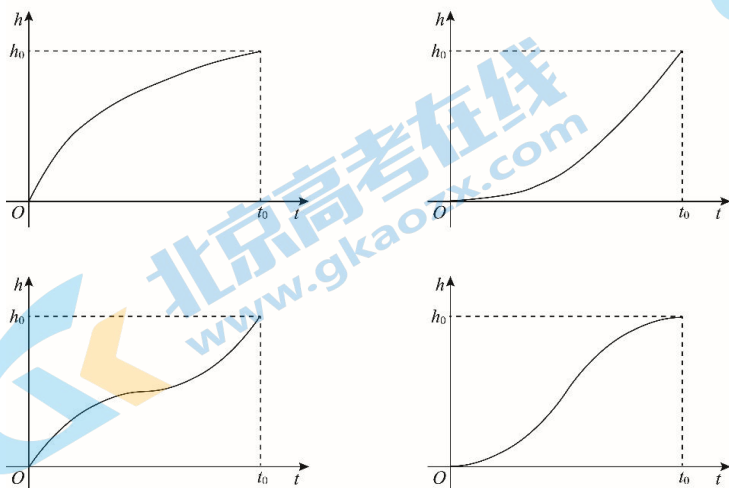
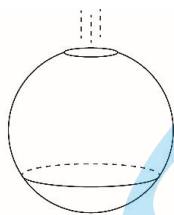


A 卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）.

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^n + 1$ ，则 257 是这个数列的（ ）
- A. 第 6 项 B. 第 7 项 C. 第 8 项 D. 第 9 项
2. 两个数 4, 6 的等差中项是（ ）
- A. ± 5 B. ± 4 C. 5 D. 4
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a_n - 2$ ，则 a_{10} 等于（ ）
- A. -12 B. 12 C. -16 D. 16
4. 下列结论正确的是（ ）
- A. 若 $y = \sin x$ ，则 $y' = \cos x$
- B. 若 $y = \frac{1}{x}$ ，则 $y' = \frac{1}{x^2}$
- C. 若 $y = \cos x$ ，则 $y' = \sin x$
- D. 若 $y = e$ ，则 $y' = e$
5. 若 1, a, b, c, 4 成等比数列，则 $abc =$ （ ）
- A. 16 B. -8 C. 8 D. ± 8
6. 若函数 $f(x) = x^2 - mx + 10$ 在 $(-2, -1)$ 上是减函数，则实数 m 的取值范围是（ ）
- A. $[2, +\infty)$ B. $[-2, +\infty)$
- C. $(-\infty, 2]$ D. $(-\infty, -4]$
7. 直线 $y = 5x + b$ 是曲线 $y = x^3 + 2x + 1$ 的一条切线，则实数 $b =$ （ ）
- A. -1 或 1 B. -1 或 3 C. -1 D. 3

8 如图，从上往下向一个球状空容器注水，注水速度恒定不变，直到 t_0 时刻水灌满容器时停止注水，此时水面高度为 h_0 ．水面高度 h 是时间 t 的函数，这个函数图象只可能是 c



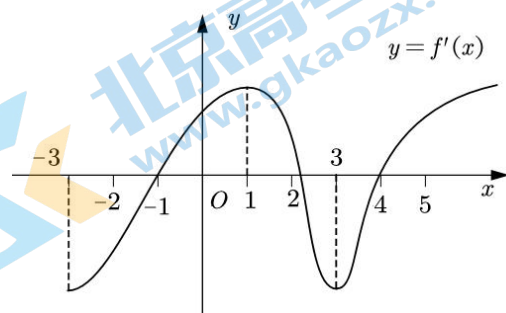
A

9. 如图所示的是 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象，下列四个结论：

- ① $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上是增函数.
- ② $x = -1$ 是 $f(x)$ 的极小值点;
- ③ $f(x)$ 的零点为 -1 和 4
- ④ $x = 1$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

其中正确结论的序号是 ().

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①③④



10. 一批设备价值 a 万元，由于使用磨损，每年比上一年价值降低 $b\%$ ，则 n 年后这批设备的价值为 ()

- A. $na(1-b\%)$ B. $a(1-nb\%)$ C. $a[1-(b\%)^n]$ D. $a(1-b\%)^n$

11. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $m, n, p \in N^*$, 则 “ $a_m \cdot a_n = a_p^2$ ” 是 “ $m + n = 2p$ ” 的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

12 设 $f(n) = 2 + 2^4 + 2^7 + 2^{10} + \dots + 2^{3n+13} (n \in N)$, 则 $f(n)$ 等于 D

(A) $\frac{2}{7} (8^{n+3} - 1)$

(B) $\frac{2}{7} (8^{n+2} - 1)$

(C) $\frac{2}{7} (8^{n+4} - 1)$

(D) $\frac{2}{7} (8^{n+5} - 1)$

二、填空题: 共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

13 在某报《自测健康状况》的报道中, 自测血压结果与相应年龄的统计数据如下表. 观察表中数据的特点。

年龄(岁)	30	35	40	45	50	55	60	65
收缩压(水银柱毫米)	110	115	120	125	130	135	a	145
舒张压(水银柱毫米)	70	73	75	78	80	83	b	88

则 $a =$ $b =$

14. 函数 $f(x) = xe^x$ 的导数 $f'(x) =$ _____.

15. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = -4$, $S_5 = -10$, 则 $n =$ _____, S_n 有最小值为 _____

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n-1}} = 1 (n \geq 2, n \in N_+)$, 则 $a_{2022} =$ _____.

