

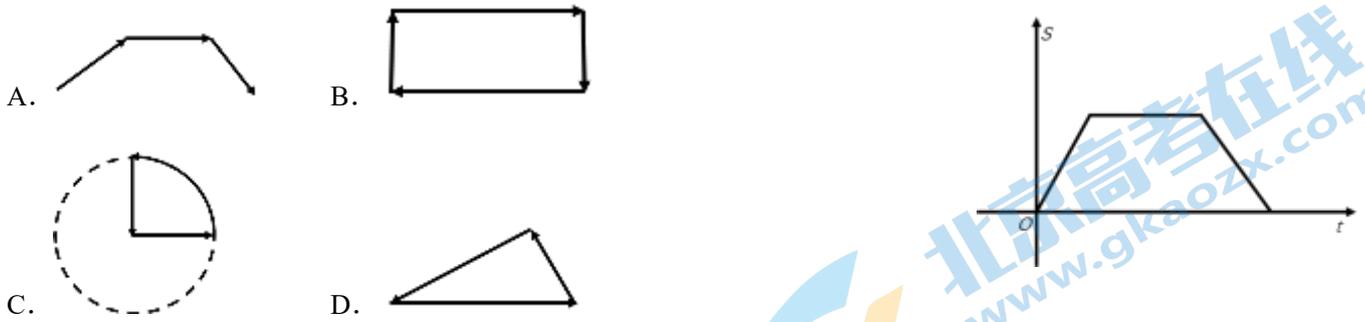
2021 北京陈经纶中学高一（上）期中

数 学

（时间：120 分钟 满分：150 分）

一、 选择题(共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ，集合 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$ ，那么 $A \cap B =$ ()
- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. 若 $p: \forall x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} \geq 2$ ，则 $\neg p$ 为()
- A. $\exists x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} < 2$ B. $\exists x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} \leq 2$
- C. $\exists x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} \geq 2$ D. $\forall x \in (0, +\infty), x + \frac{1}{x} < 2$
3. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，且 $a > b$ ，则下列不等式一定成立的是()
- A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ C. $a|c| > b|c|$ D. $c - a < c - b$
4. 下列函数中，既是奇函数又是增函数的是()
- A. $y = x + 1$ B. $y = -x^3$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x|x|$
5. 已知正数 a, b 满足 $a + b = 1$ ，则 \sqrt{ab} ()
- A. 有最小值 $\frac{1}{2}$ B. 有最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 有最大值 $\frac{1}{2}$ D. 有最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. 若 $a = 2^{0.5}$ ， $b = 2^{0.6}$ ， $c = 0.6^2$ ，则 a, b, c 的大小关系是()
- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$
7. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax$ ，则“ $a < 0$ ”是“函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增”的()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 下图是王老师锻炼时所走的离家距离 (S) 与行走时间 (t) 之间的函数关系图，若用黑点表示王老师家的位置，则王老师行走的路线可能是 ()



9. 手机屏幕面积与整机面积的比值叫手机的“屏占比”，它是手机外观设计中的一个重要参数，其值通常在 $(0, 1)$ 之间。设计师讲某手机的屏幕面积和整机面积同时增加相同的数量，升级为一款新的手机外观，则该手机“屏占比”和升级前比有什么变化 ()

- A. “屏占比”不变 B. “屏占比”变小 C. “屏占比”变大 D. 变化不确定

10. 对实数 a 与 b ，定义新运算“ \otimes ”： $a \otimes b = \begin{cases} a, & a - b \leq 1, \\ b, & a - b > 1. \end{cases}$ 设函数 $f(x) = (x^2 - 2) \otimes (x - x^2), x \in \mathbb{R}$ ，若函数 $y = f(x) - c$ 的图像与 x 轴恰有两个公共点，则实数 c 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2] \cup (-1, \frac{3}{2})$ B. $(-\infty, -2] \cup (-1, -\frac{3}{4})$
 C. $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, +\infty)$ D. $(-1, -\frac{3}{4}) \cup [\frac{1}{4}, +\infty)$

二、填空题(共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分)

11. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图像过点 $(8, 2\sqrt{2})$ ，则 $f(9)$ 的值为_____.

