2022 北京顺义高三一模

数学（第二次统练）

考	1.本试卷共 5 页，共两部分，21 道小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。
生	2.在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和班级。
须	3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
知	4.在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分(选择题 共 40 分)

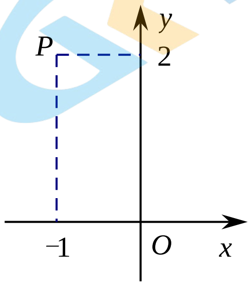
一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）函数 $f\left(x\right)=\sqrt{x}+\ln\left(2-x\right)$ 的定义域为

（A）$\left[0,2\right)$　（B）$\left(-\infty,2\right)$　（C）$\left[0,+\infty\right)$　（D）$\left(0,2\right)$

（2）如图，在复平面内，复数 z 对应的点为 P，则复数 $z\cdot\mathrm{i}=$

（A）$2-\mathrm{i}$　（B）$1-2\mathrm{i}$　（C）$-1+2\mathrm{i}$　（D）$-2-\mathrm{i}$



（3）在 $(x^2-\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中,常数项为

（A）-15　（B）15　（C）30　（D）-30

（4）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 的一个焦点为 $\left(\sqrt{5},0\right)$，则双曲线 C 的一条渐近线方程为

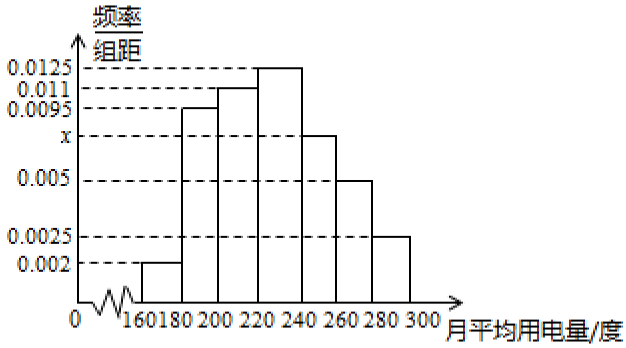
（A）$y=\dfrac{1}{2}x$　（B）$y=2x$　（C）$y=\sqrt{6}x$　（D）$y=\dfrac{\sqrt{6}}{6}x$

（5）设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，公比为 q.若 $S_n=\begin{cases}2,n=1,\\ q^n-1,n>1,\end{cases}$，则 $a_3=$

（A）8　（B）9　（C）18　（D）54

（6）为了了解居民用电情况,通过抽样,获得了某城市100户居民的月平均用电量（单位：度），以 $[160,180)$，$[180,200)$，$[200,220)$，$[220,240)$，$[240,260)$，$[260,280)$，$[280,300]$ 分组的频率分布直方图如下图.该样本数据的 55%分位数大约是

（A）220　（B）224　（C）228　（D）230



（7）在$\triangle ABC$中，$a=1, A=\frac{\pi}{6}$，则“$b=\sqrt{3}$”是“$B=\frac{\pi}{3}$”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

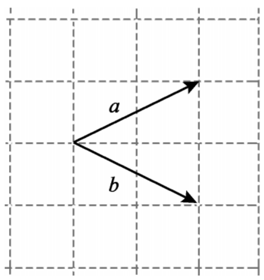
（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要件

（8）已知圆$x^2+y^2=4$截直线$y=k(x-2)$所得弦的长度为2，那么实数k的值为

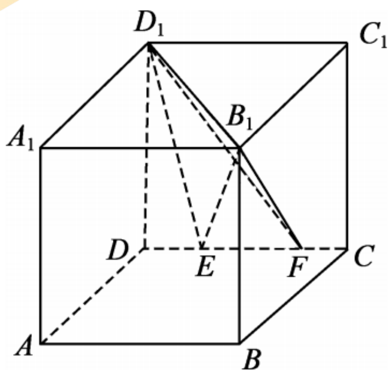
（A）$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　（C）$\sqrt{3}$　　（D）$\pm\sqrt{3}$

（9）已知向量a，b,在正方形网格中的位置如图所示．若网格纸上小正方形的边长为1，则$|a-\lambda \mathrm{b}|(\lambda\in R)$的最小值是

（A）2　　（B）$\sqrt{5}$　　（C）$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\frac{16}{5}$



（10）如图，设E,F分别是长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱CD上的两个动点，点E在点F的左边，且满足$2EF=DC=\frac{1}{2}BC$，有下列结论：



① $B_1D_1\perp$平面B_1EF；

②三棱锥D_1-B_1EF体积为定值；

③ $A_1A//$平面B_1EF；

④平面$A_1ADD_1\perp$平面B_1EF；

其中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　（B）②③　　（C）②④　　（D）③④

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分。共 25 分，把答案填在答题卡上。

（11）已知集合 $A=\{x|-2<x<1\}$， $B=\{x|x<0\}$，则 $A\cup B=$ __________.

