

一、选择题：本大题共 10 小题，每题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

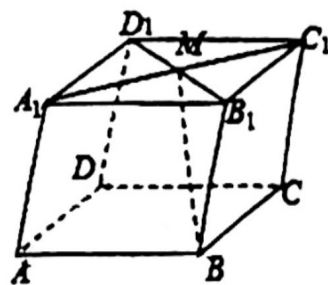
1. 已知 $z = \frac{3+4i}{i}$ ，求 $|z| = ()$
 A. 5 B. 13 C. 15 D. 25
2. 已知向量 $\vec{a} = (2, 2, 1)$ ， $\vec{b} = (x, 2, x-1)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $x = ()$
 A. 1 B. -1 C. 0 D. $\frac{1}{2}$
3. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $b = \sqrt{2}$ ， $c = \sqrt{3}$ ， $C = 60^\circ$ ，则角 $B = ()$
 A. 45° B. 30° C. 45° 或 135° D. 30° 或 150°
4. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 $()$
 A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
5. 设 a, b 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，则下列命题正确的是 $()$
 A. 若 $\alpha \parallel \beta, a \subset \alpha, b \subset \beta$ ，则 $a \parallel b$ B. 若 $\alpha \cap \beta = a, b \parallel a$ ，则 $b \parallel \alpha$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, a \subset \alpha, b \subset \beta$ ，则 $a \perp b$ D. 若 $a \perp \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$ ，则 $a \perp b$
6. 已知向量 $\vec{a} = (1, x, 2)$ ， $\vec{b} = (0, 1, 2)$ ， $\vec{c} = (1, 0, 0)$ ，若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面，则 x 等于 $()$
 A. -1 B. 1 C. 1 或 -1 D. 1 或 0
7. 如图：在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点。若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ ，则下列向量中与 \overrightarrow{BM} 相等的向量是 $()$

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

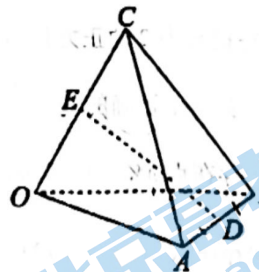
C. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

D. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$



8. 如图, 三棱锥 $O-ABC$ 各棱的棱长均为 $\sqrt{3}$, 点 D 是棱 AB 的中点, 点 E 在棱 OC 上的动点, 则 DE 的最小值为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1



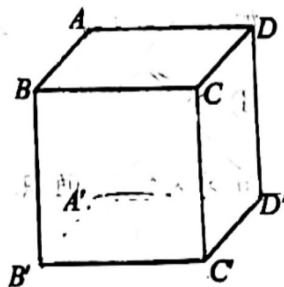
9. 沙漏是我国古代的一种计时工具, 是用两个完全相同的圆锥顶对顶叠放在一起组成的(如图). 在一个圆锥中装满沙子, 放在上方, 沙子就从顶点处漏到另一个圆锥中, 假定沙子漏下来的速度是恒定的. 已知一个沙漏中沙子全部从一个圆锥中漏到另一个圆锥中需用时 10 分钟. 那么经过 5 分钟后, 沙漏上方圆锥中的沙子的高度与下方圆锥中的沙子的高度之比是(假定沙堆的底面是水平的)()

- A. 1:2 B. $(\sqrt{2}+1):1$
C. $1:\sqrt{2}$ D. $1:(\sqrt{2}-1)$



10. 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 若点 P (异于点 B) 是棱上一点, 则满足 BP 与 AC' 所成的角为 45° 的点 P 的个数为()

- A. 0 B. 3 C. 4 D. 6



二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 空间两点 $M(-1, -2, 4)$, $N(1, -1, 2)$ 间的距离 MN 为_____.

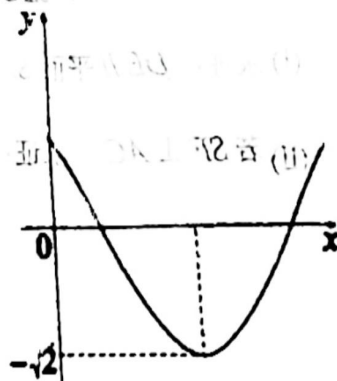
12. 已知 $O(0, 0, 0)$, $A(3, -2, 4)$, $B(0, 5, -1)$, 若 $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, 则 C 的坐标是_____.

13. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 2$, 则直线 AA_1 与 BC_1 所成角的大小为_____.

直线 AA_1 到平面 BB_1C_1C 的距离为_____.

14. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象如图所

示, 则 $f(0) =$ _____.



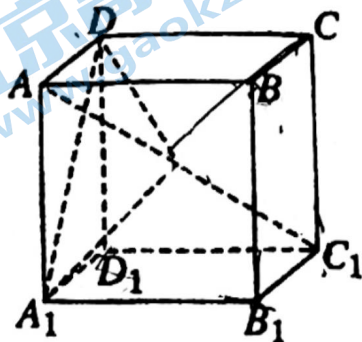
15. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 是对角线 AC_1 上的点 (点 M 与 A 、 C_1 不重合), 则下列结论正确的是_____。(请填写序号)

①存在点 M , 使得平面 $A_1DM \perp$ 平面 BC_1D_1 ;

②存在点 M , 使得 $DM \parallel$ 平面 B_1CD_1 ;

③若 $\triangle A_1DM$ 的面积为 S , 则 $S \in (\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\sqrt{3})$;

④若 S_1 、 S_2 分别是 $\triangle A_1DM$ 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 与平面 BB_1C_1C 的正投影的面积, 则存在点 M , 使得 $S_1 = S_2$.



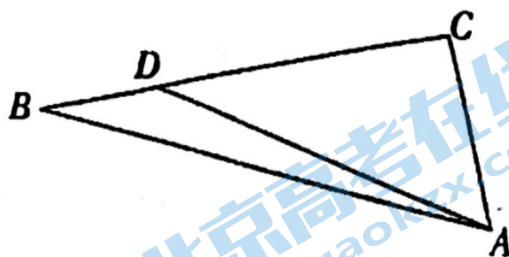
三、解答题:本大题共 4 小题, 共 45 分.解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $AC=1$, $B=\frac{\pi}{6}$, 点 D 在边 BC 上, 且 $\cos \angle ADB = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(I) 求 AD ;

(II) 求 $\triangle ACD$ 的面积.

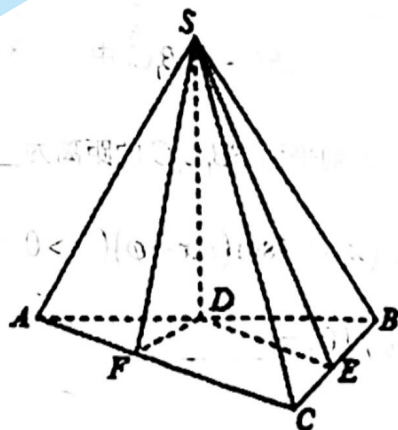


17. (本小题 10 分)

如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, D, E 分别为 AB, BC 的中点, 点 F 在 AC 上, 且 $SD \perp$ 底面 ABC .

(I) 求证: $DE \parallel$ 平面 SAC ;

(II) 若 $SF \perp AC$, 求证: 平面 $SFD \perp$ 平面 SAC .



18. (本小题 15 分)

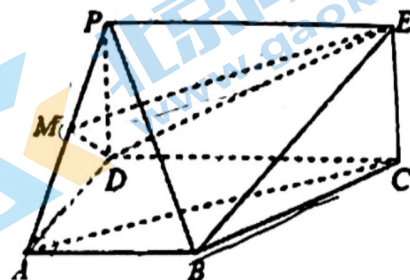
如图, $PDCE$ 为矩形, $ABCD$ 为梯形, 平面 $PDCE \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$,

$$AB = AD = \frac{1}{2}CD = 1, PD = \sqrt{2}.$$

(I) 若 M 为 PA 中点, 求证: $AC \parallel$ 平面 MDE ;

(II) 求直线 PB 与直线 CD 所成角的大小;

(III) 设平面 $PAD \cap$ 平面 $EBC = l$, 试判断 l 与平面 $ABCD$ 能否垂直? 并证明你的结论.



19. (本小题 10 分)

已知集合 $S_n = \{x \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\} (n \geq 2)$, 对于 $A = (a_1, a_2, \dots,$

$a_n) \in S_n, B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n$, 定义 A 与 B 的差为 $A - B = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots,$

$|a_n - b_n|)$; A 与 B 之间的距离为 $d(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|$.

(I) 若 $A - B = (0, 1)$, 试写出所有可能的 A, B ;

(II) $\forall A, B, C \in S_n$, 证明: $d(A - C, B - C) = d(A, B)$;

(III) $\forall A, B, C \in S_n$, $d(A, B), d(A, C), d(B, C)$ 三个数中是否一定有偶数? 证明你的结论.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

