**绝密★本科目考试启用前**

# 2018年普通高等学校招生全国统一考试

## 数　学（理）（北京卷）

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

### 第一部分（选择题　共40分）

**一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

（1）已知集合 $A=\{x||x|<2\}$，$B=\{-2,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　（B）$\{-1,0,1\}$

（C）$\{-2,0,1,2\}$　　（D）$\{-1,0,1,2\}$

（2）在复平面内，复数 $\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}$ 的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

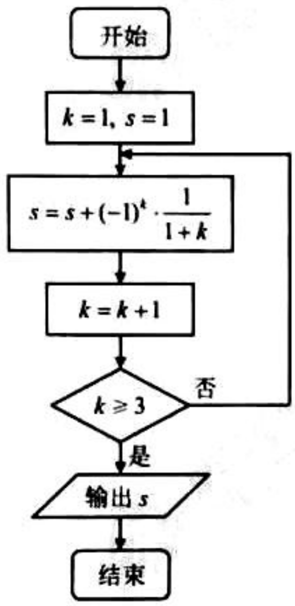
（3）执行如图所示的程序框图，输出的 $s$ 值为

（A）$\dfrac{1}{2}$

（B）$\dfrac{5}{6}$

（C）$\dfrac{7}{6}$

（D）$\dfrac{7}{12}$



(4)"十二平均律"是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献．十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于$\sqrt[12]{2}$．若第一个单音的频率为$f$，则第八个单音的频率为

(A) $\sqrt[3]{2}f$　　(B) $\sqrt[3]{2^2}f$

(C) $\sqrt[12]{2^5}f$　　(D) $\sqrt[12]{2^7}f$

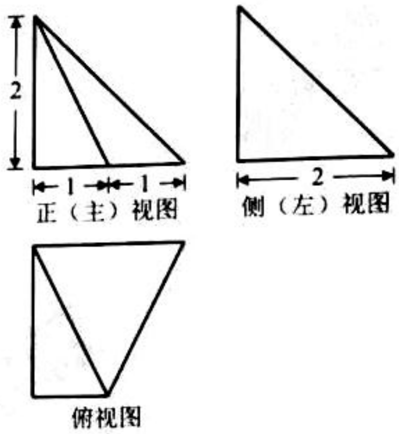
(5) 某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4




(6) 设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$均为单位向量，则"$|\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$"是"$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$"的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(7) 在平面直角坐标系中，记$d$为点$P(\cos\theta,\sin\theta)$到直线$x-my-2=0$的距离．当$\theta,m$变化时，$d$的最大值为

(A) 1　　(B) 2

(C) 3　　(D) 4

(8) 设集合$A=\{(x,y)|x-y\geqslant1,ax+y>4,x-ay\leqslant2\}$，则

(A) 对任意实数$a$，$(2,1)\in A$　　(B) 对任意实数$a$，$(2,1)\notin A$

(C) 当且仅当$a<0$时，$(2,1)\notin A$　　(D) 当且仅当$a\leqslant\frac{3}{2}$时，$(2,1)\notin A$

# 第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）设$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1=3$，$a_2+a_5=36$，则$\{a_n\}$的通项公式为________.

（10）在极坐标系中，直线$\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=a(a>0)$与圆$\rho=2\cos\theta$相切，则$a=$________.

（11）设函数$f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})\ (\omega>0)$．若$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{4})$对任意的实数$x$都成立，则$\omega$的最小值为________.

（12）若$x,y$满足$x+1\leqslant y\leqslant 2x$，则$2y-x$的最小值是________.

（13）能说明“若$f(x)>f(0)$对任意的$x\in(0,2]$都成立，则$f(x)$在$[0,2]$上是增函数”为假命题的一个函数是________.

（14）已知椭圆$M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，双曲线$N:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1$．若双曲线$N$的两条渐近线与椭圆$M$的四个交点及椭圆$M$的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，则椭圆$M$的离心率为________；双曲线$N$的离心率为________.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$a=7$，$b=8$，$\cos B=-\frac{1}{7}$.

