数学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部

第Ⅰ卷 选择题（共60分）

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

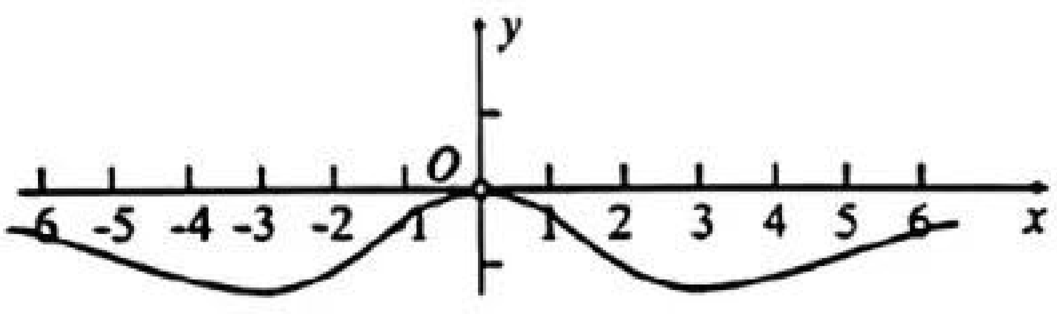
1. $\dfrac{i^{2023}}{2-5i}$ 的虚部为（　　）

A. $-\dfrac{5}{29}$　　B. $\dfrac{5}{29}$　　C. $-\dfrac{2}{29}$　　D. $\dfrac{2}{29}$

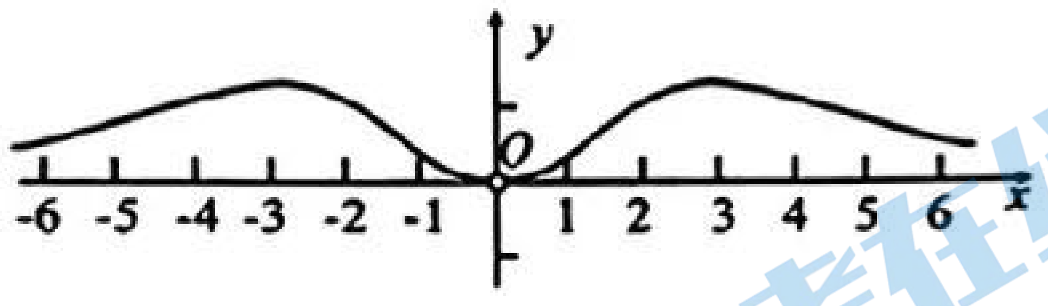
2. 已知集合 $M=\left\{x\middle|x=\dfrac{k+2}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\middle|x=k+\dfrac{2}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则（　　）

A. $M\cap N=M$　　B. $M\cup N=M$　　C. $M\cap N=\varnothing$　　D. $M=N$

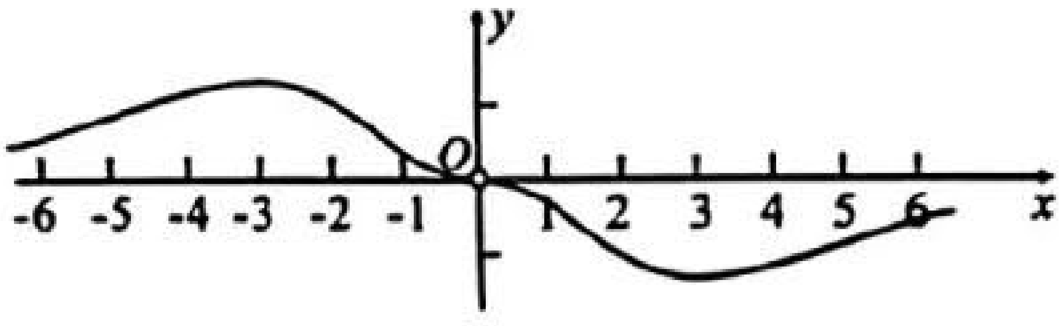
3. 函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{e^{-x}-e^x}$ 的部分图象大致为（　　）



A



B



C

D

4. 在△ABC中，点M是线段BC上靠近B的三等分点，点N是线段AC的中点，则$\overrightarrow{AM}=$（　　）

A. $-\overrightarrow{BN}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　B. $-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BN}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　C. $-\overrightarrow{BN}+\dfrac{5}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BN}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

5. 在平面直角坐标系xOy中，设角α的顶点与原点O重合，始边与x轴的非负半轴重合，若角α的终边过点$P(4,-3)$，则$\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2\alpha\right)+\cos(\pi-2\alpha)=$（　　）

