

重庆市九校联盟 高三数学考试(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容(除立体几何)。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | 0 < x < 3\}$, $B = \{x | x \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(0, 1]$ D. $(1, 3)$

2. $\frac{1-3i}{1+2i}$ 的实部为

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{-x}, & x < 0, \\ 2g(x), & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $g(1) =$

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

4. 某地有两个国家 AAAA 级旅游景区——甲景区和乙景区。相关部门统计了这两个景区 2019 年 1 月至 6 月的月客流量(单位:百人), 得到如图所示的茎叶图。关于 2019 年 1 月至 6 月这两个景区的月客流量, 以下结论错误的是

- A. 甲景区月客流量的中位数为 12950 人
B. 乙景区月客流量的中位数为 12450 人
C. 甲景区月客流量的极差为 3200 人
D. 乙景区月客流量的极差为 3100 人

甲景区		乙景区
4	11	2 3
2 4	12	4 5
5	13	6
6 5	14	2

5. 若 $\tan \alpha = 4$, $\sin \beta = 2\cos \beta$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$

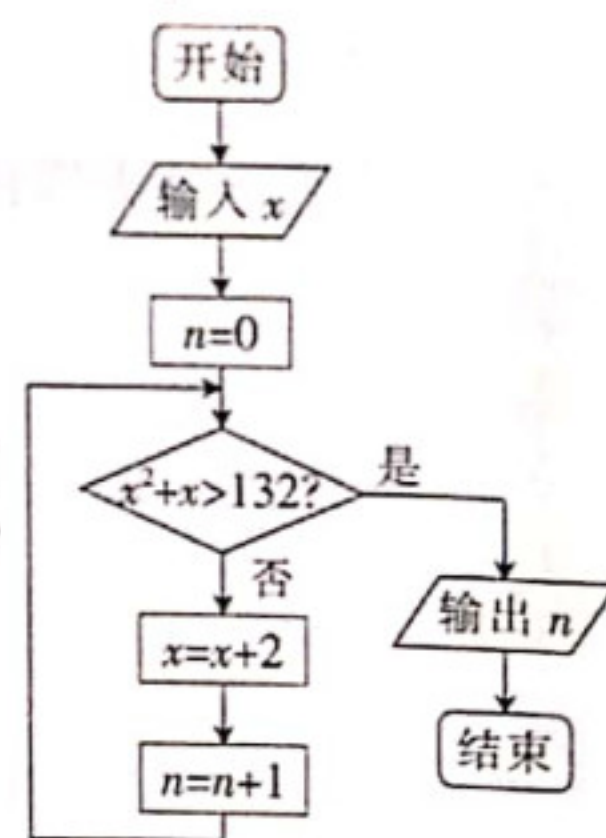
- A. $-\frac{9}{2}$ B. 6 C. $-\frac{6}{7}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 某人午觉醒来, 发现手机没电自动关机了, 他打开收音机, 想听电台准点报时, 则他等待的时间不少于 20 分钟的概率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 执行右边的程序框图, 若输入的 x 的值为 5, 则输出的 n 的值为

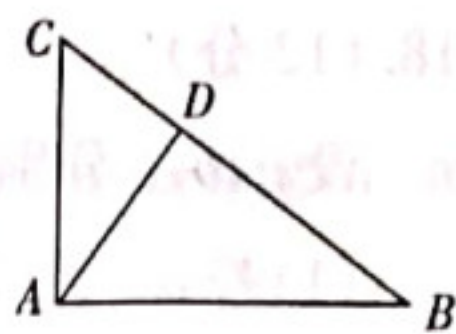
- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5



8. 已知 M 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点, F 是 C 的焦点, 过 M 作 C 的准线的垂线, 垂足为 N , 若 $\angle MFO = 120^\circ$ (O 为坐标原点), $\triangle MNF$ 的周长为 12, 则 $|NF| =$