（Ⅰ）求 $\angle A$；

（Ⅱ）求 $AC$ 边上的高.

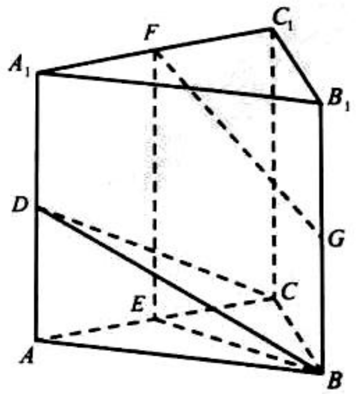
（16）（本小题 14 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 平面 $ABC$，$D,E,F,G$ 分别为 $AA_1,AC,A_1C_1,BB_1$ 的中点，$AB=BC=\sqrt{5}$，$AC=AA_1=2$.

（Ⅰ）求证：$AC\perp$ 平面 $BEF$；

（Ⅱ）求二面角 $B-CD-C_1$ 的余弦值；

（Ⅲ）证明：直线 $FG$ 与平面 $BCD$ 相交.




（17）（本小题 12 分）

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

| 电影类型 | 第一类 | 第二类 | 第三类 | 第四类 | 第五类 | 第六类 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 电影部数 | 140 | 50 | 300 | 200 | 800 | 510 |
| 好评率 | 0.4 | 0.2 | 0.15 | 0.25 | 0.2 | 0.1 |

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

假设所有电影是否获得好评相互独立.

（Ⅰ）从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；

（Ⅱ）从第四类电影和第五类电影中各随机选取1部，估计恰有1部获得好评的概率；

（Ⅲ）假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等. 用“$\xi_k=1$”表示第 $k$ 类电影得到人们喜欢，“$\xi_k=0$”表示第 $k$ 类电影没有得到人们喜欢 $(k=1,2,3,4,5,6)$. 写出方差 $D\xi_1,D\xi_2,D\xi_3,D\xi_4,D\xi_5,D\xi_6$ 的大小关系.

(18)(本小题 13 分)

设函数 $f(x)=[ax^2-(4a+1)x+4a+3]e^x$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 $x$ 轴平行,求 $a$;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值,求 $a$ 的取值范围.

(19)(本小题 14 分)

已知抛物线 $C:y^2=2px$ 经过点 $P(1,2)$.过点 $Q(0,1)$ 的直线 $l$ 与抛物线 $C$ 有两个不同的交点 $A,B$,且直线 $PA$ 交 $y$ 轴于 $M$,直线 $PB$ 交 $y$ 轴于 $N$.

(Ⅰ)求直线 $l$ 的斜率的取值范围;

(Ⅱ)设 $O$ 为原点,$\overrightarrow{QM}=\lambda\overrightarrow{QO}$,$\overrightarrow{QN}=\mu\overrightarrow{QO}$,求证:$\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{\mu}$ 为定值.

(20)(本小题 14 分)

设 $n$ 为正整数,集合 $A=\{\alpha|\alpha=(t_1,t_2,\cdots,t_n),t_k\in\{0,1\},k=1,2,\cdots,n\}$.对于集合 $A$ 中的任意元素 $\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$,记

$$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}[(x_1+y_1-|x_1-y_1|)+(x_2+y_2-|x_2-y_2|)+\cdots+(x_n+y_n-|x_n-y_n|)].$$

(Ⅰ)当 $n=3$ 时,若 $\alpha=(1,1,0)$,$\beta=(0,1,1)$,求 $M(\alpha,\alpha)$ 和 $M(\alpha,\beta)$ 的值;

(Ⅱ)当 $n=4$ 时,设 $B$ 是 $A$ 的子集,且满足:对于 $B$ 中的任意元素 $\alpha,\beta$,当 $\alpha,\beta$ 相同时,$M(\alpha,\beta)$ 是奇数;当 $\alpha,\beta$ 不同时,$M(\alpha,\beta)$ 是偶数.求集合 $B$ 中元素个数的最大值;

(Ⅲ)给定不小于 2 的 $n$,设 $B$ 是 $A$ 的子集,且满足:对于 $B$ 中的任意两个不同的元素 $\alpha,\beta$,$M(\alpha,\beta)=0$.写出一个集合 $B$,使其元素个数最多,并说明理由.