（12）已知函数 $f(x)=\ln x$，若 $f(ab)=1$，则 $f(a^4)+f(b^4)=$ __________.

（13）已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F ，点 M 在抛物线上，MN 垂直抛物线准线于点 N .若 ΔFNM 为等边三角形，则点 M 的横坐标为__________， ΔFNM 的面积是__________.

（14）已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，其值域为 $(-1,+\infty)$，则 $f(x)$ 可以是________.（写出一个满足条件的函数表达式即可）

（15）向量集合 $S=\{a|a=(x,y),x,y\in R\}$，对于任意 a， $b\in S$，以及任意 $\lambda\in[0,1]$，都有 $\lambda a+(1-\lambda)b\in S$，则称集合 S 是“凸集”，现有四个命题：

①集合 $M=\{a|a=(x,y),y\geq x^2\}$ 是“凸集”；

② 若 S 为“凸集”，则集合 $N=\{2a|a\in S\}$ 也是“凸集”；

③若 A_1,A_2 都是“凸集”，则 $A_1\cup A_2$ 也是“凸集”；

④若 A_1,A_2 都是“凸集”，且交集非空，则 $A_1\cap A_2$ 也是“凸集”.

其中，所有正确的命题的序号是________________.

三、解答题共 6 道题，共 85 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（16）（本小题 14 分）已知函数 $f(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

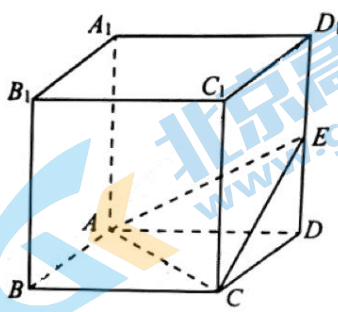
（I）求 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值；

（II）设 $g(x)=f(x)\cdot\cos x$，求 $g(x)$ 的最小正周期.

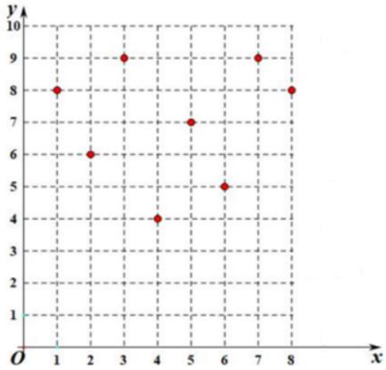
（17）（本小题 14 分）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为 DD_1 的中点.

（I）过点 D_1 作出一条与平面 ACE 平行的直线，并说明理由；

（II）求直线 AB_1 与平面 ACE 所成角的正弦值.



（18）（本小题 14 分）为了解顺义区某中学高一年级学生身体素质情况，对高一年级的(1)**班**~(8)**班** 进行了抽测，采取如下方式抽样：每班随机各抽 10 名学生进行身体素质监测.经统计，每班 10 名学生中身体素质监测成绩达到优秀的人数散点图如下（x 轴表示对应的班号，y 轴表示对应的优秀人数）：



（I）若用散点图预测高一年级学生身体素质情况，从高一年级学生中任意抽测 1 人，求该生身体素质监测成绩达到优秀的概率；

（II）若从以上统计的高一（4）班的 10 名学生中抽出 2 人，设 X 表示 2 人中身体素质监测成绩达到优秀的人数，求 X 的分布列及其数学期望；

（III）假设每个班学生身体素质优秀的概率与该班随机抽到的 10 名学生的身体素质优秀率相等.现在从每班中分别随机抽取 1 名同学，用“$\xi_k=1$”表示第 k 班抽到的这名同学身体素质优秀，“$\xi_k=0$”表示第 k 班抽到的这名同学身体素质不是优秀（$k=1,2,\ldots,8$）．写出方差 $\mathrm{D}\xi_1,\mathrm{D}\xi_2,\mathrm{D}\xi_3,\mathrm{D}\xi_4$ 的大小关系（不必写出证明过程）.