A. $-\dfrac{14}{25}$　　B. $\dfrac{14}{25}$　　C. $-\dfrac{17}{25}$　　D. $\dfrac{17}{25}$

6. 已知各项均不为0的数列$\{a_n\}$满足：$a_1=2$，$2^{n+1}a_n-2^n a_{n+1}=3a_na_{n+1}$，则$a_6=$（　　）

A. 2　　B. 4　　C. $\frac{64}{19}$　　D. $\frac{64}{13}$

7. 已知定义在R上的函数$F(x)$满足：$F(1)=0$，当$x\in\left(\frac{1}{2},3\right)$时，$F'(x)<0$.若$f(x)=xF(x)$，则下列说法错误的是（　　）

A. $f'(1)<0$　　B. $f(2)<0$

C. $\forall x\in(1,3),f'(x)<0$　　D. $\forall x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，$f(x)>0$且$f'(x)>0$

8. 已知正三棱锥$S-ABC$底面边长为1，侧棱长为2，过棱SA的中点D作与该棱垂直的截面分别交SB,SC于点E,F，则截面DEF的面积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{11}}{49}$　　B. $\frac{2\sqrt{11}}{49}$　　C. $\frac{3\sqrt{11}}{49}$　　D. $\frac{\sqrt{11}}{7}$

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.）

9. 若函数$f(x)$的图象关于点$(2,3)$中心对称，则$f(x)$的解析式可以是（　　）

A. $f(x)=\sin\pi x+3$　　B. $f(x)=\frac{3x-7}{x-2}$

C. $f(x)=x^3-6x^2+19$　　D. $f(x)=\lg\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)+3$

10. 已知单位向量a,b的夹角为θ，则（　　）

A. $\cos\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|a+b|$　　B. $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|a-b|$

C. 若$|a+b|^2=1$，则$\theta=\frac{5\pi}{6}$　　D. 若$|a+b|^2=1$，则$\theta=\frac{2\pi}{3}$

11. 设$b_i>1$（$i=1,2,\cdots,101$），$\ln b_1,\ln b_2,\cdots,\ln b_{101}$是公差为$\ln 2$的等差数列，$a_1,a_2,\cdots,a_{101}$为等差数列，$a_1=b_1,a_{51}=b_{51}$，$m=b_1+b_2+\cdots+b_{51}$，$n=a_1+a_2+\cdots+a_{51}$，则（　　）

A. $m>n$　　B. $m<n$　　C. $a_{101}>b_{101}$　　D. $a_{101}<b_{101}$

12. 已知函数$f(x)=\left|x^2-(\lambda-2)x+1\right|$在$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$上无极值点，则实数$\lambda$的值可能是（　　）

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. 4

第Ⅱ卷　非选择题(共 90 分)

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 已知函数 $f(x)=\ln x+x$，过原点作曲线 $y=f(x)$ 的切线 l，则切线 l 的斜率为________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，$|\boldsymbol{a}|=4$，$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影向量为 $\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{c}=$________$\boldsymbol{a}$.（用数字作答）

15. 已知某圆锥的高为 $\sqrt{2}\text{cm}$，体积为 $2\sqrt{2}\pi\ \text{cm}^3$，则经过该圆锥的两条母线的截面面积的最大值为________cm^2.

16. 当异物卡在气管内迫使人咳嗽时，膈肌向上推动，导致肺部压力增加，与此同时，气管收缩，导致排出物移动更快，并增加异物的压力. 已知咳嗽的数学模型 $v(r)=\log_4 r+\log_2\dfrac{12}{2+3r}$ $\left(\dfrac{1}{2}\leqslant r\leqslant 1\right)$，其中 v（厘米/秒）表示通过人的气管的气流速度，r（厘米）表示气管半径，则咳嗽的气流最大速度约为________厘米/秒.（结果精确到 0.1，参考数据：$\log_2 3\approx 1.585$）

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

已知幂函数 $f(x)=(m^2-5m+5)x^{m^2-2m}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，函数 $g(x)=2^x-k$

（1）求 m 的值；

（2）记集合 $A=\{y|y=f(x),x\in[1,2]\}$，集合 $B=\{y|y=g(x),x\in[-1,1]\}$，若 $A\cap B=A$，求实数 k 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知 M,N 分别为函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 图象上相邻的最高点和最低点，$MN=\sqrt{\dfrac{\pi^2}{4}+4}$，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，$g(x)$ 为奇函数.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4},0\right]$ 时，关于 x 的方程 $f(x)-m=0$ 有两个不同的实数解，求实数 m 的取值范围.