**(考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效)**

绝密★本科目考试启用前

# 2018年普通高等学校招生全国统一考试
# 数学(理)(北京卷)

本试卷共5页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

## 第一部分(选择题共40分)

**一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | D | B | D | C | C | C | D |

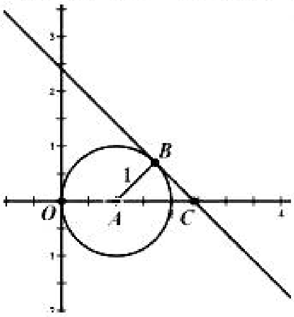
## 第二部分(非选择题共110分)

**二、填空题共6小题,每小题5分,共30分。**

(9)6n-3

(10)$1+\sqrt{2}$

【解析】将极坐标方程转化为平面直角坐标系方程，则直线x+y=a（a>0）与圆$x^2+y^2=2x$（$(x-1)^2+y^2=1$）相切，作图如下：易知AC=$\sqrt{2}$，则OC=1+$\sqrt{2}$=a




(11)$\frac{2}{3}$

(12)3

(13)$f(x)=\begin{cases}x,0<x\le 1\\1,1<x\le 2\end{cases}$（答案不唯一）

(14)$\sqrt{3}-1$；2

【解析】如图所示，易知$\triangle PF_1F_2$为以$\angle PF_2F_1=60^\circ$的直角三角形，

根据椭圆的几何意义$PF_1+PF_2=2a$，又$PF_1=2a=\sqrt{3}c+c=(\sqrt{3}+1)c$，

故椭圆的离心率=$\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$

双曲线渐近线方程为$y=\frac{n}{m}x=\tan 60^\circ x=\sqrt{3}x$，则$\frac{n}{m}=\sqrt{3}$，

双曲线的离心率$=\sqrt{1+\left(\frac{n}{m}\right)^2}=\sqrt{1+3}=2$。

**三、解答题共 6 小题,共 80 分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。**

(15)(Ⅰ) $A=\frac{\pi}{3}$

(Ⅱ) $h=\frac{3\sqrt{3}}{2}$。

(16)(Ⅰ)证明略;

(Ⅱ) $-\frac{\sqrt{21}}{21}$

(Ⅲ)证明略

(17)(Ⅰ)设"从电影中随机选取 1 部,求这部电影是获得好评的第四类电影"为事件 $A$

第四类电影获得好评共有 200×0.25=50（部）

所有电影共 140+50+300+200+800+510=2000（部）

所以，从电影中随机选取 1 部,求这部电影是获得好评的第四类电影的概率为

$P(A)=\frac{50}{2000}=\frac{1}{40}$

(Ⅱ)设"从第四类电影和第五类电影中各随机选取 $I$ 部获得好评"为事件 $B$

则 $P(B)=0.25\times(1-0.2)+(1-0.25)\times0.2=0.35$

(Ⅲ)由题可知每类电影得到人们喜欢与否满足两点分布。

$D_{\xi_1}=0.4\times(1-0.4)=0.24$; $D_{\xi_2}=0.2\times(1-0.2)=0.16$; $D_{\xi_3}=0.15\times(1-0.15)=0.1275$;

$D_{\xi_4}=0.25\times(1-0.25)=0.1875$; $D_{\xi_5}=0.2\times(1-0.2)=0.16$; $D_{\xi_6}=0.1\times(1-0.1)=0.09$;

