海淀区高二年级第一学期期末练习

数 学（理科）

参考答案及评分标准

2018.1

一. 选择题:本大题共 8 小题，每小题 4 分,共 32 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	B	C	D	A	C	B

二.填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9. $\frac{3\pi}{4}$， $x+y-2=0$　　10. $\sqrt{3}$　　11. A_1, A, B, C （此答案不唯一）

12. $-\frac{1}{2}$　　13. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

14. ① $x=0, y=0$， $y=x, y=-x$ 中的任意两条都对

② $(0,0),(1,1)$ 此答案不唯一　　③ $[0,\sqrt{2}]$

说明：9 题每空 2 分，14 题中 ① ②空 各给 1 分，③给 2 分

三. 解答题:本大题共 4 小题,共 44 分.

15.（本小题满分 10 分）

解: （1）设圆心 $C(a,a)$，则 $|OC|=\sqrt{a^2+a^2}=2\sqrt{2}$ ……1 分

解得 $a=2$， $a=-2$（舍掉） ……2 分

所以圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=1$ ……4 分

（II）

① 若直线 l 的斜率不存在，直线 l： $x=1$，符合题意 ……5 分

② 若直线 l 的斜率存在，设直线 l 为 $y=k(x-1)$，

即 $kx-y-k=0$ ……6 分

由题意，圆心到直线的距离 $d=\frac{|k-2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$ ……8 分

解得 $k=\frac{3}{4}$ ……9 分

所以直线 l 的方程为 $3x-4y-3=0$ ……10 分

综上所述，所求直线 l 的方程为 $x=1$ 或 $3x-4y-3=0$.

16.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）证明：在 ΔPBC 中，

因为 D，E 分别是 BC，PB 的中点，

所以 $DE//PC$ ……1 分

因为 $DE \not\subset$ 平面 PAC，$PC \subset$ 平面 PAC ……3 分

说明：上面两个必须有，少一个扣 1 分.

所以 $DE//$ 平面 PAC. ……4 分

（Ⅱ）证明：因为 $PB = PC$，$AB = AC$，D 是 BC 的中点，

所以 $PD \perp BC$，$AD \perp BC$ ……6 分

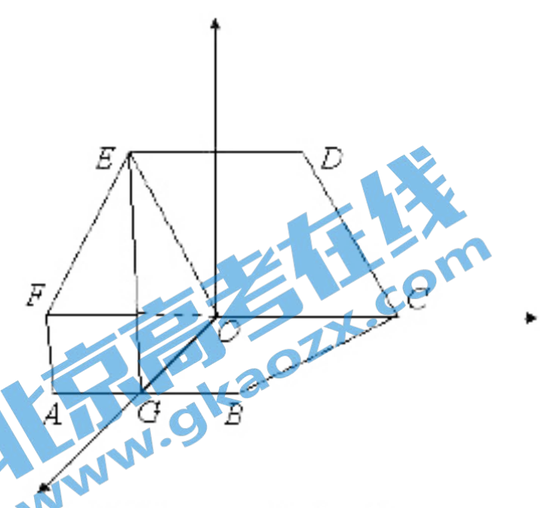
因为 $PD \cap AD = D$，$PD, AD \subset$ 平面 PAD ……8 分

所以 $BC \perp$ 平面 PAD ……9 分

因为 $BC \subset$ 平面 ABC

所以 平面 $ABC \perp$ 平面 PAD ……10 分

17.（本小题满分 12 分）



解：法一：**向量法**

（Ⅰ）F, D 点为所求的点.

证明如下：

因为四边形 $ABCF$ 是等腰梯形，点 O 为 FC 的中点，点 G 是 AB 的中点，

所以 $OG \perp FC$.

又平面 $ABCF \perp$ 平面 $FCDE$，平面 $ABCF \cap$ 平面 $FCDE = FC$，

所以 $OG \perp$ 平面 $FCDE$ ……1 分

同理取 DE 的中点 H，则 $OH \perp$ 平面 $ABCF$.

分别以边 OG, OC, OH 所在直线为 x, y, z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.

由 $AB = 2$，得 $G(\sqrt{3},0,0)$，$D(0,1,\sqrt{3})$，$E(0,-1,\sqrt{3})$，$F(0,-2,0)$，

则 $\overrightarrow{FD} = (0,3,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{OG} = (\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{OE} = (0,-1,\sqrt{3})$.

所以 $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{OG} = 0$，$\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{OE} = 0$ ……3 分

又 $EO \cap OG = O$，

所以 $FD\perp$ 平面 EGO ……4 分

（II）由（Ⅰ）知平面 EGO 的一个法向量为 $\overrightarrow{FD}=(0,3,\sqrt{3})$.

