

2022 年深圳市高三年级第一次调研考试

数 学

2022. 2

本试卷共 6 页, 22 小题, 满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

- 答卷前, 考生务必用黑色字迹的签字笔在答题卡指定位置填写自己的学校、姓名和考生号, 并将条形码正向准确粘贴在答题卡的贴条形码区, 请保持条形码整洁、不污损.
- 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答案涂在答题卷相应的位置上.
- 非选择题必须用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.
- 考生必须保持答题卡的整洁, 考试结束后, 将答题卡交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 1, 2\}$
- 已知复数 z 满足 $(1+i)z = 1-i$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的虚部为
A. 0 B. -1 C. 1 D. -i
- 以边长为 2 的正方形的一边所在直线为旋转轴, 将该正方形旋转一周所得圆柱的侧面积等于
A. 8π B. 4π C. 8 D. 4
- 阻尼器是一种以提供运动的阻力, 从而达到减振效果的专业工程装置. 深圳第一高楼平安金融中心的阻尼器减震装置, 是亚洲最大的阻尼器, 被称为“镇楼神器”. 由物理学知识可知, 某阻尼器模型的运动过程可近似为单摆运动, 其离开平衡位置的位移 $s(\text{cm})$ 和时间 $t(\text{s})$ 的函数关系式为 $s = 2\sin(\omega t + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, 若该阻尼器模型在摆动过程中连续三次位移为 s_0 ($-2 < s_0 < 2$) 的时间分别为 t_1, t_2, t_3 , 且 $t_3 - t_1 = 2$, 则 $\omega =$
A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

5. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 圆 $M: x^2 + y^2 - 2bx - ay = 0$, 若圆 M 的圆心在椭圆 C 上, 则椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 已知 $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \sqrt{3}$, 则 $\tan \theta =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

7. 假定生男孩和生女孩是等可能的, 现考虑有 3 个小孩的家庭, 随机选择一个家庭, 则下列说法正确的是

- A. 事件“该家庭 3 个小孩中至少有 1 个女孩”和事件“该家庭 3 个小孩中至少有 1 个男孩”是互斥事件
 B. 事件“该家庭 3 个孩子都是男孩”和事件“该家庭 3 个孩子都是女孩”是对立事件
 C. 该家庭 3 个小孩中只有 1 个男孩的概率为 $\frac{1}{8}$
 D. 当已知该家庭 3 个小孩中有男孩的条件下, 3 个小孩中至少有 2 个男孩的概率为 $\frac{4}{7}$

8. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 则

- A. $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减
 C. 曲线 $y = f(x)$ 是轴对称图形 D. 曲线 $y = f(x)$ 是中心对称图形

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 四边形 $ABCD$ 为边长为 1 的正方形, M 为边 CD 的中点, 则

- A. $\overline{AB} = 2\overline{MD}$ B. $\overline{DM} + \overline{CB} = \overline{AM}$ C. $\overline{AD} + \overline{MC} = \overline{MA}$ D. $\overline{AM} \cdot \overline{BC} = 1$

10. 某人工智能公司近 5 年的利润情况如下表所示:

第 x 年	1	2	3	4	5
利润 y / 亿元	2	3	4	5	7

已知变量 y 与 x 之间具有线性相关关系，设用最小二乘法建立的回归直线方程为 $\hat{y} = 1.2x + \hat{a}$ ，则下列说法正确的是

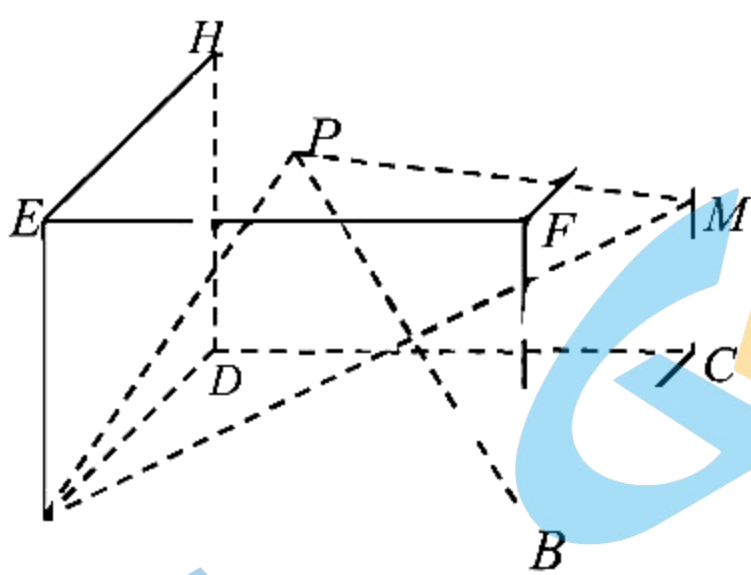
- A. $\hat{a} = 0.6$
- B. 变量 y 与 x 之间的线性相关系数 $r < 0$
- C. 预测该人工智能公司第 6 年的利润约为 7.8 亿元
- D. 该人工智能公司这 5 年的利润的方差小于 2