第Ⅱ卷　非选择题(共 90 分)

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 已知函数 $f(x)=\ln x+x$，过原点作曲线 $y=f(x)$ 的切线 l，则切线 l 的斜率为_______.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，$|\boldsymbol{a}|=4$，$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影向量为 $\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{c}=$_______$\boldsymbol{a}$.（用数字作答）

15. 已知某圆锥的高为 $\sqrt{2}$cm，体积为 $2\sqrt{2}\pi\ \text{cm}^3$，则经过该圆锥的两条母线的截面面积的最大值为_______cm^2.

16. 当异物卡在气管内迫使人咳嗽时，膈肌向上推动，导致肺部压力增加，与此同时，气管收缩，导致排出物移动更快，并增加异物的压力. 已知咳嗽的数学模型 $v(r)=\log_4 r+\log_2\dfrac{12}{2+3r}$ $\left(\dfrac{1}{2}\leqslant r\leqslant 1\right)$，其中 v（厘米/秒）表示通过人的气管的气流速度，r（厘米）表示气管半径，则咳嗽的气流最大速度约为_______厘米/秒.（结果精确到 0.1，参考数据：$\log_2 3\approx 1.585$）

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

已知幂函数 $f(x)=(m^2-5m+5)x^{m^2-2m}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，函数 $g(x)=2^x-k$.

（1）求 m 的值；

（2）记集合 $A=\{y|y=f(x),x\in[1,2]\}$，集合 $B=\{y|y=g(x),x\in[-1,1]\}$，若 $A\cap B=A$，求实数 k 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知 M,N 分别为函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 图象上相邻的最高点和最低点，$MN=\sqrt{\dfrac{\pi^2}{4}+4}$，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，$g(x)$ 为奇函数.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4},0\right]$ 时，关于 x 的方程 $f(x)-m=0$ 有两个不同的实数解，求实数 m 的取值范围.

名卷·A10联盟2024届高三上学期11月段考

数学参考答案

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

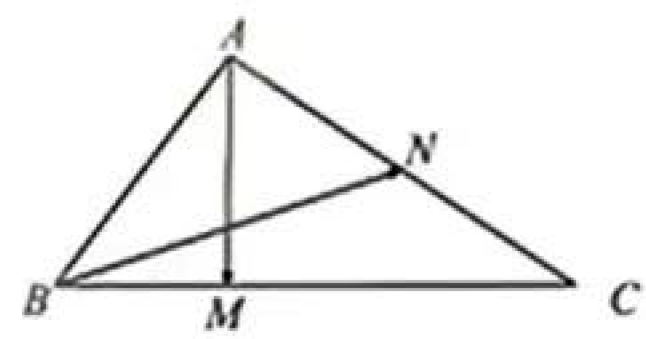
题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	D	A	B	D	B

1. C　由题意得，$\frac{i^{2023}}{2-5i}=\frac{-i(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)}=\frac{5}{29}-\frac{2}{29}i$，故所求虚部为$-\frac{2}{29}$，故选C.

2. B　由题意得，$N=\left\{x\middle|x=\frac{3k+2}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$，故$N\subsetneqq M$，则$M\cup N=M$，故选B.

3. A　由题意得，$f(x)$的定义域为$\{x|x\neq 0\}$，且$f(-x)=\frac{(-x)^3}{e^x-e^{-x}}=\frac{x^3}{e^{-x}-e^x}=f(x)$，所以$f(x)$为偶函数，排除CD；又$f(1)=\frac{1}{e^{-1}-e}<0$，排除B. 故选A.

4. D　作出图形如图，则$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，



所以$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=$

$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，故选D.

5. A　由题意得，$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，则$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)+\cos(\pi-2\alpha)=-\cos2\alpha-\cos2\alpha=-2\cos2\alpha=$

$-2(1-2\sin^2\alpha)=-2\times\left[1-2\times\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right]=-\frac{14}{25}$. 故选A.

6. B　$\because 2^{n+1}a_n-2^na_{n+1}=3a_na_{n+1}$，$\therefore\frac{2^{n+1}}{a_{n+1}}-\frac{2^n}{a_n}=3$，又$\frac{2^1}{a_1}=\frac{2}{2}=1$，$\therefore\left\{\frac{2^n}{a_n}\right\}$是首项为1，公差为3的等差数列，$\therefore\frac{2^n}{a_n}=1+3(n-1)=3n-2$，$\therefore a_n=\frac{2^n}{3n-2}$，$\therefore a_6=\frac{2^6}{3\times6-2}=4$，故选B.

