

陈经纶中学 2023-2024 第一学期 初三数学 期中检测

时间： 90 分钟 满分： 100 分

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1. 二次函数 $y = (x+1)^2 - 2$ 的最小值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

2. 我国传统文化中的“福禄寿喜”图（如图）是由四个图案构成，这四个图案中，是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

3. 方程 $x^2 + 5x - 7 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 没有实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 有一个实数根

4. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象向下平移 3 个单位长度，则平移后抛物线的解析式为 ()

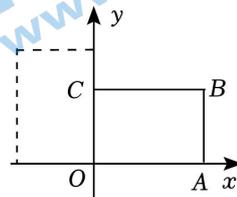
- A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ B. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$ C. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$ D. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 8x + 2 = 0$ ，此方程可化为的正确形式是 ()

- A. $(x-4)^2 = 14$ B. $(x-4)^2 = 18$ C. $(x+4)^2 = 14$ D. $(x+4)^2 = 18$

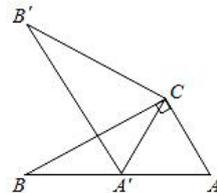
6. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $OABC$ 是矩形，点 $A(3,0)$ ， $C(0,2)$ ，将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，则旋转后点 B 的对应点坐标为 ()

- A. $(-2,3)$ B. $(-2,0)$
C. $(0,3)$ D. $(2,3)$



7. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 至 $\triangle A'B'C$ ，使得点 A' 恰好落在 AB 边上，则 α 等于 ()

- A. 150° B. 90°
C. 30° D. 60°



8. 某农业基地现有杂交水稻种植面积 36 公顷，计划两年后将杂交水稻种植面积增加到 48 公顷，设该农业基地杂交水稻种植面积的年平均增长率为 x ，则可列方程为 ()

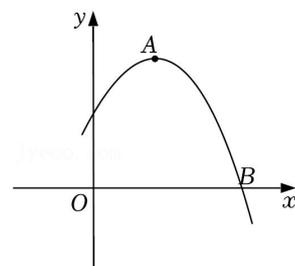
- A. $48(1+x)^2 = 36$ B. $48(1-x)^2 = 36$
C. $36(1+x)^2 = 48$ D. $36(1-x)^2 = 48$

9. 某超市一种干果现在的售价是每袋 30 元，每星期可卖出 100 袋. 经市场调研发现，如果在一定范围内调整价格，每涨价 1 元，每星期就少卖出 5 袋. 已知这种干果的进价为每袋 20 元，设每袋涨价 x (元)，每星期的销售量为 y (袋)，每星期销售这种干果的利润为 z (元). 则 y 与 x ， z 与 x 满足的函数关系分别是 ()

- A. 一次函数关系，一次函数关系 B. 一次函数关系，二次函数关系
C. 二次函数关系，二次函数关系 D. 二次函数关系，一次函数关系

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $A(2, m)$ ，且经过点 $B(5, 0)$ ，其部分图象如图所示. 对于此抛物线有如下四个结论：① $ac < 0$ ；② $a - b + c > 0$ ；③ $m + 9a = 0$ ；④ 若此抛物线经过点 $C(t, n)$ ，则 $t+4$ 一定是方程 $ax^2+bx+c=n$ 的一个根. 其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①③
C. ③④ D. ①④



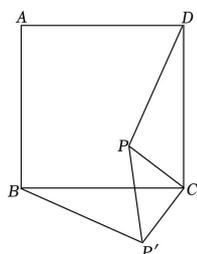
二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分.

11. 在平面直角坐标系中，点 $(3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.

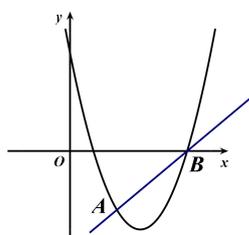
12. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx - 5 = 0$ 的一个根，则 b 的值是_____.

13. 写出一个开口向下，顶点在 x 轴上的二次函数的表达式_____.