17. 为净化水质，向一个游泳池加入某种化学药品，加药后池水中该药品的浓度 C (单位: mg/L) 随时间 t (单位: h) 的变化关系为 $C = \frac{20t}{t^2 + 4}$ ，则经过 $\underline{\hspace{2cm}}$ h 池水中药品浓度达到最大.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + 2n$ ，现将该数列按如下规律排成个数阵：按行排列，第 n 行有 2^{n-1} 项，每一行从左到右项数依次增大，记 (m, n) 为该数阵中第 m 行从左到右第 n 个数的坐标，则坐标 $(5, 5)$ 为对应的数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ； a_{2022} 对应的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共 2 小题，共 24 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ ，等差数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_3$ ， $b_2 = a_1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx$ 在 $x = 1$ 处有极值 2.

(I) 求 a, b 的值

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间

(III) 若函数 $y = f(x) - k$ 在区间 $[-2, \sqrt{3}]$ 上有三个零点, 写出 k 的取值范围 (无需解答过程)

B 卷

一、选择题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分).

21. 函数 $f(x) = x - \ln x$ 有 ()

A. 有极小值 1, 无极大值

B. 有极大值 1, 无极小值

C. 有极大值 1, 有极小值 0

D. 无极大值, 也无极小值

22 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\} (n \in N^*)$ 的前 n 项和, 且 $S_6 > S_7 > S_5$, 有下列四个命题, 假命题的是 ()

A. 公差 $d < 0$

B. 在所有 $S_n < 0$ 中, S_{13} 最大

C. $a_6 > a_7$

D. 满足 $S_n > 0$ 的 n 的个数有 11 个

23. 如图，过原点斜率为 k 的直线与曲线 $y = \ln x$ 交于两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.

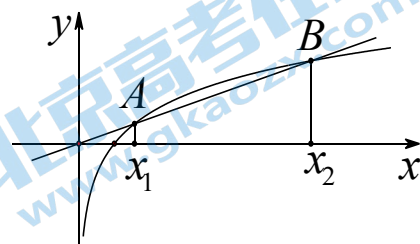
① k 的取值范围是 $(0, \frac{1}{e})$.

② $\frac{1}{x_1} < k < \frac{1}{x_2}$.

③ 当 $x \in (x_1, x_2)$ 时, $f(x) = kx - \ln x$ 先减后增且恒为负.

以上结论中所有正确结论的序号是 ()

A. ① B. ①② C. ①③ D. ②③



24 已知数列 $\{a_n\}$, 若存在一个正整数 T 使得对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+T} = a_n$, 则称 T 为数列 $\{a_n\}$ 的周期. 若四个数列分别满足:

① $a_1 = 2, a_{n+1} = 1 - a_n (n \in \mathbf{N}^*)$;

② $b_1 = 1, b_{n+1} = -\frac{1}{1+b_n} (n \in \mathbf{N}^*)$;

③ $c_1 = 1, c_2 = 2, c_{n+2} = c_{n+1} - c_n (n \in \mathbf{N}^*)$;

④ $d_1 = 1, d_{n+1} = (-1)^n d_n (n \in \mathbf{N}^*)$.

则上述数列中, 8 为其周期的个数是

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

25. 若函数 $f(x)$ 在区间 A 上, 对 $\forall a, b, c \in A$, $f(a), f(b), f(c)$ 为一个三角形的三边长, 则称函数 $f(x)$ 为

“三角形函数”. 已知函数 $f(x) = x \ln x + m$ 在区间 $[\frac{1}{e^2}, e]$ 上是“三角形函数”, 则实数 m 的取值范围为

A. $(\frac{1}{e}, \frac{e^2+2}{e})$

B. $(\frac{2}{e}, +\infty)$

C. $(\frac{1}{e}, +\infty)$

D. $(\frac{e^2+2}{e}, +\infty)$

二、解答题共 3 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

26. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $s_n = n - a_n (n = 1, 2, 3 \dots)$

(I) 求 a_1, a_2, a_3 的值: $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{3}{4}, a_3 = \frac{7}{8}$

(II) 求证: 数列 $\{a_n - 1\}$ 是等比数列; $\{a_n - 1\}$ 是以 $-\frac{1}{2}$ 为首项, 以 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列

(III) 令 $b_n = (2 - n)(a_n - 1) (n = 1, 2, 3 \dots)$, 如果对任意 $n \in N^*$, 都有 $b_n + \frac{1}{4}t \leq t^2$, 求实数 t 的取值范围.

$$t \geq \frac{1}{2} \text{ 或 } t \leq -\frac{1}{4}$$

27. (14 分) 已知函数 $f(x) = e^x(x-1) - \frac{1}{2}e^a x^2, a < 0$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点处 $(0, f(0))$ 的切线方程

(2) 求函数 $f(x)$ 的极小值

(3) 求函数 $f(x)$ 的零点个数

28 (2013 文) (20) (本小题共13分)

给定数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$. 对 $i=1, 2, \dots, n-1$, 该数列前 i 项的最大值记为 A_i , 后 $n-i$ 项 $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_n$ 的最小值记为 B_i , $d_i = A_i - B_i$.

(I) 设数列 $\{a_n\}$ 为 $3, 4, 7, 1$, 写出 d_1, d_2, d_3 的值;

(II) 设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n \geq 4$) 是公比大于1的等比数列, 且 $a_1 > 0$. 证明: $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是等比数列;

(III) 设 $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是公差大于0的等差数列, 且 $d_1 > 0$. 证明: $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 是等差数列.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: **北京高考资讯(微信号:bjgkzx)**，获取更多试题资料及排名分析信息。