学

### 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 \leq 2\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $[-1, \sqrt{2}]$       B.  $\{-1, 0, 1\}$       C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       D.  $[-\sqrt{2}, 3]$
2. 若  $a > b > 0$ , 则一定有  
A.  $\cos a < \cos b$       B.  $2^a - 2^b < 0$   
C.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       D.  $a^3 > b^3$
3. 若命题：“ $\forall x \in \mathbf{R}, m \geq \sin x + \cos x$ ”是真命题，则实数  $m$  的取值范围是  
A.  $m \geq \sqrt{2}$       B.  $m \geq 2$   
C.  $m \leq -\sqrt{2}$       D.  $m \leq -2$
4. 设  $a = \log_9 4$ , 则  $3^a$  的值是  
A. 1      B. 2      C. 4      D. 9
5. 在  $\triangle ABC$  中，点  $M$  为边  $AB$  上一点， $2\overline{AM} = \overline{MB}$ , 若  $3\overline{CM} = \lambda\overline{CA} + \mu\overline{CB}$ , 则  $\mu =$   
A. 3      B. 2  
C. 1      D. -1
6. 已知  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $S_{19} = 57$ , 则  $3a_5 - a_1 - a_4 =$   
A. 2      B. 3  
C. 4      D. 6

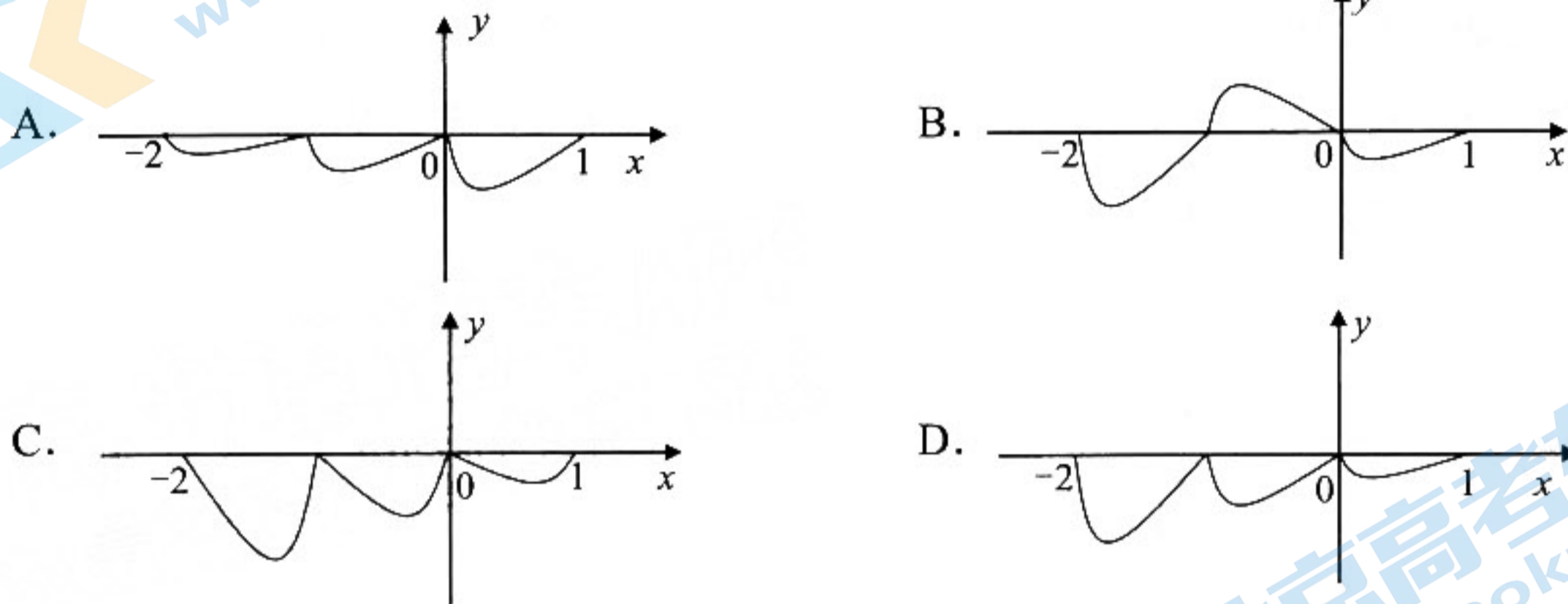
7. 某地锰矿石原有储量为  $a$  万吨, 计划每年的开采量为本年年初储量的  $m$  ( $0 < m < 1$ , 且  $m$  为常数) 倍, 那么第  $n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 年在开采完成后剩余储量为  $a(1-m)^n$ , 并按该计划方案使用 10 年时间开采到原有储量的一半. 若开采到剩余储量为原有储量的 70% 时, 则需开采约( )年. (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.4$ )

- A. 4                                      B. 5                                      C. 6                                      D. 8