12. 计算 $(2a^{-3}b^{\frac{2}{3}}) \times (-3a^{-1}b) \div (4a^{-4}b^{\frac{5}{3}}) =$ _____.

13. 如果函数 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ -x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ 是定义在 \mathbb{R} 上的减函数，那么实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $y = f(x), x \in \mathbb{R}$ ，且 $f(0) = 3, \frac{f(0.5)}{f(0)} = 2, \frac{f(1)}{f(0.5)} = 2, \frac{f(0.5n)}{f(0.5(n-1))} = 2, n \in \mathbb{N}^*$ ，则 $f(2) =$ _____； $f(x)$ 的一个解析式可以是_____.

15. 设定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足：

- (1) 当 $m, n \in \mathbb{R}$ 时， $f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$ ； (2) $f(0) \neq 0$ ； (3) 当 $x < 0$ 时， $f(x) > 1$ ，

则在下列结论中：

- ① $f(a) \cdot f(-a) = 1$ ；
 ② $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是递减函数；
 ③ 存在 x_0 ，使 $f(x_0) < 1$ ；

④ 若 $f(2) = \frac{1}{2}$, 则 $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$, $f(\frac{1}{6}) = \frac{1}{6}$.

其中正确结论的命题为_____.

三、解答题(共 6 小题, 共 85 分)

16. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | m - 2 < x < m\}$

(I) 若 $m = 0$, 全集 $U = A \cup B$, 求 $C_U B$;

(II) 从条件①和条件②选择一个作为已知, 求实数 m 的取值范围.

条件①: 若 $A \cup B = A$; 条件②: 若 $A \cap B = \emptyset$.

17. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$

(I) 用函数单调性的定义证明 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

(II) 解不等式 $f(t) > \frac{1}{2}$.

18. 已知函数 $f(x) = ax^2 + x$ 定义在区间 $[0, 2]$ 上, 其中 $a \in [-2, 0]$.

(I) 若 $a = -1$, 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 求 $f(x)$ 的最大值.

19. 已知定义域为 \mathbb{R} 的单调减函数 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{x}{3} - 2^x$.

(I) 求 $f(0)$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的解析式;

(III) 若对任意的 $t \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

20. 在对口扶贫活动中, 甲将自己经营某种消费品的一个小店以优惠价 2 万元转让给身体有残疾的乙经营, 并约定从该店经营的利润中, 首先保证乙的每月最低生活开支 3600 元后, 逐步偿还转让费(不计息). 在甲提供的资料中, 有:

①这种消费品进价每件 14 元;

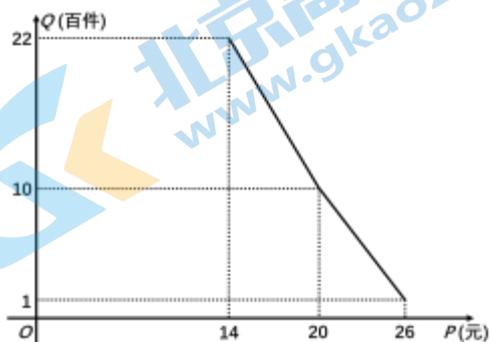
②该店月销量 Q (百件)与销售价格 p (元)的关系如图:

③每月需要各种开支 2000 元.

(I)为使该店至少能够维持乙的生活, 商品价格应控制在什么范围内?

(II)当商品价格每件多少元时, 月利润扣除最低生活费的余额最大, 并求最大余额.

(III)若乙只依靠该店, 能否在 3 年内脱贫(偿还完转让费)?



21. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 且满足对于任意 $x, y \in R$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$, 且 $f(1) = -3$.

(I)求 $f(0)$ 与 $f(3)$ 的值;

(II)判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(III)判断 $f(x)$ 的单调性, 并证明;

(IV)解不等式 $f(x^2 + 1) + f(x) \leq -9$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018