

东城区 2019—2020 学年度第二学期期末统一检测

高二数学

2020.7

本试卷共 4 页,共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1) $(3x - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中各项系数之和为

- (A) 2^6 (B) 3^6 (C) 4^6 (D) 1

(2) 已知函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数为 1, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{2\Delta x} =$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

(3) 若变量 x, y 之间是线性相关关系, 则由以下数据表得到的回归直线必过定点

x	1	2	4	5
y	7	6	9	10

- (A) (2, 6) (B) (3, 8) (C) (4, 9) (D) (5, 10)

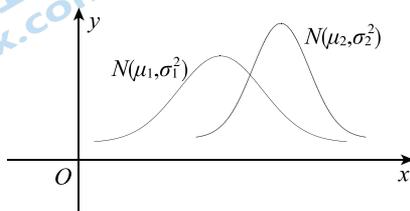
(4) 3 位老师和 4 名学生站成一排, 要求任意两位老师都不相邻, 则不同的排法种数为

- (A) A_7^7 (B) $A_4^4 + A_3^3$ (C) $A_4^4 A_3^3$ (D) $A_4^4 A_5^3$

(5) 已知随机变量 X 服从二项分布, 即 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 2, D(X) = 1.6$, 则二项分布的参数 n, p 的值为

- (A) $n=4, p=\frac{1}{2}$ (B) $n=6, p=\frac{1}{3}$
(C) $n=8, p=\frac{1}{4}$ (D) $n=10, p=\frac{1}{5}$

(6) 设两个正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2) (\sigma_1 > 0)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2) (\sigma_2 > 0)$ 的密度曲线如图所示, 则有



- (A) $\mu_1 > \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$ (B) $\mu_1 > \mu_2, \sigma_1 < \sigma_2$
(C) $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$ (D) $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1 < \sigma_2$

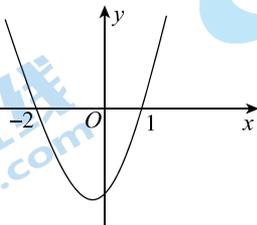
(7) 某小组有 5 名男生、3 名女生，从中任选 3 名同学参加活动，若 X 表示选出女生的人数，则 $P(X \geq 2) =$

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{15}{56}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

(8) 若从 $1, 2, 3, \dots, 9$ 这 9 个整数中同时取 3 个不同的数，其和为奇数，则不同的取法共有

- (A) 36 种 (B) 40 种 (C) 44 种 (D) 48 种

(9) 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导，其导函数为 $f'(x)$ ，且函数 $y = (1-x)f'(x)$ 的图象如图所示，则下列结论中一定成立的是



- (A) $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ (B) $f(x)$ 有极小值 $f(-2)$
(C) $f(x)$ 有极大值 $f(1)$ (D) $f(x)$ 有极小值 $f(1)$

(10) 某企业拟建造一个容器(不计厚度，长度单位：米)，该容器的底部为圆柱形，高为 l ，底面半径为 r ，上部为半径为 r 的半球形，按照设计要求容器的体积为 $\frac{28}{3}\pi$ 立方米，假设该容器的建造费用仅与其表面积有关，已知圆柱形部分每平方米建造费用为 3 万元，半球形部分每平方米建造费用为 4 万元，则该容器的建造费用最小时，半径 r 的值为

- (A) 1 (B) $\sqrt[3]{2}$ (C) $\sqrt[3]{4}$ (D) 2

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

(11) 在 $(\frac{x}{2} - \frac{2}{x})^5$ 的展开式中， x^3 的系数为 _____。(用数字作答)

(12) 给出下列三个结论：

① 若 $y = \sqrt{x}$ ，则 $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ；

② 若 $y = e^{-x}$ ，则 $y' = e^{-x}$ ；

③ 若 $y = \cos x$ ，则 $y' = -\sin x$ 。

其中正确结论的序号是 _____。

(13) 盒子中有 4 个白球和 3 个红球，现从盒子中依次不放回地抽取 2 个球，那么在第一次抽出白球的条件下，第二次抽出红球的概率是 _____。

(14) 某年级举办线上小型音乐会，由 6 个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目丙必须排在节目乙的下一个，则该小型音乐会节目演出顺序的编排方案共有 _____ 种。(用数字作答)

(15) 已知函数 $f(x) = e^{x-3}$, $g(x) = \frac{1}{2} + \ln \frac{x}{2}$, 若 $f(m) = g(n)$ 成立, 则 $n - m$ 的最小值为_____.

三、解答题共 5 小题, 共 40 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 8 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3\ln x$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求 $f(x)$ 的单调区间.

(17) (本小题 8 分)

为了迎接冬奥会, 某中学推广冰上运动, 从全校学生中随机抽取了 100 人, 统计是否爱好冰上运动, 得到如下的列表:

	爱好	不爱好	共计
男生	10		
女生		30	
共计	50		

参考附表:

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.025
k	2.706	3.841	5.024

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

(I) 补全 2×2 列联表;

(II) 能否在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为“爱好冰上运动与性别有关”?

请说明理由.

(18)(本小题 8 分)

2020 年 5 月 1 日起,《北京市垃圾分类管理条例》正式实施,某社区随机对 200 种垃圾辨识度进行了随机调查,经分类整理得到下表:

垃圾分类	厨余垃圾	可回收物	有害垃圾	其他垃圾
垃圾种类	70	60	30	40
辨识度	0.9	0.6	0.9	0.6

辨识度是指:一类垃圾中辨识准确度高的数量与该类垃圾的种类数的比值.

(I)从社区调查的 200 种垃圾中随机选取一种,求这种垃圾辨识度高的概率;

(II)从可回收物中有放回的抽取三种垃圾,记 X 为其中辨识度高的垃圾种数,求 X 的分布列和数学期望.

(19)(本小题 8 分)

已知函数 $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

(I)求 $f(x)$ 的极值;

(II)若函数 $y = f(x) - ax$ 在定义域内有三个零点,求实数 a 的取值范围.

(20)(本小题 8 分)

设集合 $S_n = \{n, n+1, \dots, 2n-1\}$,若 X 是 S_n 的子集,把 X 中所有数的和称为 X 的“容量”(规定空集的容量为 0),若 X 的容量为奇(偶)数,则称 X 为 S_n 的奇(偶)子集.

(I)当 $n=3$ 时,写出 S_n 的所有奇子集;

(II)求证:当 $n \geq 3$ 时, S_n 的所有奇子集的容量之和等于所有偶子集的容量之和;

(III)当 $n \geq 3$ 时,求 S_n 的所有奇子集的容量之和.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。