7. D　由题意得，$f'(x)=F(x)+xF'(x)$，$\therefore f'(1)=F(1)+F'(1)$，$\therefore f'(1)=F'(1)<0$，故A的说法正确；$f(2)=2F(2)$，$\because x\in\left(\frac{1}{2},3\right)$时，$F'(x)<0$，$\therefore F(x)$在$\left(\frac{1}{2},3\right)$上单调递减，又$F(1)=0$，$\therefore F(2)<0$，$\therefore f(2)<0$，故B的说法正确；$\because f'(x)=F(x)+xF'(x)$，$\forall x\in(1,3),F(x)<0$，$F'(x)<0$，$\therefore\forall x\in(1,3),f'(x)<0$，故C的说法正确；$\because F(x)$在$\left(\frac{1}{2},3\right)$上单调递减，又$F(1)=0$，$\therefore\forall x\in\left(\frac{1}{2},1\right),F(x)>0$，$\therefore f(x)=xF(x)>0$，$\because\forall x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，$F'(x)<0$，$\therefore f'(x)=F(x)+xF'(x)$的正负性无法判断，故D的说法错误. 故选D.

8. B　由题易知，$DE\perp SA,DF\perp SA$，在$\triangle SAB$中，由余弦定理得，$\cos\angle ASB=\frac{4+4-1}{8}=\frac{7}{8}$，

$\therefore\tan\angle ASB=\frac{\sqrt{15}}{7},DE=\frac{\sqrt{15}}{7}$，$SE=\frac{SD}{\cos\angle ASB}=\frac{1}{\frac{7}{8}}=\frac{8}{7}$，同理，$SF=SE=\frac{8}{7}$，$\therefore EF//BC$，

$\therefore\frac{SE}{SB}=\frac{EF}{BC}$，$\therefore\frac{\frac{8}{7}}{2}=\frac{EF}{1}$，$\therefore EF=\frac{4}{7}$．过$D$作$DH\perp EF$于点$H$，则

$DH=\sqrt{DE^2-EH^2}=\frac{\sqrt{11}}{7}$，$\therefore S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}\times EF\times DH=\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}\times\frac{\sqrt{11}}{7}=\frac{2\sqrt{11}}{49}$，故选B.

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.）

题号	9	10	11	12
答案	ABC	ABD	BD	BD

9. ABC　对A，$y=\sin\pi x$关于$(2,0)$中心对称，故$f(x)=\sin\pi x+3$关于点$(2,3)$中心对称，故A正确；对B，$f(x)=\frac{3x-7}{x-2}=3-\frac{1}{x-2}$，故$f(x)=\frac{3x-7}{x-2}$关于点$(2,3)$中心对称，故B正确；对C，因为$f(x)+f(4-x)=6$，所以$f(x)=x^3-6x^2+19$关于点$(2,3)$中心对称，故C正确；对D，易得$f(0)=3$，$f(4)=\lg\left(\sqrt{17}-4\right)+3$，不满足$f(0)+f(4)=6$，故D错误．故选ABC.

10. ABD　由题意得，$\theta\in[0,\pi]$，$\therefore\sin\frac{\theta}{2}\geqslant0,\cos\frac{\theta}{2}\geqslant0$．$\because(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1+1+2\times1\times1\times\cos\theta=2+2\cos\theta=4\cos^2\frac{\theta}{2}$，$\therefore\cos\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，故A正确；$\because(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1+1-2\times1\times1\times\cos\theta=2-2\cos\theta=4\sin^2\frac{\theta}{2}$，$\therefore\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，故B正确；

若$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=1$，则$|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，$\therefore\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\frac{1}{2}$，$\therefore\cos\theta=-\frac{1}{2}$，$\therefore\theta=\frac{2\pi}{3}$，

故C错误，D正确．故选ABD.

11. BD　方法一：由题意得，$b_1,b_2,\cdots,b_{101}$为公比为2的等比数列，$\therefore b_1=2^0b_1,b_2=2^1b_1,b_3=2^2b_1,\cdots$，$b_{101}=2^{100}b_1$．又$a_1,a_2,\cdots,a_{101}$为等差数列，$a_1=b_1$，$a_{51}=b_{51}$，$\therefore a_1+50d=2^{50}b_1=2^{50}a_1$，

$\therefore m=b_1+b_2+\cdots+b_{51}=b_1\frac{(2^{51}-1)}{2-1}=2^{51}a_1-a_1<2^{51}a_1$，$n=a_1+a_2+\cdots+a_{51}=\frac{51}{2}[a_1+(a_1+50d)]=\frac{51}{2}(a_1+2^{50}a_1)=\frac{51}{2}a_1+\frac{51}{2}2^{50}a_1>2^{51}a_1$，$\therefore m<n$．$\because a_{101}=a_1+100d$，$b_{101}=2^{100}b_1$，

$\therefore a_{101}=a_1+100\left(\frac{2^{50}a_1-a_1}{50}\right)$，$b_{101}=2^{100}a_1$，$\therefore a_{101}=a_1+2^{51}a_1-2a_1=2^{51}a_1-a_1<2^{51}a_1$，

$b_{101}>2^{51}a_1$，$b_{101}>a_{101}$，故选BD.