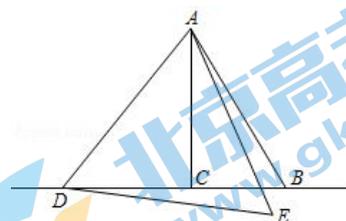
14. 如图， P 是正方形 $ABCD$ 内一点，将 $\triangle PCD$ 绕点 C 逆时针方向旋转后与 $\triangle P'CB$ 重合，若 $PC = 2$ ，则 $PP' =$ _____.



第 14 题图



第 15 题图



第 18 题图

15. 如图，直线 $y = mx + n$ 与抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交于 A, B 两点，其中点 $A(2, -3)$ ，点 $B(5, 0)$ ，则不等式 $x^2 + bx + c < mx + n$ 的解集为_____.

16. 已知关于 x 的方程 $(m-1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

17. 飞机着陆后滑行的距离 s (单位: m) 与滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是 $s = 60t - 1.5t^2$ ，那么飞机着陆后滑行_____秒才能停下来.

18. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ACB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $AC = 4\sqrt{3}$ ，点 D 在 CB 所在直线上运动，以 AD 为边作等边三角形 ADE ，则 $CB =$ _____. 在点 D 运动过程中， CE 的最小值_____.

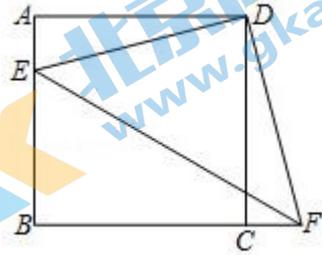
三. 解答题：共 54 分，第 19-24 题，每题 5 分，第 25-28 题，每题 6 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19. 解方程： $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5 = 0$.

20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F ，若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上，连接 DE ， DF ， EF 。

(1) 判断 $\triangle DEF$ 的形状，并说明理由；

(2) 若 $EF = 4\sqrt{2}$ ，则 $\triangle DEF$ 的面积为_____。



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + m^2 = 0$ 。

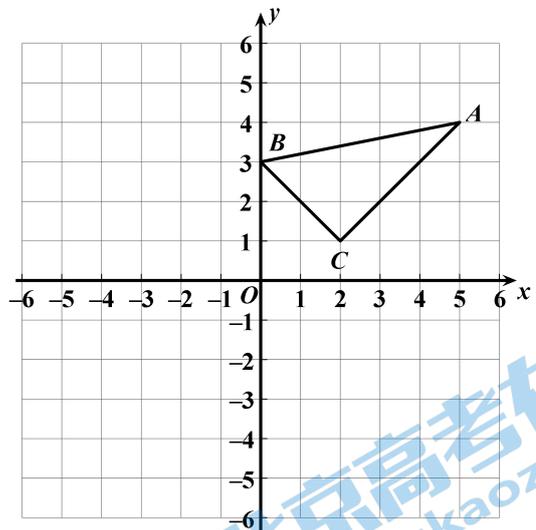
(1) 求证：不论 m 为何值，该方程总有两个实数根；

(2) 若 $x=1$ 是该方程的一个实数根，求代数式 $(m-2)^2 + 3$ 的值。

22. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(5, 4)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(2, 1)$ 。

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于原点中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 C_1 的坐标：_____；

(2) 画出将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 按顺时针方向旋转 90° 所得的 $\triangle A_2B_2C_1$ 。



23. 已知：二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中的 x 和 y 满足下表：

x	...	0	1	2	3	4	5	...
y	...	3	0	-1	0	m	8	...

(1) m 的值为_____；

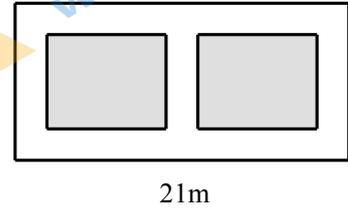
(2) 求出这个二次函数的解析式；

(3) 当 $-1 < x < 3$ 时，则 y 的取值范围为_____。

24. 如图，有一块长为 21m，宽为 10m 的矩形空地，计划在其中修建两块相同的矩形绿地，两块绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道，且人行通道的宽度不能超过 3 米。