设平面 EFG 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，则

$$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{FE}=0,\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{FG}=0,\end{cases}\quad 即\begin{cases}y+\sqrt{3}z=0,\\ \sqrt{3}x+2y=0\end{cases}$$ ……5 分

令 $y=\sqrt{3}$，则 $z=-1$， $x=-2$.

所以 $\vec{m}=(-2,\sqrt{3},-1)$ ……6 分

所以 $\cos<\overrightarrow{FD},\vec{m}>=\dfrac{(-2,\sqrt{3},-1)\cdot(0,3,\sqrt{3})}{\sqrt{4+3+1}\cdot\sqrt{0+9+3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ……7 分

所以二面角 $O-EG-F$ 的余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ……8 分

（III）假设存在点 H，使得 $BH\perp$ 平面 EOG.

设 $\overrightarrow{DH}=\lambda\overrightarrow{DC}$ ……9 分

所以 $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{BD}+\lambda\overrightarrow{DC}$，所以 $\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{BH}=0$ ……10 分

而计算可得 $\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{BH}=3$ ……11 分

这与 $\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{BH}=0$ 矛盾

所以在线段 CD 上不存在点 H，使得 $BH\perp$ 平面 EOG ……12 分

法二：（Ⅰ） 证明如下：

因为四边形 $ABCF$ 是等腰梯形，点 O 为 FC 的中点，点 G 是 AB 的中点，

所以 $OG\perp FC$ ……1 分

又平面 $ABCF\perp$ 平面 $FCDE$，平面 $ABCF\cap$ 平面 $FCDE=FC$，

所以 $OG\perp$ 平面 $FCDE$ ……2 分

因为 $FD\subset$ 平面 $FCDE$，所以 $OG\perp FD$.

又 $ED\underline{\parallel}FO$，且 $EF=ED$，

所以 $EFOD$ 为菱形，所以 $FD\perp EO$ ……3 分

因为 $EO\cap OG=O$，

所以 $FD\perp$ 平面 EGO. ……4 分

（III）假设存在点 H，使得 $BH\parallel$ 平面 EOG ……9 分

由 $ED\underline{\parallel}OC$，所以 $EOCD$ 为平行四边形，

所以 $EO\parallel DC$ ……10 分

因为 $EO\subset$ 平面 EOG

所以 $DC\parallel$ 平面 EOG ……11 分

又 $BH\cap DC=H$，所以平面 $EOG\parallel$ 平面 BCD，

所以 $BC\parallel$ 平面 EOG，所以 $BC\parallel OG$，

所以 $GBCO$ 为平行四边形，所以 $GB=CO$，矛盾

所以不存在点 H，使得 $BH\parallel$ 平面 EOG ……12 分

18.（本小题满分 12 分）

解：（I）把 $x=4$ 代入抛物线方程，得到 $y=\pm4$ ……1 分

所以不妨设 $A(4,4),B(4,-4)$，

所以 $|AB|=8$.

因为 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot8\cdot d=4$，

所以点 P 到直线 AB 的距离 $d=1$ ……2 分

所以点 P 的横坐标 $x_0=3$ ……3 分

代入抛物线方程得 $P(3,2\sqrt{3})$ ……4 分

（II）因为 $PA\perp PB$，

所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$ ……5 分

所以 $(x_0-4)(x_0-4)+(y_0-4)(y_0+4)=0$，

所以 $x_0^2-8x_0+16+y_0^2-16=0$，

把 $y_0^2=4x_0$ 代入得到 $x_0^2-4x_0=0$ ……6 分

所以 $x_0=0$，$x_0=4$（舍） ……7 分

所以 $y_0=0$，$|PA|=4\sqrt{2}$ ……8 分

（III）直线 PA 的方程为 $y-4=\dfrac{y_0-4}{x_0-4}(x-4)=\dfrac{4}{y_0+4}(x-4)$，

点 M 横坐标 $x_M=\dfrac{-4(x_0-4)}{y_0-4}+4=-y_0$ ……9 分

同理 PB 的方程为 $y+4=\dfrac{y_0+4}{x_0-4}(x-4)=\dfrac{4}{y_0-4}(x-4)$，

点 N 横坐标 $x_N=\dfrac{4(x_0-4)}{y_0+4}+4=y_0$ ……10 分

因为 $S_{\triangle PMN}=S_{\triangle PAB}$，所以 $\dfrac{1}{2}|MN|\cdot|y_0|=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot|x_0-4|$

所以 $y_0^2=4(4-x_0)$，解得 $x_0=2$ ……11 分

所以 $S_{\triangle PMN}=S_{\triangle PAB}=8$ ……12 分

说明：解答题有其它正确解法的请酌情给分.

北京高考在线 www.gkaozx.com

扫描二维码，获取更多期末试题

长按识别关注