

房山区 2021-2022 学年度第一学期期中中学业水平调研

高一数学

本调研卷共 4 页，共 150 分。时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在调研卷上作答无效。调研结束后，将答题卡交回，调研卷自行保存。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

(1) 设集合 $M = \{0, 1, 3\}$, $N = \{0, 2\}$, 则 $M \cup N$ 中元素的个数为

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(2) 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ ” 的否定是

- (A) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 < 0$ (B) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$
(C) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ (D) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$

(3) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列命题中的真命题是

- (A) 若 $a > b$, 则 $ac > bc$ (B) 若 $a < b$, 则 $ac < bc$
(C) 若 $a > b$, $c < 0$, 则 $ac > bc$ (D) 若 $a > b$, $c < 0$, 则 $ac < bc$

(4) 方程组 $\begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 的解集是

- (A) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (B) $(-1, -2)$ (C) $\{(-1, -2)\}$ (D) $\{-1, -2\}$

(5) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的图象是连续不断的，且有如下对应值表：

x	1	2	3
$f(x)$	6.1	2.9	-3.5

那么函数 $f(x)$ 一定存在零点的区间是

- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(3, +\infty)$

(6) 不等式 $|x+1| > 2$ 的解集为

(A) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ (B) $(-1, 3)$

(C) $(-1, +\infty)$ (D) $(3, +\infty)$

(7) 下列四组函数, 表示同一函数的是

(A) $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = x$

(B) $f(x) = x$, $g(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$

(C) $f(x) = |x - 2|$, $g(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 2 \\ 2 - x, & x < 2 \end{cases}$

(D) $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

(8) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 “ $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增” 是 “ $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 $f(1)$ ” 的

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(9) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ \sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(m) = 4$, 则 m 等于

(A) 2 (B) -2 (C) ± 2 (D) 2 或 -16

(10) 某农家旅游公司有客房 300 间, 每间房日租金为 20 元, 每天都客满. 公司欲提高客房档次, 并提高租金. 如果每间房日租金每增加 2 元, 客房出租数就会减少 10 间, 若不考虑其他因素, 旅游公司将客房每间日租金提高 () 元时, 每天客房的租金总收入最高.

(A) 22 (B) 20 (C) 18 (D) 16

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 已知区间 $A = (-1, +\infty)$, $B = (-\infty, 3)$, 则 $A \cap B =$ _____.

(12) 已知关于 x 的不等式 $x^2 + px - q < 0$ 的解集是 $\{x | 1 < x < 2\}$, 则 $p =$ _____,
 $q =$ _____.

(13) 拟定从甲地到乙地通话 t 分钟的电话费为 $f(t)$ 元, 且 $f(t) = 1.06 \times (0.5 \times [t] + 1)$, 其中 $t > 0$, $[t]$ 表示不小于 t 的最小整数. 即 $[5] = 5$, $[2.4] = 3$, $[3.5] = 4$, 则从甲地到乙地通话 5.5 分钟的电话费为_____.

(14) 已知函数 $f(x)$ 同时满足下列条件: ① $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, +\infty)$; ② $f(x)$ 是偶函数; ③ $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则 $f(x)$ 的一个解析式是_____.

(15) 如果非空数集 A 满足: ① $0 \notin A$; ② 若 $\forall x \in A$, 有 $\frac{1}{x} \in A$, 那么称 A 是“互倒集”. 给出以下数集: ① $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + ax + 1 = 0\}$; ② $\{x \mid x^2 - 6x + 1 \leq 0\}$; ③ $\left\{y \mid y = \frac{2}{x}, x \in [1, 4]\right\}$; 其中“互倒集”的是_____ (请在横线上写出所有正确答案的序号)

三、解答题: 本大题共 5 小题, 每题 15 分, 共 75 分。

(16) (本小题满分 15 分)

已知方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 , 求下列各式的值:

(I) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

(II) $x_1^2 + x_2^2$;

(III) $|x_1 - x_2|$.

(17) (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - bx + 3$.

(I) 若 $f(0) = f(4)$, 求函数 $y = f(x)$ 的零点;

(II) 若 $f(x) > 0$ 对一切实数 x 恒成立, 求实数 b 的取值范围.

(18) (本小题满分15分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为集合 A , 集合 $B = \{x | a-1 < x < 1+a\}$.

(I) 求集合 A 与 $\complement_{\mathbb{R}} A$;

(II) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

(19) (本小题满分15分)

某地为了加快推进垃圾分类工作, 新建了一个垃圾处理厂, 每月最少要处理300吨垃圾, 最多要处理600吨垃圾, 月处理成本 $f(x)$ (元) 与月处理量 x (吨) 之间的函数关系可近似地表示为 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 100x + 40000$.

(I) 写出自变量 x 的取值范围;

(II) 为使每吨平均处理成本最低 (如处理500吨垃圾时每吨垃圾平均处理成本为 $\frac{f(500)}{500}$), 该厂每月垃圾处理量应为多少吨?

(20) (本小题满分15分)

已知函数 $f(x) = x - \frac{4}{x}$.

(I) 判断函数的奇偶性, 并说明理由;

(II) 证明: 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

(III) 求函数 $f(x) = x - \frac{4}{x}$, $x \in [-4, -1]$ 的值域.