(1) 如果两块绿地的面积之和为 90m²，求人行通道的宽度；

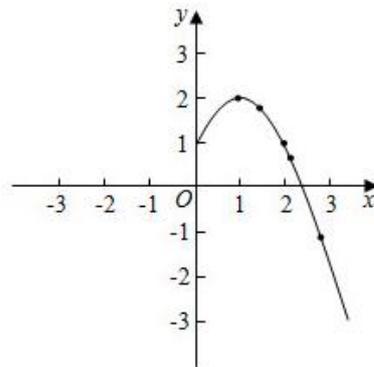
(2) 能否设计人行通道的宽度，使得每块绿地的宽与长之比等于 3:5，请说明理由。



25. 下面给出六个函数解析式：

$$y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = \sqrt{3}x^2 + 1, \quad y = -x^2 - \frac{1}{2}|x|, \quad y = 2x^2 - 3|x| - 1, \quad y = -x^2 + 2|x| + 1, \\ y = -3x^2 - |x| - 4.$$

小明根据学习二次函数的经验，分析了上面这些函数解析式的特点，研究了它们的图象和性质。下面是小明的分析和研究过程，请补充完整：



(1) 观察上面这些函数解析式，它们都具有共同的特点，可以表示为形如： $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，其中 x 为自变量；

(2) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，画出了函数 $y = -x^2 + 2|x| + 1$ 的部分图象，用描点法将这个函数的图象补充完整；

(3) 对于上面这些函数，下列四个结论：

① 函数图象关于 y 轴对称

② 有些函数既有最大值，同时也有最小值

③ 存在某个函数，当 $x > m$ (m 为正数) 时， y 随 x 的增大而增大，当 $x < -m$ 时， y 随 x 的增大而减小

④ 函数图象与 x 轴公共点的个数只可能是 0 个或 2 个或 4 个

所有正确结论的序号是 ；

(4) 结合函数图象，解决问题：

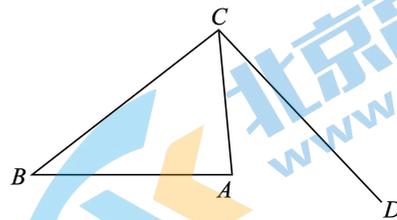
若关于 x 的方程 $-x^2 + 2|x| + 1 = -x + k$ 有一个实数根为 3，则该方程其它的实数根为 。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + (2a-2)x - a^2 + 2a$ 上, 其中 $x_1 < x_2$.

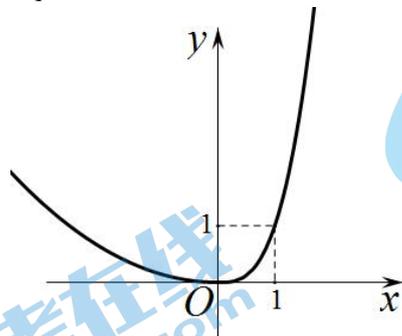
- (1) 求抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示);
- (2) ①当 $x = a$ 时, 求 y 的值;
②若 $y_1 = y_2 = 0$, 求 x_1 的值 (用含 a 的式子表示);
- (3) 若对于 $x_1 + x_2 < -4$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \alpha$ ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$), 将 BC 边绕点 C 逆时针旋转 $(180^\circ - \alpha)$ 得到线段 CD .

- (1) 判断 $\angle B$ 与 $\angle ACD$ 的数量关系并证明;
- (2) 将 AC 边绕点 C 顺时针旋转 α 得到线段 CE , 连接 DE 与 AC 边交于点 M (不与点 A, C 重合).
①用等式表示线段 DM, EM 之间的数量关系, 并证明.
②若 $AB = a, AC = b$, 直接写出 AM 的长. (用含 a, b 的式子表示)



28. 对于某一函数给出如下定义：若存在实数 p ，当其自变量的值为 p 时，其函数值等于 p ，则称 p 为这个函数的**不变值**。在函数存在不变值时，该函数的最大不变值与最小不变值之差 q 称为这个函数的**不变长度**。特别地，当函数只有一个不变值时，其不变长度 q 为零。例如，下图中的函数有 0, 1 两个不变值，其不变长度 q 等于 1。