（19）（本小题 14 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过定点 $(-2,0)$，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（I）求椭圆 C 的标准方程；

（II）斜率为 $\dfrac{1}{2}$ 的直线与椭圆交于 A,B 两点，O 为坐标原点，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值及此时直线 AB 的方程.

（20）（本小题 15 分）若函数 $f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-x}$.

（I）判断方程 $f(x)=1$ 解的个数，并说明理由；

（II）当 $a>0$，设 $g(x)=f(x)+\dfrac{1}{2}ax^2$，求 $g(x)$ 的单调区间；

（21）（本小题 14 分）设正整数数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2}，& a_n\text{为偶数}，\\ a_n+3，& a_n\text{为奇数}.\end{cases}$ $(n=1,2,\ldots\ldots)$.

（I）若 $a_5=1$，请写出 a_1 所有可能的取值；

（II）记集合 $M=\{a_n\,|\,n\in\mathbf{N}^*\}$，证明：若集合 M 存在一个元素是 3 的倍数，则 M 的所有元素都是 3 的倍数；

（III）若 $\{a_n\}$ 为周期数列，求 a_1 所有可能的取值.

参考答案

一、选择题

ADBAC，CBDCC

二、填空题

11、$A\cup B=\{x|x<1\}$　　（写成区间也行）

12、4　　13、3，$4\sqrt{3}$（对一空 3 分）

14、$f(x)=a^x-1(a>0,a\neq 1)$　（其它答案正确同样给分）

15、①②④（有错不得分，只有一个正确答案得 2 分，2 个正确答案得 3 分）

三、解答题

16、（本小题满分 14 分）

解：（I）因为 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，所以 $x-\dfrac{\pi}{4}\in\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$，　…………………2 分

所以 $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$　…………………4 分

所以 $f(x)_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，此时 $x=0$　…………………5 分

$f(x)_{\min}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，此时 $x=\dfrac{\pi}{2}$　…………………6 分

（II）$g(x)=f(x)\cdot\cos x=\left(\sin x\cos\dfrac{\pi}{4}-\cos x\sin\dfrac{\pi}{4}\right)\cos x$ …………………8 分

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin x\cos x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos^2 x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\dfrac{1+\cos 2x}{2}$　…………………10 分

$=\dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sin 2x-\cos 2x)-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x\right)-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　…………………12 分

所以，最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{|\varpi|}=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$　…………………14 分

17、（本小题满分 14 分）

解：（I）法一：连结 D_1B，BD，设 BD 与 AC 交点为 O，连结 OE …………………2 分

因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，所以 O 为 AC 中点

又因为 E 为 DD_1 的中点，所以 OE 为 ΔDBD_1 的中位线

所以 $OE//BD_1$　…………………4 分

又因为$OE\subset$**平面**ACE， $BD_1\not\subset$**平面**ACE

所以BD_1//**平面**ACE ………………….6 分

法二：取CC_1的中点E_1，连结D_1E_1 ………………….2 分

因为$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体， E为DD_1的中点， E_1为CC_1的中点

所以$D_1E//CE$ ………………….4 分

又因为$CE\subset$**平面**ACE， $D_1E\not\subset$**平面**ACE

所以$D_1E//$**平面**ACE ………………….6 分

法三：取AA_1的中点F，连结D_1F ………………….2 分

因为$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体， E为DD_1的中点， F为AA_1的中点

所以$D_1F//AE$ ………………….4 分

又因为$AE\subset$**平面**ACE， $D_1F\not\subset$**平面**ACE

所以$D_1F//$**平面**ACE ………………….6 分

（其它解法酌情给分）

（II）设正方体边长为 1，以A为原点， AB所在直线为x轴， AD所在直线为y轴， AA_1所在直线为z轴建立空间直角坐标系，则有$A(0,0,0)$，$B_1(1,0,1)$，$C(1,1,0)$，$E\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$

所以$\overrightarrow{AB_1}=(1,0,1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{AE}=\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$ ………………….9 分

设$\vec{m}=(x,y,z)$为平面ACE的一个法向量，则$\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0$， $\vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0$

所以有$\begin{cases}x+y=0\\ y+\frac{z}{2}=0\end{cases}$， 令$z=2$， 可得$y=-1,x=1$ ………………….11 分