方法二：结合等差、等比数列函数的单调性也可解答.

12. BD　方法一：设$h(x)=x^2-(\lambda-2)x+1$，要使$f(x)$在无极值点，即$f(x)$在$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$上单调，只

需要$\begin{cases}\dfrac{\lambda-2}{2}\geqslant\dfrac{1}{2}\\ h\left(\dfrac{1}{2}\right)\geqslant 0\end{cases}$或$\begin{cases}\dfrac{\lambda-2}{2}\geqslant\dfrac{1}{2}\\ h\left(-\dfrac{1}{2}\right)\leqslant 0\end{cases}$或$\begin{cases}\dfrac{\lambda-2}{2}\leqslant-\dfrac{1}{2}\\ h\left(-\dfrac{1}{2}\right)\geqslant 0\end{cases}$或$\begin{cases}\dfrac{\lambda-2}{2}\leqslant-\dfrac{1}{2}\\ h\left(\dfrac{1}{2}\right)\leqslant 0\end{cases}$，解得$3\leqslant\lambda\leqslant\dfrac{9}{2}$或$-\dfrac{1}{2}\leqslant\lambda\leqslant 1$，所以实数$\lambda$的取值范围$\left[-\dfrac{1}{2},1\right]\cup\left[3,\dfrac{9}{2}\right]$. 故选 BD.

方法二：用区间没有零点也可解答.

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. $\dfrac{1}{e}+1$

由题意得，$f'(x)=\dfrac{1}{x}+1$，设切点为$P(x_0,\ln x_0+x_0)$，则切线方程为$y=\left(\dfrac{1}{x_0}+1\right)(x-x_0)+\ln x_0+x_0$，

因为切线过原点，所以$0=\left(\dfrac{1}{x_0}+1\right)(-x_0)+\ln x_0+x_0=\ln x_0-1$，解得$x_0=e$，所以$f'(x_0)=f'(e)=\dfrac{1}{e}+1$.

14. $-\dfrac{1}{8}$

由投影向量定义知，$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$方向上的投影向量$\boldsymbol{c}=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|}\cdot\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\cdot\boldsymbol{a}=\dfrac{-2}{16}\boldsymbol{a}=-\dfrac{1}{8}\boldsymbol{a}$.

15. 4

设该圆锥的底面半径和母线长分别为r,l，则$\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}\pi$，解得$r=\sqrt{6}$，

$\therefore l=\sqrt{r^2+h^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$. 设$SA,SB$为圆锥的两条母线，当$AB$为底面直径时，

$\cos\angle ASB=\dfrac{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2-(2\sqrt{6})^2}{2\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore$当$\angle ASB=\dfrac{\pi}{2}$时，经过该圆锥的两条母线的截面面积最大，为$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$.

16. 1.3

由题意得，$v(r)=\log_4 r+\log_2\dfrac{12}{2+3r}=\log_2\sqrt{r}+\log_2\dfrac{12}{2+3r}=\log_2\dfrac{12\sqrt{r}}{2+3r}=\log_2\dfrac{12}{\dfrac{2}{\sqrt{r}}+3\sqrt{r}}\leqslant$

$\log_2\dfrac{12}{2\sqrt{\dfrac{2}{\sqrt{r}}\cdot3\sqrt{r}}}=\log_2\sqrt{6}=\dfrac{1}{2}(1+\log_2 3)\approx\dfrac{1}{2}\times(1+1.585)\approx1.3$，当且仅当$\dfrac{2}{\sqrt{r}}=3\sqrt{r}$，即$r=\dfrac{2}{3}$时取等号，即咳嗽的气流最大速度约为1.3厘米/秒.

