

2018 北京人大附中高三（上）期中 数 学（理）

2018.10.29

一. 选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $P = \{x \in R / 1 \leq x \leq 3\}$, $Q = \{x^2 \geq 4\}$, 则 $P \cup (C_R Q) =$ ()

- A $[2, 3]$ B $(-2, 3]$ C $[1, 2)$ D $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

2. 设命题 $p: \forall x > 0, 2^x > \log_2 x$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A $\forall x > 0, 2^x \leq \log_2 x$ B $\exists x > 0, 2^x \leq \log_2 x$
C $\exists x \leq 0, 2^x \leq \log_2 x$ D $\forall x > 0, 2^x \geq \log_2 x$

3. 设 $a = \log_3 0.7$, $b = 2^{1.1}$, $c = 0.8^{1.1}$, 则 ()

- A $b < a < c$ B $c < a < b$ C $c < b < a$ D $a < c < b$

4. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可以为 ()



- A $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$ B $f(x) = \frac{1}{x} - x^3$ C $f(x) = \frac{1}{x} - e^x$ D $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$

5. 设 a, b 为两个非零向量，则 “ $a \cdot b = |a \cdot b|$ ” 是 “ a 与 b 共线” 的 ()

- A 充分而不必要条件 B 必要不充分条件
C 充要条件 D 既不充分而必要条件

6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = d = 1$, 则 $\frac{S_n + 8}{a_n}$ 的最小值为 ()

- A 10 B $\frac{9}{2}$ C $\frac{7}{2}$ D $\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}$

7. 设函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$, $x \in R$, 其中 $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$. 若 $f\left(\frac{5\pi}{9}\right) = 2$, $f\left(\frac{11\pi}{9}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π , 则 ()

- A $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = \frac{\pi}{12}$ B $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{12}$
 C $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{24}$ D $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = \frac{7\pi}{24}$

8. 在标准温度和大气压下, 人体血液中氢离子的物质的量的浓度 (单位 mol/L , 记作 $[H^+]$) 和氢氧根离子的物质的量的浓度 (单位 mol/L , 记作 $[OH^-]$) 的乘积等于常数 10^{-14} . 已知 pH 值的定义为 $\text{pH} = -\lg[H^+]$, 健康人体血液的 pH

1 / 4

值保持在 $7.35 \sim 7.45$ 之间, 那么健康人体血液中的 $\frac{[H^+]}{[OH^-]}$ 可以为 ()

(参数数据: $\lg 2 \approx 0.30, \lg 3 \approx 0.48$)

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{10}$

二. 填空题, 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在答题卡上.

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (3, -1)$, $\mathbf{b} = (-2, 4)$, 则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 _____

10. 方程 $3\sin x = 1 + \cos 2x$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的解为 _____

11. 已知函数 $f(x)$ 同时满足以下条件: (1) 定义域为 \mathbb{R} ; (2) 值域为 $[0, 1]$; (3) $f(x) - f(-x) = 0$.

试写出一个函数解析式 $f(x) =$ _____

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$. 若 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} (\lambda \in \mathbb{R})$, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$, 则 λ 的值为 _____.

13. 无穷数列 $\{a_n\}$ 由 k 个不同的数组成, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n \in \{2, 3\}$, 则 k 的最大值为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq c \\ \frac{1}{x}, & c < x \leq 3 \end{cases}$ 若 $c = 0$, 则 $f(x)$ 的值域是 _____; 若 $f(x)$ 的值域是 $[-\frac{1}{4}, 2]$, 则实数 c 的

取值范围是 _____.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答题要有详细过程, 把答案写在答题卡上.

15. (本小题满分 13 分) 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cdot \cos(x - \frac{\pi}{9})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的取值范围.

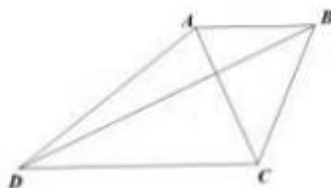
16. (本小题满分 13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1$, 前 12 项和 $S_{12} = 186$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$. 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n . 若不等式 $T_n < m$, 对所有 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

17. (本小题满分 13 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $AC = 6$, $DC = 8$, $\cos \angle BAC = \frac{9}{16}$.

求 (1) 边 BC 的长和 $\triangle ACD$ 的面积;



(2) 边 BD 的长.

18. (本小题满分 13 分) 对于函数 $f(x)$, 若存在实数 x_0 满足 $f(x_0) = x_0$, 则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个不动点. 已知函数

$f(x) = x^3 + bx + 3$, 其中 $b \in \mathbb{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的极值点;

(2) 若存在 x_0 既是 $f(x)$ 的极值点, 又是 $f(x)$ 的不动点, 求 b 的值;

19 (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x} - ax (a \in R)$.

(1) 若 $a = 0$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 的切线方程;

(2) 若 $a < -1$, 求证: $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若 $1 < a < 2$, $f(x) < -1$.

20. (本小题满分 14 分) 若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: 只要 $a_p = a_q (p, q \in N^*, p \neq q)$, 必有 $a_{p+1} = a_{q+1}$, 则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P .

(1) 若 $\{a_n\}$ 具有性质 P , 且 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_4 = 3, a_5 = 2, a_6 + a_7 + a_8 = 21$, 求 a_3 ;

(2) 若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列, $b_1 = c_5 = 1, b_5 = c_1 = 81, a_n = b_n + c_n$, 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P , 并说明理由;

(3) 设 $\{b_n\}$ 是无穷数列, 已知 $a_{n+1} = b_n + \sin a_n (n \in \mathbb{N}^*)$. 求证: “对任意 $a_1, \{a_n\}$ 都具有性质 P ”的充要条件为“ $\{b_n\}$ 是常数列”.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生, 助力千万学子, 圆梦高考。

目前, 北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵, 关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信: bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下, 北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号: bj-gaokao

官方网址: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980