所以$\vec{m}=(1,-1,2)$，所以$\cos\langle\vec{m},\overrightarrow{AB_1}\rangle=\frac{1+2}{\sqrt{2}\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ………………….12 分

设直线AB_1与平面ACE所成的角为θ，则$\sin\theta=\left|\cos\langle\vec{m},\overrightarrow{AB_1}\rangle\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即直线AB_1与平面ACE所成的角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ………………….14 分

（其它解法酌情给分）

18、 （本小题 14 分）

解： （I）从高一年级（1）班~（8）班学生中抽测了 80 人，其中身体素质检测成绩优秀的人数有

$8+6+9+4+7+5+9+8=56$人，所以，优秀的概率是$\frac{7}{10}$ ………………….3 分

因为是随机抽样，所以用样本估计总体，可知从高一年级学生中任意抽测一人，该生身体素质检测成绩达到优秀的概率是$\dfrac{7}{10}$ …………………4 分

（II）因为高一（4）班抽出的 10 名同学中，身体素质监测成绩达到优秀的人数有 4 人，不优秀的有 6 人，所以从中抽出 2 人，X 的可能取值为$0,1,2$ …………………6 分

$X=0$表示抽出的 2 人中优秀的人数为 0 个，$P(X=0)=\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{3}$，

$X=1$表示抽出的 2 人中优秀的人数为 1 个，$P(X=1)=\dfrac{C_6^1C_4^1}{C_{10}^2}=\dfrac{8}{15}$，

$X=2$表示抽出的 2 人中优秀的人数为 2 个，$P(X=2)=\dfrac{C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{15}$， ………………9 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{8}{15}$	$\dfrac{2}{15}$

数学期望 $EX=0\times\dfrac{1}{3}+1\times\dfrac{8}{15}+2\times\dfrac{2}{15}=\dfrac{4}{5}$ …………………11 分

（III）$D\xi_4=D\xi_2>D\xi_1>D\xi_3$ …………………14 分

19、（本小题 14 分）

解：（I）依题意可得 $a=2,\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ …………………1 分

所以可解得 $a=2$，$b=1$，$c=\sqrt{3}$ …………………3 分

所以椭圆 C 的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ …………………4 分

（II）设直线 AB 的方程为 $y=\dfrac{1}{2}x+m$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

联立方程组$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+m \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$，消去 y 得$\dfrac{x^2}{4}+\left(\dfrac{1}{2}x+m\right)^2=1$，化简得 $x^2+2mx+2m^2-2=0$

所以 $x_1+x_2=-2m,\ x_1\cdot x_2=2m^2-2$，$\Delta=2-m^2>0$ 即 $m^2<2$ …………………8 分

所以$|AB|=\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{5}\sqrt{2-m^2}$

又原点 O 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{|2m|}{\sqrt{1+2^2}}=\dfrac{|2m|}{\sqrt{5}}$ …………………10 分

所以 $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\frac{|2m|}{\sqrt{5}}\sqrt{5}\sqrt{2-m^2}=\sqrt{m^2\left(2-m^2\right)}\le\sqrt{\left(\frac{m^2+2-m^2}{2}\right)^2}=1$

当且仅当 $m^2=2-m^2$ 即 $m=\pm1$ 时取等号 …………………12 分

所以，ΔAOB 面积的最大值为1，此时直线 AB 的方程为 $y=\frac{1}{2}x\pm1$ …………………14 分

（其它解法酌情给分）

20、（本小题 15 分）

解：（I）方程 $f(x)=1$ 仅有一个 …………………1 分

因为 $f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-x}$，所以 $f'(x)=(x+1)'\cdot\mathrm{e}^{-x}+(x+1)\cdot\left(\mathrm{e}^{-x}\right)'$ …………………2 分

所以 $f'(x)=-x\mathrm{e}^{-x}$ …………………4 分

令 $f'(x)>0$ 可解得 $x<0$ …………………5 分

所以 $f(x)$ 单调性如下表

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减

又 $f(0)=1$，即 $f(x)$ 的极大值为1，所以方程 $f(x)=1$ 仅有一个 …………………7 分

（II）因为 $g(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-x}+\frac{1}{2}ax^2$，所以 $g'(x)=x\left(a-\mathrm{e}^{-x}\right)$ …………………9 分

