绝密★启用前　　　　试卷类型:老教材版

# 2024 届高中毕业班第二次考试

# 文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{x|2\leqslant x<5\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{2,3,4,5\}$

2. 已知复数 $z$ 满足 $z(1-\mathrm{i})=3+5\mathrm{i}$,则 $z$ 的共轭复数 $\bar{z}=$

A. $4+4\mathrm{i}$　　B. $4-4\mathrm{i}$　　C. $-1+4\mathrm{i}$　　D. $-1-4\mathrm{i}$

3. 已知五个数 2,7,8,5,$a$ 的平均数为 5,则这五个数的方差为

A. 5.2　　B. 5　　C. 4.8　　D. 4.6

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,-4)$, $\boldsymbol{b}=(-2,m)$, $\boldsymbol{c}=(2,1)$,若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$,则 $m=$

A. $-2$　　B. 2　　C. $-6$　　D. 6

5. 设函数 $f(x)=2x+1$,数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $a_n=f(n)$, $f(b_n)=n$,则 $a_2=$

A. $b_7$　　B. $b_9$　　C. $b_{11}$　　D. $b_{13}$

6. 记 $\triangle ABC$ 的内角 $A,B,C$ 的对边分别为 $a,b,c$,分别以 $a,b,c$ 为边长的正三角形的面积依次为 $S_1,S_2,S_3$,且 $S_1-S_2-S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}bc$,则 $A=$

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

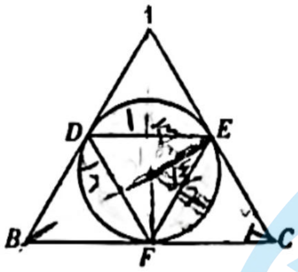
7. 已知 $\frac{\sin\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)}=4$,则 $\tan\alpha=$

A. $-2\sqrt{3}$　　B. $-\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



关注北京高考在线官方微信: 京考一点通 (微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

8. 如图是某品牌的 Logo 设计图，正三角形 $ABC$ 的三条边与内切圆的切点分别为 $D,E,F$，则在 $\triangle ABC$ 内任取一点，该点取自阴影部分的概率为

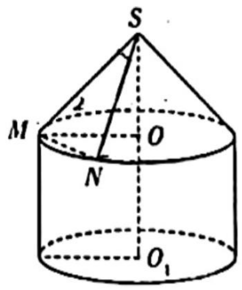



A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}-\frac{1}{2}$

9. 函数 $f(x)=\left|\log_2\frac{1-x}{x}\right|$ 的单调递增区间为

A. $(0,1)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

10. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具之一，如图所示，某陀螺可以视为由圆锥 $SO$ 和圆柱 $OO_1$ 组合而成，点 $M,N$ 在圆锥 $SO$ 的底面圆周上，且 $\triangle SMN$ 的面积为 $\sqrt{7}$，$\sin\angle MSN=\frac{\sqrt{7}}{4}$，圆锥 $SO$ 的侧面积为 $4\sqrt{2}\pi$，圆柱 $OO_1$ 的母线长为 3，则该几何体的体积为




A. $\frac{40\pi}{3}$　　B. $\frac{44\pi}{3}$　　C. $\frac{52\pi}{3}$　　D. $\frac{56\pi}{3}$

11. 已知函数 $f(x)=\left|\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|-\left|\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\right|$，则 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内的零点个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 已知 $F_1,F_2$ 是双曲线 $C$ 的两个焦点，$P$ 为 $C$ 上除顶点外的一点，$|PF_1|=3|PF_2|$，且 $\angle F_1PF_2>60^\circ$，则 $C$ 的离心率的取值范围是

A. $\left(\frac{\sqrt{7}}{2},2\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{7}}{2},3\right)$　　C. $(1,2)$　　D. $(\sqrt{3},3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{m^2}=1(m>3)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，则 $m=$ ________

14. 已知 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+3\leqslant 0,\\3x+y+5\leqslant 0,\\x+3\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值是 ________



关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

15. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=4$，平面 $\alpha$ 与棱 $AA_1$，$BB_1$，$CC_1$，$DD_1$ 分别交于点 $M$，$E$，$N$，$F$，其中 $E$，$F$ 分别是 $BB_1$，$DD_1$ 的中点，且 $A_1C\perp ME$，则 $A_1M=$ ________.

16. 已知 $0<a<1$，若曲线 $y=a^x\ln a$ 与直线 $y=ex$ 相切，则 $a=$ ________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. (12 分)

随着寒冷冬季的到来，羽绒服进入了销售旺季，某调查机构随机调查了 400 人，询问他们选购羽绒服时更关注保暖性能还是更关注款式设计，得到以下的 $2\times2$ 列联表：

| | 更关注保暖性能 | 更关注款式设计 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 女性 | 160 | 80 | 240 |
| 男性 | 120 | 40 | 160 |
| 合计 | 280 | 120 | 400 |

（Ⅰ）是否有 95% 的把握认为男性和女性在选购羽绒服时的关注点有差异？

（Ⅱ）若从被调查的更关注保暖性能的人中按男女比例用分层抽样的方法抽取 7 人进行采访，再从这 7 人中任选 2 人赠送羽绒服，求这 2 人都是女性的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

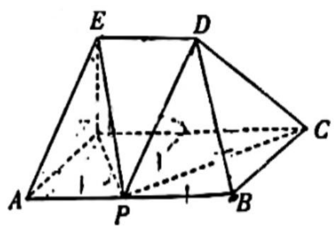
| $P(K^2\geqslant k_0)$ | 0.10 | 0.05 | 0.010 |
|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

18. (12 分)

如图，矩形 $ABCF$ 与梯形 $FCDE$ 所在的平面垂直，$DE//CF$，$EF\perp FC$，$AF=EF=DE=1$，$AB=2$，$P$ 为 $AB$ 的中点.

（Ⅰ）求证：平面 $EPF\perp$ 平面 $DPC$；

（Ⅱ）求点 $B$ 到平面 $DPC$ 的距离.




19. (12 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_n=2a_{n-1}-2n+4(n\geqslant2)$，$a_1=4$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\{2^n\cdot a_n-4^n\}$ 的前 $n$ 项和.



关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

20.（12 分）

已知 $M(4,4)$ 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上的一点，$F$ 为 $C$ 的焦点，$O$ 为坐标原点.

（Ⅰ）求 $\triangle MOF$ 的面积；

（Ⅱ）若 $A,B$ 为 $C$ 上的两个动点，直线 $MA$ 与 $MB$ 的斜率之积恒等于 $-2$，证明：直线 $AB$ 过定点.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=x^3-2ax+a^2,a>0$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若当 $x\geq0$ 时，$f(x)\leq3e^x+x^3-x^2$，求 $a$ 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 $xOy$ 中，已知直线 $l:\begin{cases}x=-2+t\cos\alpha,\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），$\alpha$ 为 $l$ 的倾斜角，$l$ 与 $x$ 轴交于点 $P$，与 $y$ 轴正半轴交于点 $Q$，且 $\triangle OPQ$ 的面积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

（Ⅰ）求 $\alpha$；

（Ⅱ）若 $l$ 与曲线 $C:x^2-y^2=1$ 交于 $A,B$ 两点，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|$.

（Ⅰ）当 $a=2,b=3$ 时，求不等式 $f(x)\geq6$ 的解集；

（Ⅱ）设 $a>0,b>1$，若 $f(x)$ 的最小值为 2，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b-1}$ 的最小值.



关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。