11. 已知定圆 A 的半径为 1，圆心 A 到定直线 l 的距离为 d ，动圆 C 与圆 A 和直线 l 都相切，圆心 C 的轨迹为如图所示的两条抛物线，记这两抛物线的焦点到对应准线的距离分别为 p_1, p_2 ，则



- A. $d > 1$
- B. $p_1 + p_2 = 2d$
- C. $p_1 p_2 = d^2$
- D. $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} > \frac{2}{d}$

12. 如图，已知直四棱柱 $ABCD - EFGH$ 的底面是边长为 4 的正方形， $CG = m$ ，点 M 为 CG 的中点，点 P 为底面 $EFGH$ 上的动点，则



- A. 当 $m = 4$ 时，存在点 P 满足 $PA + PM = 8$
- B. 当 $m = 4$ 时，存在唯一的点 P 满足 $\angle APM = \frac{\pi}{2}$
- C. 当 $m = 4$ 时，满足 $BP \perp AM$ 的点 P 的轨迹长度为 $2\sqrt{2}$
- D. 当 $m = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时，满足 $\angle APM = \frac{\pi}{2}$ 的点 P 的轨迹长度为 $\frac{8\sqrt{3}}{9}\pi$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_2 = 3$ ， $S_5 = 25$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d =$

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = e^x$ ，则 $f(\ln \frac{1}{2}) =$

15. 在平面直角坐标系中，已知直线 $x + 2y - 4 = 0$ 分别与 x 轴， y 轴交于 A ， B 两点，若点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ ，则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 的最大值为

16. 古希腊数学家托勒密于公元 150 年在他的名著《数学汇编》里给出了托勒密定理，即圆的内接凸四边形的两对对边乘积的和等于两条对角线的乘积。已知 AC ， BD 为圆的内接四边形 $ABCD$ 的两条对角线，且 $\sin \angle ABD : \sin \angle ADB : \sin \angle BCD = 2 : 3 : 4$ ，若 $|AC|^2 = \lambda |BC| \cdot |CD|$ ，则实数 λ 的最小值为

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 2$ ，且满足 $a_{n+1} + a_n = 4 \cdot 3^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

(1) 证明：数列 $\{a_n - 3^n\}$ 是等比数列；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

18. (12分)

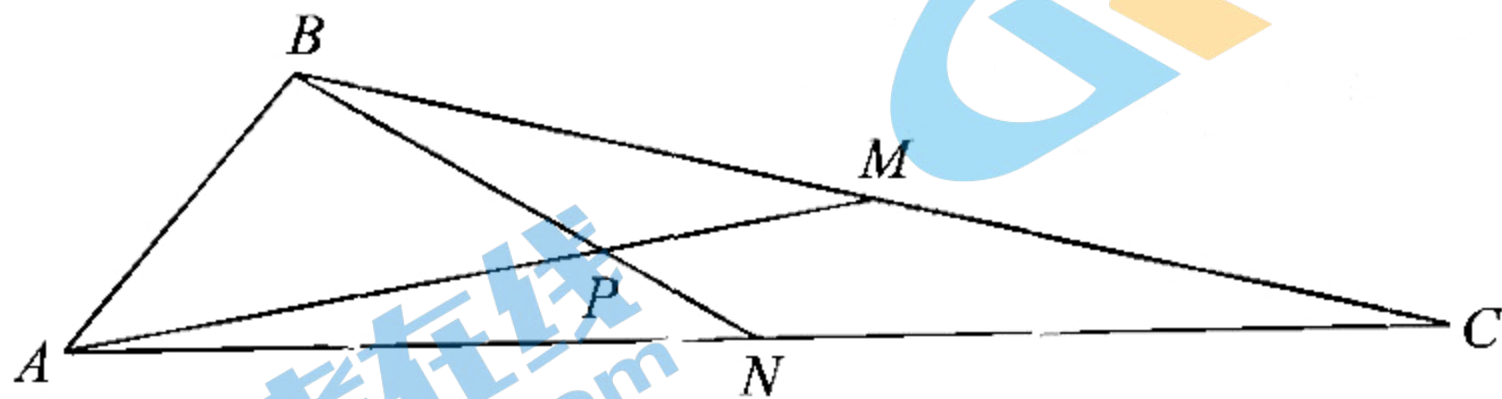
2021年10月16日，神舟十三号载人飞船与天宫空间站组合体完成自主快速交会对接，航天员翟志刚、王亚平、叶光富顺利进驻天和核心舱，由此中国空间站开启了有人长期驻留的时代。为普及航天知识，某航天科技体验馆开展了一项“摸球过关”领取航天纪念品的游戏，规则如下：不透明的口袋中有3个红球，2个白球，这些球除颜色外完全相同。参与者每一轮从口袋中一次性取出3个球，将其中的红球个数记为该轮得分 X ，记录完得分后，将摸出的球全部放回袋中。当参与者完成第 n 轮游戏，且其前 n 轮的累计得分恰好为 $2n$ 时，游戏过关，可领取纪念品，同时游戏结束，否则继续参与游戏。若第3轮后仍未过关，则游戏也结束。每位参与者只能参加一次游戏。