令 $g'(x)=0$ 可得 $x=0$ 或 $x=-\ln a$

分类讨论如下：（i）当 $0<a<1$ 时，$-\ln a>0$

所以 $g(x)$ 的单调性如下

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,-\ln a)$	$-\ln a$	$(\ln a,+\infty)$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

所以 $g(x)$ 的单增区间为 $(-\infty,0)$，$(\ln a,+\infty)$，单减区间为 $(0,-\ln a)$ …………………11 分

（ii）当 $a=1$ 时，$-\ln a=0$，此时 $g'(x)\ge0$ 恒成立

所以 $g(x)$ 的单增区间为 R，无单减区间 …………………13 分

（iii）当$a>1$，$-\ln a<0$

所以$g(x)$的单调性如下

x	$(-\infty,-\ln a)$	$-\ln a$	$(-\ln a,0)$	0	$(0,+\infty)$
$g'(x)$	+	0	−	0	+
$g(x)$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

所以$g(x)$的单增区间为$(-\infty,-\ln a)$，$(0,+\infty)$，单减区间为$(-\ln a,0)$…………………15 分

（其它解法酌情给分）

21、（本小题 14 分）

解：（I）16，5，2；　　　　　　　…………………3 分

（II）如果存在正整数k，满足a_k是3的倍数，则对$\forall i\in Z^+$，a_i都是3的倍数；

（方法一）

如果存在a_k为 3 的倍数，根据$a_{k+1}=\begin{cases}\dfrac{a_k}{2}, & a_k\text{为偶数}\\ a_k+3, & a_k\text{为奇数}\end{cases}$，可知$a_{k+1}$也是 3 的倍数，

以此类推，$a_k,a_{k+1},a_{k+2},\cdots$都是 3 的倍数；　　　　…………………5 分

另一方面，当$k\geq 2$时，由于$a_{k-1}=\begin{cases}2a_k, & a_{k-1}\text{为偶数}\\ a_k-3, & a_{k-1}\text{为奇数}\end{cases}$，当$a_k$为 3 的倍数时，可知$a_{k-1}$也是 3 的倍数，以此类推，

$a_k,a_{k-1},a_{k-2},\cdots$都是 3 的倍数；　　　　…………………8 分

综上所述，若集合M存在一个元素是 3 的倍数，则M的所有元素都是 3 的倍数；

(方法二)利用数学归纳法证明：

①当$i=k$时，a_i满足；　　　　　　　…………………5 分

②假设当$i=u$时，结论成立，即$a_i=3w$，其中$w\in Z^+$，

则当w是奇数时，$a_{i+1}=3w+3$仍然是3的倍数；当w是偶数时，$a_{i+1}=3\cdot\dfrac{w}{2}$仍然是3的倍数；

且若$i\geq 2$时，$a_{i-1}=2a_i=6w$或$a_{i-1}=a_i-3=3w-3$，也都是3的倍数；

由数学归纳法原理，结论成立；　　　　…………………8 分

（III）证明：

首先注意到$\{a_n\}$是正整数数列，则数列$\{a_n\}$一定有最小值，设为t，下证$t=1$或3；

当t为偶数时，设$a_u=t$，则$a_{u+1}=\dfrac{t}{2}<t$，与t是最小值矛盾；

所以t是奇数；不妨设$a_u=t$，则$a_{u+1}=t+3$是偶数，$a_{u+2}=\dfrac{t+3}{2}$，

假设$t\geq 5$，则$\dfrac{t+3}{2}<t$，与t是最小值矛盾；

综上，t只能是小于 5 的正奇数，即1或3；

当数列$\{a_n\}$中出现 1 时，后面的项为 4,2,1,4,2,1,4,2,1…循环；

当数列$\{a_n\}$中出现 3 时，后面的项为 6，3,6,3…循环；

所以数列$\{a_n\}$为周期数列时，a_1只能为 1,2,3,4,6 中某一个数；

经检验，当$a_1 \in \{1,2,3,4,6\}$时，数列$\{a_n\}$确实是周期数列； ……………………………14 分

（其它解法酌情给分）

2022 北京高三各区一模试题下载

北京高考资讯公众号搜集整理了【**2022 北京各区高三一模试题&答案**】，想要获取试题资料，关注公众号，点击菜单栏【高三一模】—【一模试题】，即可免费获取全部一模试题及答案，欢迎大家下载练习！

还有更多一模排名等信息，考后持续更新！