(1) 函数① $y = 2x$ ，② $y = x^2 + 1$ ，③ $y = x^2 - 2x$ 中存在**不变值**的是_____ (填序号)；

(2) 函数 $y = 2x^2 - bx$ 。

① 若其**不变长度**为 0，则 b 的值为 _____；

② 若 $1 \leq b \leq 3$ ，求其**不变长度** q 的取值范围；

(3) 记函数 $y = x^2 - 2x (x \geq m)$ 的图象为 G_1 ，将 G_1 沿 $x = m$ 翻折后得到的函数图象记为 G_2 。函数 G 的图象由 G_1 和 G_2 两部分组成，若其**不变长度** q 满足 $0 \leq q \leq 3$ ，则 m 的取值范围为_____。

陈经纶中学 2023-2024 第一学期 初三数学 期中检测 参考答案

时间： 90 分钟 满分： 100 分

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	A	A	A	D	C	B	B

二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分。

题号	11	12	13	14
答案	$(-3, -2)$	$\frac{1}{2}$	答案不唯一，如 $y=-x^2$	$2\sqrt{2}$
题号	15	16	17	18
答案	$2 < x < 5$	$m < 2$ 且 $m \neq 1$	20	4; $2\sqrt{3}$

三、解答题：共 54 分，第 19-24 题，每题 5 分，第 25-28 题，每题 6 分。

19. 解： $x^2 - 6x - 10 = 0$

$x^2 - 6x = 10$ 1 分

$x^2 - 6x + 3^2 = 10 + 3^2$ 2 分

$(x-3)^2 = 19$ 3 分

$x-3 = \pm\sqrt{19}$

$\therefore x_1 = 3 + \sqrt{19}, x_2 = 3 - \sqrt{19}$5 分

20. (1) $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形.1 分

证明：在正方形 $ABCD$ 中， $DA=DC$ ， $\angle ADC = \angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$ 。

$\because F$ 落在边 BC 的延长线上，

$\therefore \angle DCF = \angle DAB = 90^\circ$2 分

\because 将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F ，

$\therefore DE = DF$.

$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle CDF$3 分

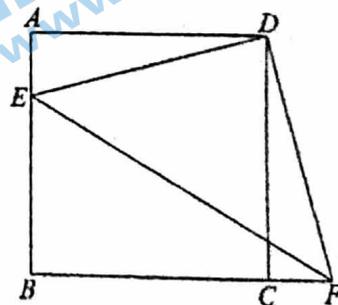
$\therefore \angle ADE = \angle CDF$.

$\because \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CDF + \angle EDC = 90^\circ$ ，即 $\angle EDF = 90^\circ$4 分

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形。

(2) $\triangle DEF$ 的面积为 8.5 分



21. (1) 证明： $\because \Delta = (-4m)^2 - 4m^2 = 12m^2 \geq 0$ ，2 分

\therefore 不论 m 为何值，该方程总有两个实数根；

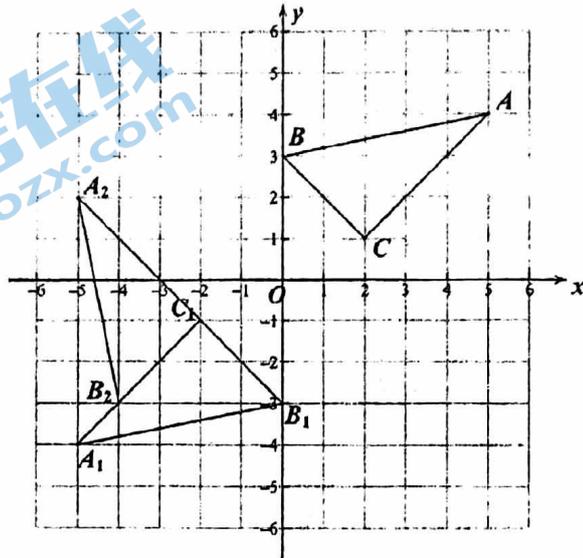
(2) 解: 把 $x=1$ 代入方程 $x^2 - 4mx + m^2 = 0$ 得 $1 - 4m + m^2 = 0$,3 分

$$\text{即 } m^2 - 4m = -1,$$

$$\therefore (m-2)^2 + 3 = m^2 - 4m + 4 + 3 = -1 + 4 + 3 = 6. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. (1) 如图所示 (画图 2 分); $C_1(-2, -1)$;3 分