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

（1）由题意得，$m^2-5m+5=1$，解得$m=1$或$m=4$. ……………………2 分

当$m=1$时，$f(x)=x^{-1}=\dfrac{1}{x}$，满足题意；……………………3 分

当$m=4$时，$f(x)=x^8$，此时$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，不满足题意. ……………………4 分

综上，$m=1$. ……………………5 分

（2）由（1）知，$f(x)=\dfrac{1}{x}$，则 $A=\left[\dfrac{1}{2},1\right]$． ……………………6 分

$\because g(x)=2^x-k$，$\therefore B=\left[\dfrac{1}{2}-k,2-k\right]$． ……………………7 分

$\because A\cap B=A$，$\therefore A\subseteq B$，$\therefore\begin{cases}\dfrac{1}{2}-k\leqslant\dfrac{1}{2}\\ 2-k\geqslant 1\end{cases}$， ……………………9 分

解得 $0\leqslant k\leqslant 1$，即实数 k 的取值范围为 $[0,1]$． ……………………10 分

18.（本小题满分 12 分）

（1）由题意得，$MN=\sqrt{\left(\dfrac{\pi}{\omega}\right)^2+(2A)^2}=\sqrt{\dfrac{\pi^2}{4}+4}$， ……………………1 分

则 $\omega=2,A=1$，$\therefore f(x)=\cos(2x+\varphi)$． ……………………2 分

$\therefore g(x)=\cos\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}+\varphi\right)$． ……………………3 分

$\because g(x)$ 为奇函数，$\therefore\dfrac{\pi}{3}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，$\therefore\varphi=\dfrac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$， ……………………4 分

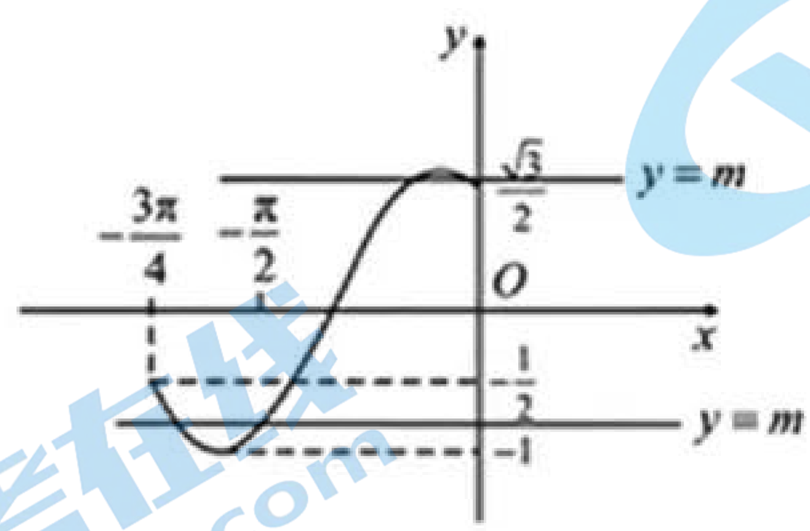
$\because 0<\varphi<\pi$，$\therefore\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，$\therefore f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$． ……………………5 分

（2）$\because -\dfrac{3\pi}{4}\leqslant x\leqslant 0$，$\therefore -\dfrac{4\pi}{3}\leqslant 2x+\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{6}$，

作出函数 $f(x)$ 在 $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4},0\right]$ 上的图象和直线 $y=m$， ……………………8 分

由图知，当 $m\in\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right)$ 时，函数 $f(x)$ 在 $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4},0\right]$ 上的图象和直线 $y=m$ 有两个不同的交点，即关于 x 的方程 $f(x)-m=0$ 有两个不同的实数解， ……………………9 分

综上，实数 m 的取值范围是 $\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right)$． ……………………12 分



19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：连接 $BD,A'F,FC$，

$\because BC=CD=\sqrt{2}$，$\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore BD=2$，

$\because AB=AE=DE=2$，$\angle BAE=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是正方形，

$\because F$ 为 AE 的中点，$\therefore CF\perp AE$． ……………………1 分

由题意得，$EE'\perp$平面$ABCDE$，$\therefore EE'\perp CF$，························2分

$\because AE\cap EE'=E$，$\therefore CF\perp$平面$AEE'A'$，$\therefore CF\perp E'F$．························3分

$\because A'B'//AB//CF$，$\therefore A',B',C,F$四点共面．························4分

$\because A'F=E'F=\sqrt{2},A'E'=2$，$\therefore A'F^2+E'F^2=A'E'^2$，$\therefore A'F\perp E'F$，························5分

$\because CF\cap A'F=F$，$\therefore E'F\perp$平面$A'B'CF$，$\therefore B'C\perp E'F$．························6分

（2）如图，分别以EA,ED,EE'为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，

则$E(0,0,0),F(1,0,0),E'(0,0,1),B'(2,2,1),C(1,3,0)$，

$\therefore \overrightarrow{E'B'}=(2,2,0),\overrightarrow{E'F}=(1,0,-1),\overrightarrow{FC}=(0,3,0)$．························7分