- (1) 求随机变量 X 的分布列及数学期望；
- (2) 若甲参加该项游戏，求甲能够领到纪念品的概率。

19. (12分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=2$ ， $AC=6\sqrt{2}$ ， $\angle BAC=45^\circ$ ， BC ， AC 边上的两条中线 AM ， BN 相交于点 P 。

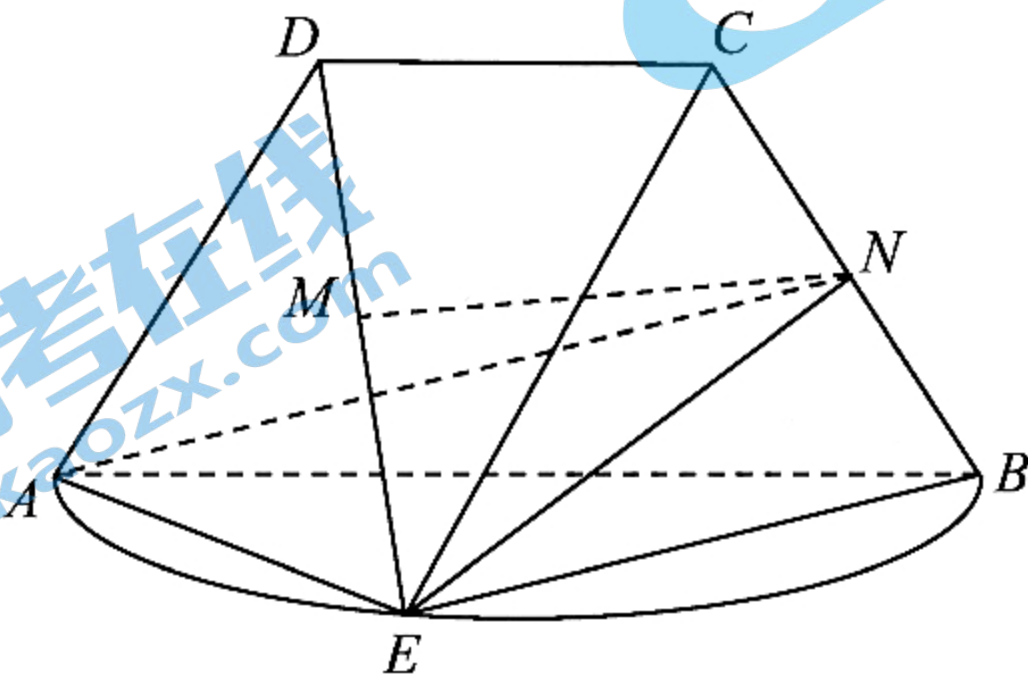
- (1) 求 $\angle BAM$ 的正弦值；
- (2) 求 $\angle MPN$ 的余弦值。



20. (12分)

如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AD=CD=BC=\frac{1}{2}AB$ ， E 在以 AB 为直径的半圆上（不包括端点），平面 $ABE \perp$ 平面 $ABCD$ ， M ， N 分别为 DE ， BC 的中点。

- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 ABE ；
- (2) 当四棱锥 $E-ABCD$ 体积最大时，求二面角 $N-AE-B$ 的余弦值。



21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $A(2, 0)$ ，且点 A 到 C 的渐近线的距离为

$$\frac{2\sqrt{21}}{7}$$

- (1) 求双曲线 C 的方程；
- (2) 过点 $(4, 0)$ 作斜率不为 0 的直线 l 与双曲线 C 交于 M ， N 两点，直线 $x=4$ 分别交直线 AM ， AN 于点 E ， F 。试判断以 EF 为直径的圆是否经过定点，若经过定点，请求出定点坐标；反之，请说明理由。

22. (12分)

已知函数 $f(x) = 2 \ln x - (a+1)x^2 - 2ax + 1 (a \in \mathbf{R})$ 。

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；
- (2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1 ， x_2 。
 - (i) 求实数 a 的取值范围；

(ii) 求证： $x_1 + x_2 > 2\sqrt{\frac{1}{a+1}}$ 。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018