(2) 如图所示,5 分



23. 解: (1) \because 抛物线经过点 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$,

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=2$,

\therefore 当 $x=4$ 和 $x=0$ 所对应的函数值相等,

$\therefore m=3$;

故答案为: 3;1 分

(2) \because 抛物线经过点 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$,

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=2$, 顶点为 $(2, -1)$,

设抛物线解析式为 $y = a(x-2)^2 - 1$,

把 $(0, 3)$ 代入得 $a(0-2)^2 - 1 = 3$,

解得 $a=1$,2 分

\therefore 抛物线解析式为 $y = (x-2)^2 - 1$3 分

(或者写成 $y = x^2 - 4x + 3$).

(3) 当 $x=-1$ 时, $y = x^2 - 4x + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$,

当 $x=2$ 时, y 有最小值 -1 ,

当 $x=3$ 时, $y=0$,

\therefore 当 $-1 < x < 3$ 时, 则 y 的取值范围为 $-1 \leq y < 8$.

故答案为: $-1 \leq y < 8$.

...5分

24. 解: (1) 设人行通道的宽度为 x 米,

...1分

则两块矩形绿地的长为 $(21-3x)$ (米),

宽为 $(10-2x)$ (米),

根据题意得: $(21-3x)(10-2x)=90$,

...2分

解得: $x_1=10$ (舍去), $x_2=2$,

答: 人行通道的宽度为 2 米;

...3分

(2) 设人行通道的宽为 y 米时, 每块绿地的宽与长之比等于 3:5,

根据题意得: $(10-2y):\frac{21-3y}{2}=3:5$,

解得: $y=\frac{37}{11}$,

...4分

$\therefore \frac{37}{11} > 3$,

\therefore 不能改变人行横道的宽度使得每块绿地的宽与长之比等于 3:5. ...5分

25. 解: (1) ① $y=ax^2+b|x|+c$, (a, b, c 是常数, $a \neq 0$).

...1分

(2) 图象如图 1 所示.

...2分

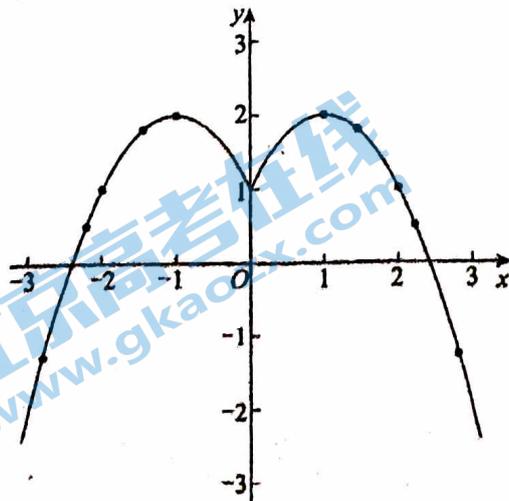


图 1

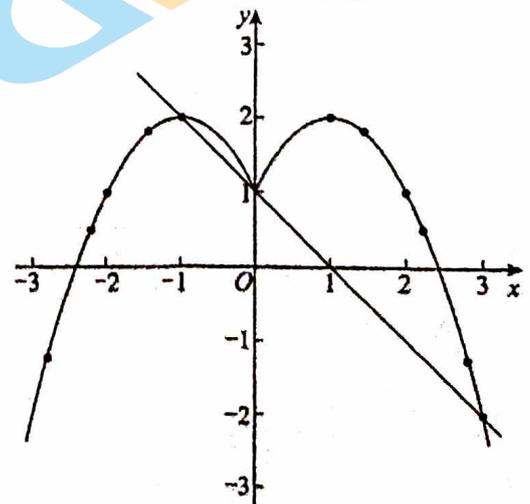


图 2

(3) ①③. ...4分

(4) 如图 2, $-1, 0$6分

26. 解: (1) 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{2(a-1)}{-2} = a-1$2分

(2) ①当 $x=a$ 时, $y = -a^2 + 2a^2 - 2a - a^2 + 2a = 0$;3分

② $x_1 = a-2$ 4分

(3) ①当 $a \geq -1$ 时,

$$\because x_1 < x_2, x_1 + x_2 < -4,$$

$\therefore x_1 < -2$, 只需讨论 $x_1 < a-1$ 的情况.

若 $x_1 < x_2 < a-1$,

$\because x < a-1$ 时, y 随着 x 的增大而增大,

$\therefore y_1 < y_2$, 符合题意;

若 $x_1 < a-1 < x_2$,

$$\because a-1 \geq -2,$$

$$\therefore 2(a-1) \geq -4.$$

$$\because x_1 + x_2 < -4,$$

$$\therefore x_1 + x_2 < 2(a-1).$$

$$\therefore x_1 < 2(a-1) - x_2.$$

$\because x = 2(a-1) - x_2$ 时, $y = y_2$, $x < a-1$ 时, y 随着 x 的增大而增大,

$\therefore y_1 < y_2$, 符合题意.

②当 $a < -1$ 时,

$$\text{令 } x_1 = a-1, x_2 = -2,$$

此时 $x_1 + x_2 < -4$, 但 $y_1 > y_2$, 不符合题意.

综上所述, a 的取值范围是 $a \geq -1$6分

27. (1) $\angle B = \angle ACD$1分

证明: 根据题意, $\angle BCD = 180^\circ - a$.

$$\therefore \angle ACD + \angle BCA = 180^\circ - a. \text{1分}$$

$\because \angle A = \alpha,$

$\therefore \angle B + \angle BCA = 180^\circ - \alpha.$

$\therefore \angle B = \angle ACD.$

.....2分

(2) ① $DM = EM.$ 3分

证明: 延长 CA 至点 N , 使 $CN = BA.$

$\because CB = CD, \angle B = \angle ACD,$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle NCD.$

.....4分

$\therefore AC = ND, \angle N = \angle BAC.$

$\because AC = CE,$

$\therefore CE = ND$

$\because \angle ACE = \angle BAC = \alpha,$

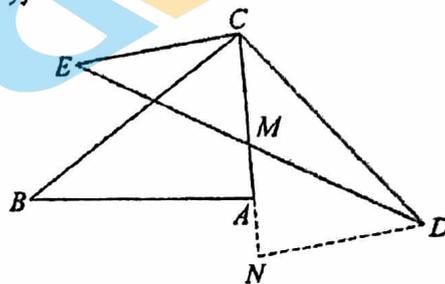
$\therefore \angle ACE = \angle N.$

$\therefore \angle CME = \angle NMD,$

$\therefore \triangle CME \cong \triangle NMD.$

.....5分

$\therefore DM = EM.$



② $AM = b - \frac{1}{2}a.$ 6分

28. 解: (1) ①③2分

(2) ① \because 函数 $y = 2x^2 - bx$ 的不变长度为零,

\therefore 方程 $2x^2 - bx = x$ 有两个相等的实数根.

$\therefore b = -1.$ 3分

② 解方程 $2x^2 - bx = x$, 得 $x_1 = 0, x_2 = \frac{b+1}{2}.$

$\because 1 \leq b \leq 3,$

$\therefore 1 \leq x_2 \leq 2.$

\therefore 函数 $y = 2x^2 - bx$ 的不变长度 q 的取值范围 $1 \leq q \leq 2.$... 4分

(3) m 的取值范围为 $1 \leq m \leq 3$ 或 $m < -\frac{1}{8}.$ 6分

以上答案仅供参考, 如有其它正确方法, 请酌情给分!

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