设平面$B'E'F$的法向量为$\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$，由$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{E'B'}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{E'F}=0\end{cases}$可得$\begin{cases}2x_1+2y_1=0\\ x_1-z_1=0\end{cases}$，

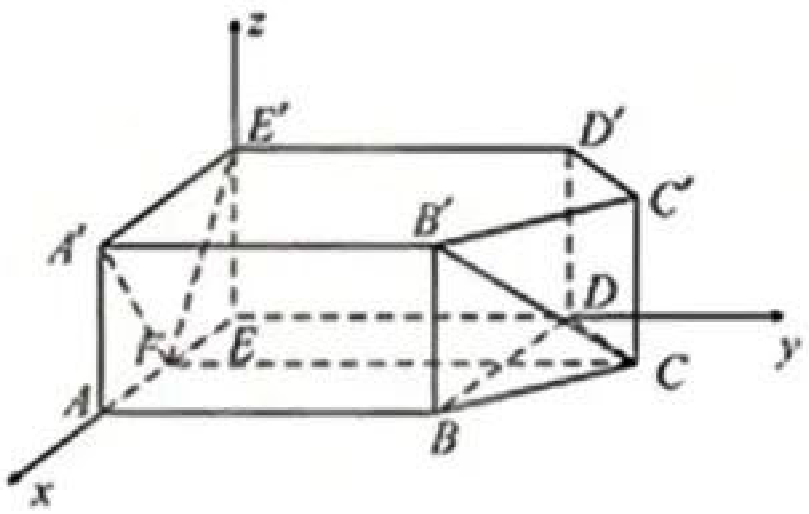
令$x_1=1$，得$y_1=-1$，$z_1=1$，$\therefore \boldsymbol{m}=(1,-1,1)$．························9分

设平面$CE'F$的法向量为$\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$，由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{E'F}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FC}=0\end{cases}$可得$\begin{cases}x_2-z_2=0\\ 3y_2=0\end{cases}$，

令$x_2=1$，得$y_2=0$，$z_2=1$，$\therefore \boldsymbol{n}=(1,0,1)$，························11分

$\therefore \cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1\times1+(-1)\times0+1\times1}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore$平面$B'E'F$与平面$CE'F$夹角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$．························12分



20.（本小题满分12分）

（1）由题意得，$\angle BCD=\dfrac{\pi}{2},\angle ABC=\dfrac{3\pi}{4}$，

在$\triangle ABC$中，由余弦定理得，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B}=\sqrt{10}$．························2分

由余弦定理得，$\cos\angle ACB=\dfrac{4+10-2}{2\times2\times\sqrt{10}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，························3分

$\because \angle ACB+\angle ACD=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \cos\angle ACB=\sin\angle ACD=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，························4分

$\therefore S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot CD\cdot\sin\angle ACD=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot CD\cdot\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{14}}{2}$，故$CD=\sqrt{14}$，························5分

$\therefore S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot CD=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{14}\times2=\sqrt{14}$．························6分

（2）在$\triangle ABC$中，由正弦定理得，$\dfrac{AB}{\sin\angle ACB}=\dfrac{AC}{\sin\angle ABC}$，$\therefore AC=\dfrac{1}{\sin\angle ACB}$．························8分

在$\triangle ACD$中，由正弦定理得，$\dfrac{AD}{\sin\angle ACD}=\dfrac{AC}{\sin\angle ADC}$，$\therefore AC=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin\angle ACD}$. ……………………10分

$\because \angle ACB+\angle ACD=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \cos\angle ACD=\sin\angle ACB$，

$\therefore \dfrac{1}{\cos\angle ACD}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin\angle ACD}$，$\therefore \sin\angle ACD=\sqrt{2}\cos\angle ACD>0$，……………………11分

又$\sin^2\angle ACD+\cos^2\angle ACD=1$，解得$\cos\angle ACD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………12分

21.（本小题满分12分）

（1）记等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则$\begin{cases}a_9=a_1+8d=17\\S_{10}=10a_1+45d=100\end{cases}$，……………………1分

解得$\begin{cases}a_1=1\\d=2\end{cases}$，……………………2分

故$a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$，……………………3分

$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}=n^2$. ……………………4分

（2）由$b_{n+1}=T_n+2$，得$b_{n+2}=T_{n+1}+2$，相减得$b_{n+2}=2b_{n+1}$，……………………5分

又$b_2=b_1+2=4=2b_1$，故$b_{n+1}=2b_n$对任意$n\in\mathbf{N}^*$成立，故$b_n=2^n$，

则$\lambda^2-2\leqslant\lambda\cdot\dfrac{n^2-1}{2^n}$对任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立. ……………………6分

①当$\lambda=0$时，$-2\leqslant 0$成立，所以$\lambda=0$符合题意；……………………7分

②当$\lambda>0$时，由$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\leqslant\dfrac{n^2-1}{2^n}$恒成立，得$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\leqslant\left(\dfrac{n^2-1}{2^n}\right)_{\min}$.