8. 若函数  $y = \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  上恰有唯一极值点, 则  $\omega$  的取值范围为

- A.  $[\frac{1}{3}, \frac{7}{6}]$                                       B.  $(\frac{1}{3}, \frac{7}{6}]$   
 C.  $(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}]$                                       D.  $(\frac{2}{3}, \frac{7}{3})$

9. 函数  $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2f(x+1), & -2 \leq x < 0 \end{cases}$  的图象大致为



10. 已知  $(\tan 2\alpha - \tan \alpha) \cdot \cos 2\alpha = 2$ , 则  $\tan \alpha =$

- A. 2                                      B.  $\sqrt{2}$                                       C. -2                                      D.  $\frac{1}{2}$

11. 已知直线  $l: x + my + n = 0$  既是曲线  $y = \ln x$  的切线, 又是曲线  $y = e^{x-2}$  的切线, 则  $m+n =$

- A. 0                                      B. -2                                      C. 0 或 e                                      D. -2 或 -e

12. 若函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(2x+1)$  为偶函数,  $f(x-1)$  关于点  $(3, 3)$  成中心对称, 则下列说法正确的个数为

- ①  $f(x)$  的一个周期为 2                                      ②  $f(22) = 3$   
 ③  $f(x)$  的一条对称轴为  $x = 5$                                       ④  $\sum_{i=1}^{19} f(i) = 57$

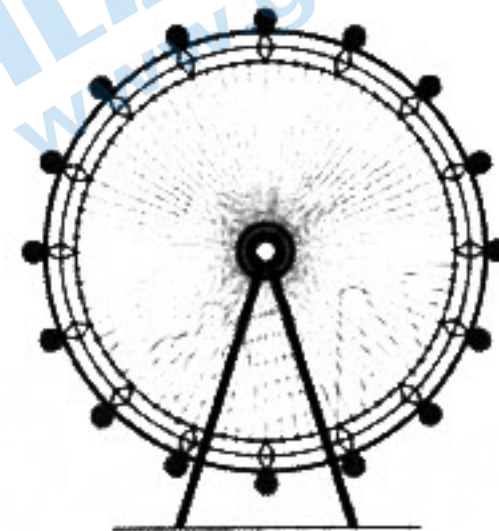
- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (-1, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (1, m)$ , 且  $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数, 设  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $a_2 = 2$ ,  $a_4 = 8$ , 则  $S_5 =$  \_\_\_\_\_.

15. 某游乐场中的摩天轮作匀速圆周运动, 其中心距地面 20.5 米, 半径为 20 米. 假设从小军同学在最低点处登上摩天轮开始计时, 第 6 分钟第一次到达最高点. 则第 10 分钟小军同学离地面的高度为 \_\_\_\_\_ 米.



16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x \geq a, \\ x - 2, & x < a, \end{cases}$  若存在实数  $m$ , 使得关于  $x$  的方程  $f(x) = m$  恰有三个不同的实数根, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

已知函数  $f(x) = \cos x(\sqrt{3}\sin x - \cos x)$ .

- (1) 求  $f(x)$  的单调递减区间;
- (2) 求  $f(x) = -1$  在  $[0, \pi]$  上的解.

18. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_{n+2} + 4a_n = 5a_{n+1}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

- (1) 证明: 数列  $\{a_{n+1} - a_n\}$  是等比数列;
- (2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

19. (12 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边为  $a, b, c$ , 且  $a \cdot \cos B = b(1 + \cos A)$ .

- (1) 证明:  $\sin C = \sin 3B$ ;
- (2) 求  $\frac{c}{a}$  的取值范围.

20. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (\frac{k}{2} + 2)x^2 + 4kx - \frac{11}{6}$  ( $k \in \mathbf{R}$ ).

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 若函数  $f(x)$  在  $(0, 3)$  上恰有两个零点, 求函数  $f(x)$  在  $[0, 3]$  上的最小值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = 2e^x - x^2 - ax - 2$ , 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq 0$ .

(1) 求  $a$  的取值范围;

(2) 求证:  $(1 + \frac{2}{2e-1})(1 + \frac{2}{2e^2-1})(1 + \frac{2}{2e^3-1}) \cdots (1 + \frac{2}{2e^n-1}) < 5$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参数方程为

程为  $\begin{cases} x = t \cos \frac{\pi}{3}, \\ y = 6 + t \sin \frac{\pi}{3} \end{cases}$  ( $t$  为参数).

(1) 判断直线  $l$  和圆  $C$  的位置关系, 并说明理由;

(2) 设  $P$  是圆  $C$  上一动点,  $A(4, 0)$ , 若点  $P$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\overline{CA} \cdot \overline{CP}$  的值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x+2| + |2x+1|$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小值;

(2) 若  $a, b, c$  均为正数, 且  $f(a) + f(b) + f(c) = 18$ , 证明:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