- A. 4 B. $\sqrt{17}$
C. $3\sqrt{2}$ D. 5

9. 最早发现勾股定理的人应是我国西周时期的数学家商高, 根据记载, 商高曾经和周公讨论过“勾3股4弦5”的问题, 我国的《九章算术》也有记载. 所以, 商高比毕达哥拉斯早 500 多年发现勾股定理. 现有 $\triangle ABC$ 满足“勾3股4弦5”, 如图所示, 其中 $AB=4$, D 为弦 BC 上一点(不含端点), 且 $\triangle ABD$ 满足勾股定理, 则 $(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{AD} =$



- A. $\frac{25}{144}$ B. $\frac{144}{25}$ C. $\frac{169}{25}$ D. $\frac{25}{169}$
10. 已知命题 p : 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A > B$, 则 $\cos A + \cos B > 0$, 命题 q : 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 a_6 = 16$, 则 $a_4 = 4$. 下列命题是真命题的是
- A. $p \wedge (\neg q)$ B. $(\neg p) \vee q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \wedge q$
11. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \cos^2(2x + \frac{7\pi}{12}) - \sin(4x + \frac{\pi}{6})$, 则 $f(x)$ 的图象的对称中心为
- A. $(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{24}, 0) (k \in \mathbf{Z})$ B. $(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, 0) (k \in \mathbf{Z})$
- C. $(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{24}, \sqrt{3}) (k \in \mathbf{Z})$ D. $(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, \sqrt{3}) (k \in \mathbf{Z})$
12. 若函数 $f(x) = \log_a(x^2 - 2ax + a^2 + 4) (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 有最大值, 且最大值不小于 -1 , 则 a 的取值范围为
- A. $(0, \frac{1}{4}]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$
- C. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ D. $(0, \frac{1}{4}] \cup (1, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 不等式组 $\begin{cases} y \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ 2x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$ 表示的可行域的面积 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
14. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 100, 且 $a_3 = 5$, 则 $a_{12} = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
15. 若函数 $f(x) = e^x - mx$ 在 $[-2, 0]$ 上为减函数, 则 m 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
16. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F 作双曲线 C 的一条弦 AB , 且 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$, 若以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点, 则双曲线 C 的离心率为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 5$, 且 $a_2 + a_3 = 20$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{3a_n + \sqrt{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12分)

设 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边. 已知 $\tan A = \sqrt{3}, b = 2$.

(1) 若 $a = 2\sqrt{3}$, 求 B ;

(2) 若 $a = 2c$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分)

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费, 需了解年宣传费对年销售量(单位: t)的影响. 该公司对近5年的年宣传费和年销售量数据进行了研究, 发现年宣传费 x (万元)和年销售量 y (单位: t)具有线性相关关系, 并对数据作了初步处理, 得到下面的一些统计量的值.

x (万元)	2	4	5	3	6
y (单位: t)	2.5	4	4.5	3	6

(1) 根据表中数据建立年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程.

(2) 已知这种产品的年利润 z (万元)与 x, y 的关系为 $z = y - 0.05x^2 - 1.85$, 根据(1)中的结果回答下列问题:

① 当年宣传费为 10 万元时, 预测该产品的年销售量及年利润;

② 估计该产品的年利润与年宣传费的比值的最大值.

附: 回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

参考数据: $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 88.5, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 90$.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3f'(1)}{10}x - 14\ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $10x + y + b = 0$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若 $f(x) > \frac{1}{3}m$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且圆 $x^2 + y^2 = 1$ 经过椭圆 C 的上、下顶点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 l 与椭圆 C 相切, 且与椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4a^2} + \frac{y^2}{4b^2} = 1$ 相交于 M, N 两点, 证明: $\triangle OMN$ 的面积为定值 (O 为坐标原点).

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C 的参数方程为

$\begin{cases} x = m \cos \alpha, \\ y = a + n \sin \alpha \end{cases}$ ($m > 0, n > 0, \alpha$ 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 且曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 8 \sin \theta$.

(1) 求 a, m, n 的值;

(2) 已知点 P 的直角坐标为 $(0, 1)$, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = 3|x+1| - |2x-4|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) - |x-2| \leq t^2 - 8t$ 恒成立, 求 t 的取值范围.