易知当$n=1$时，$\dfrac{n^2-1}{2^n}=0$；当$n\geqslant 2$时，$\dfrac{n^2-1}{2^n}>0$，故$\left(\dfrac{n^2-1}{2^n}\right)_{\min}=0$.

由$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\leqslant 0$和$\lambda>0$，得$0<\lambda\leqslant\sqrt{2}$；……………………9分

③当$\lambda<0$时，由$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\geqslant\dfrac{n^2-1}{2^n}$恒成立，得$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\geqslant\left(\dfrac{n^2-1}{2^n}\right)_{\max}$.

由$\dfrac{(n+1)^2-1}{2^{n+1}}-\dfrac{n^2-1}{2^n}=\dfrac{-n^2+2n+2}{2^{n+1}}$，得当$n=1,2$时，$\dfrac{(n+1)^2-1}{2^{n+1}}>\dfrac{n^2-1}{2^n}$；当$n\geqslant 3$时，

$\dfrac{(n+1)^2-1}{2^{n+1}}<\dfrac{n^2-1}{2^n}$，且$\dfrac{2^2-1}{2^2}<\dfrac{3^2-1}{2^3}$，$\therefore\left(\dfrac{n^2-1}{2^n}\right)_{\max}=\dfrac{3^2-1}{2^3}=1$.

由$\dfrac{\lambda^2-2}{\lambda}\geqslant 1$和$\lambda<0$，得$-1\leqslant\lambda<0$；……………………11分

综上所述，实数λ的取值范围为$[-1,\sqrt{2}]$. ……………………12分

22.（本小题满分12分）

（1）$f'(x)=2e^x+ae^{-x}+2a+1=e^{-x}\left[2e^{2x}+(2a+1)e^x+a\right]=e^{-x}(e^x+a)(2e^x+1)$.……………………1分

当$a\geqslant 0$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增；……………………2分

当$a<0$时，令$e^x+a=0$，可得$x=\ln(-a)$，……………………3分

当$x\in(-\infty,\ln(-a))$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在$(-\infty,\ln(-a))$上单调递减；

当$x\in(\ln(-a),+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(\ln(-a),+\infty)$上单调递增. ……………………4分

（2）由（1）得，要使函数$f(x)$有两个零点，

则$a<0$，且$f(x)_{\min}=f(\ln(-a))=(2a+1)\ln(-a)-2a-2<0$. ……………………5分

令$g(x)=(2x+1)\ln(-x)-2x-2\ (x<0)$，则$g'(x)=2\ln(-x)+\dfrac{1}{x}$，

令$h(x)=g'(x)=2\ln(-x)+\dfrac{1}{x}(x<0)$，则$h'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}(x<0)$，

$\therefore h(x)$即$g'(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减. ……………………6分

$\because g'(-1)=-1<0, g'(-2)=2\ln 2-\dfrac{1}{2}=\ln 4-\dfrac{1}{2}>0$，

$\therefore \exists x_0\in(-2,-1)$，使得$g'(x_0)=2\ln(-x_0)+\dfrac{1}{x_0}=0$，即$\ln(-x_0)=-\dfrac{1}{2x_0}$. ……………………7分

且$g(x)$在$(-\infty,x_0)$上单调递增，在$(x_0,0)$上单调递减，故只需$g(x)_{\max}=g(x_0)<0$，………8分

即$(2x_0+1)\ln(-x_0)-2x_0-2<0\ (x_0<0)$，则$(2x_0+1)\times\left(-\dfrac{1}{2x_0}\right)-2x_0-2<0\,(x_0<0)$，

即$4x_0^2+6x_0+1<0(x_0<0)$，……………………10分

解得$\dfrac{-3-\sqrt{5}}{4}<x_0<\dfrac{-3+\sqrt{5}}{4}$，……………………11分

故当$a\in\left(\dfrac{-3-\sqrt{5}}{4},\dfrac{-3+\sqrt{5}}{4}\right)$时，函数$f(x)$有两个零点. ……………………12分

以上各解答题如有不同解法并且正确，请按相应步骤给分.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！