所以 $D_{\xi_1}>D_{\xi_4}>D_{\xi_2}=D_{\xi_5}>D_{\xi_3}>D_{\xi_6}$

(18)(Ⅰ) $a=1$;

(Ⅱ) $f(x)$ 在 $x=2$ 处取极小值时，$a\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$;

(19)(Ⅰ)k＜1 且 k≠0;（Ⅱ)定值为 2

(20)【解析】(Ⅰ)当 $n=3$ 时,$\alpha=(x_1,x_2,x_3)=(1,1,0),\beta=(y_1,y_2,y_3)=(0,1,1)$

$M(\alpha,\alpha)=\frac{1}{2}\left[(x_1+x_1-|x_1-x_1|)+(x_2+x_2-|x_2-x_2|)+(x_3+x_3-|x_3-x_3|)\right]=x_1+x_2+x_3$

$=1+1+0=2$;

$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}\left[(x_1+y_1-|x_1-y_1|)+(x_2+y_2-|x_2-y_2|)+(x_3+y_3-|x_3-y_3|)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[(1+0-|1-0|)+(1+1-|1-1|)+(0+1-|0-1|)\right]=\frac{1}{2}(0+2+0)=1$

(Ⅱ)当 $n=4$ 时,设 $\alpha=(x_1,x_2,x_3,x_4)$、$\beta=(y_1,y_2,y_3,y_4)$,

若 $\alpha=\beta$,

则 $M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}(x_i+x_i-|x_i-x_i|)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}2x_i=\sum_{i=1}^{4}x_i=x_1+x_2+x_3+x_4$

此时，$x_1+x_2+x_3+x_4$ 为奇数，则必为 1 或 3;

①若$M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)=1$，则$x_i(i=1,2,3,4)$中有且仅有一个为1，其余均为0；

则$B$中的元素为$\left\{\begin{matrix}(1,0,0,0),\\(0,1,0,0),\\(0,0,1,0),\\(0,0,0,1).\end{matrix}\right\}$，

当$\alpha\neq\beta$时，$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}(x_i+y_i-|x_i-y_i|)=0$为偶数，符合题意，

此时，$B$中元素个数最大值为4.

②若$M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)=3$，则$x_i(i=1,2,3,4)$中有且仅有一个为0，其余均为1；

则$B$中的元素为$\left\{\begin{matrix}(1,1,1,0),\\(1,1,0,1),\\(1,0,1,1),\\(0,1,1,1).\end{matrix}\right\}$，

当$\alpha\neq\beta$时，$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}(x_i+y_i-|x_i-y_i|)=4$为偶数，符合题意，

此时，$B$中元素个数最大值为4.

综上所述，当$n=4$时，$B$中元素个数最大值为4。

(III)$n>2$，若$B$中任意两不同元素$\alpha,\beta$满足$M(\alpha,\beta)=0$

$\alpha=(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n)$和$\beta=(y_1,y_2,\ldots\ldots,y_n)$，

$(x_i,y_i)$只可能为$(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)$，则$x_i+y_i-|x_i-y_i|$的取值分别对应为0,0,0,2

若满足$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}(x_i+y_i-|x_i-y_i|)=0$

则必须使$\forall(x_i,y_i)\in\{(0,0),(0,1),(1,0)\}$，

推广到$n\to+\infty$，易知$B=\left\{\begin{matrix}(0,0,0,\ldots\ldots,0,0,0),\\(1,0,0,\ldots\ldots,0,0,0),\\(0,1,0,\ldots\ldots,0,0,0),\\\vdots\quad\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\(0,0,0,\ldots\ldots,1,0,0),\\(0,0,0,\ldots\ldots,0,1,0),\\(0,0,0,\ldots\ldots,0,0,1).\end{matrix}\right\}$，其中共$n+1$个元素。

取$n=2$，则集合$B$中最多为$(0,0),(0,1),(1,0)$这3个元素。

**(考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效)**

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao