

1. 下列角中与 20° 终边相同的角是()

A. 200°

B. -340°

C. -20°

D. 340°

2. 集合 $M = \{x | x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 M 、 P 之间的关系为()

A. $M = P$

B. $M \subseteq P$

C. $P \subseteq M$

D. $M \cap P = \emptyset$

3. 设 α 是第一象限的角, 且 $|\cos \frac{\alpha}{2}| = \cos \frac{\alpha}{2}$, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

4. 已知 $\cos x = \frac{4}{5}$, 则 $\cos 2x$ 的值为()

A. $-\frac{7}{25}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{7}{25}$

5. 函数 $y = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的一条对称轴方程是()

A. $x = \frac{\pi}{2}$

B. $x = -\frac{\pi}{2}$

C. $x = \frac{5\pi}{6}$

D. $x = \frac{\pi}{6}$

6. 要得到 $y = \cos 2x$ 的图象, 只要将 $y = \sin 2x$ 的图象()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

化简 $\sin x \cos x (\tan x + \frac{1}{\tan x})$ 的结果是()

A. $\cos 2x$

B. -1

C. 1

D. $\sin 2x$

8. 已知向量 $a = (2, 1)$, $b = (-1, k)$, $a \cdot (2a - b) = 0$, 则实数 k 的值为()

A. -12

B. -6

C. 6

D. 12

9. 已知 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, $P = \sin A + \sin B$, $Q = \cos A + \cos B$, 则()

A. $P < Q$

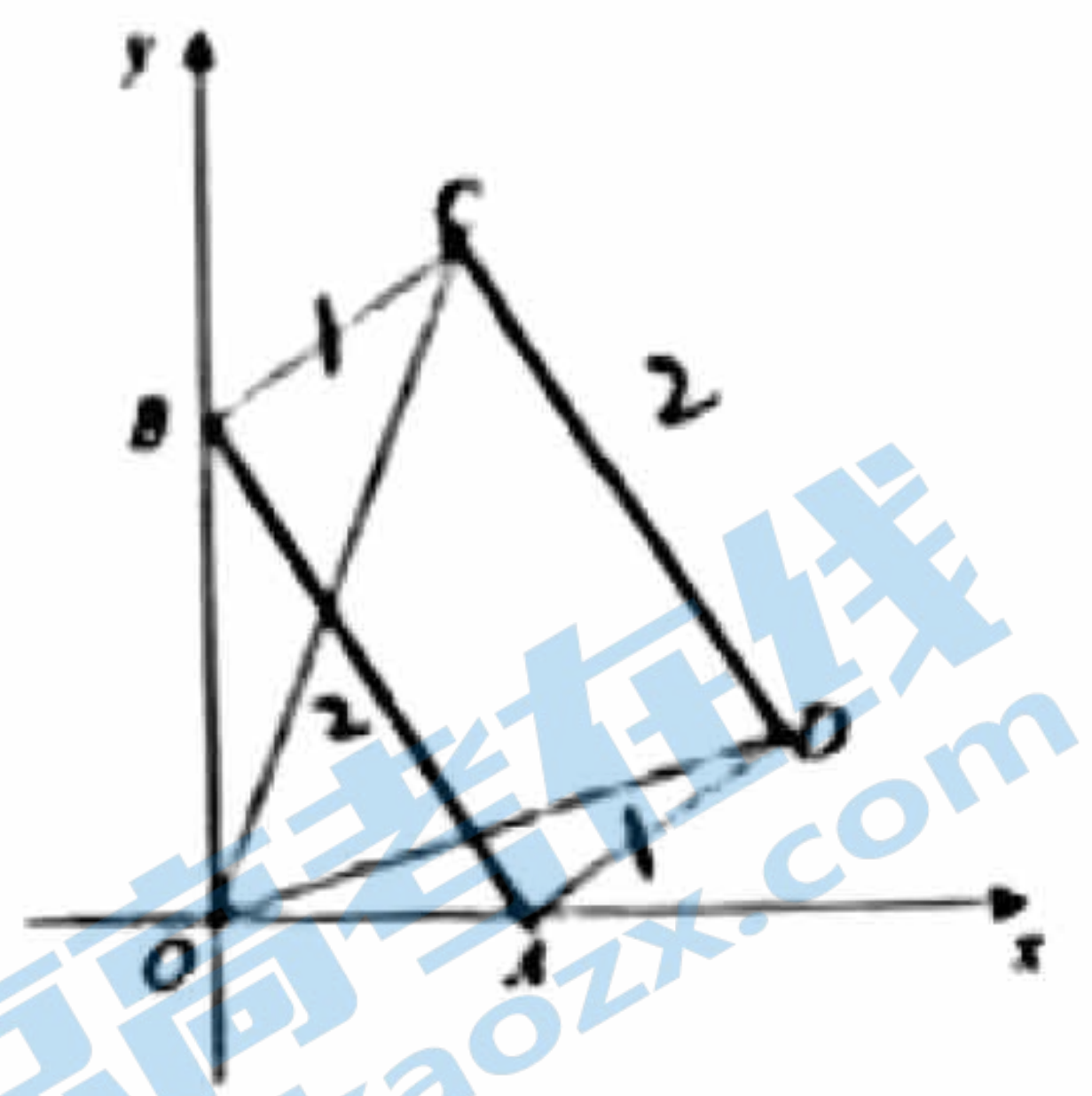
B. $P > Q$

C. $P = Q$

D. P 、 Q 大小不确定

10. 如图, 线段 $AB=2$, 点 A, B 分别在 x 轴和 y 轴的非负半轴上运动. 以 AB 为一边, 在第一象限内作矩形 $ABCD$, $BC=1$. 设 O 为原点, 则 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD}$ 的取值范围是()

- A. $[0, 2]$ B. $[0, 3]$ C. $[1, 3]$ D. $[1, 4]$



二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 把答案填在答题卡的横线上.)

11. 将 $\frac{17\pi}{4}$ 化为 $2k\pi + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 2\pi, k \in \mathbb{Z}$) 的形式是_____.

12. 半径为 2 米, 中心角为 120° 的扇形的面积为_____米².

13. 设 α 为锐角, 若 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值为____, $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值为_____.

14. 若 $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = 3$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 \leq \varphi \leq \pi$), $|f(0)| = 1$, 且在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是单调函数, 则 $\varphi =$ _____, ω 的取值范围为_____.

16. 函数 $f(x) = \lg(1 - 4\sin^2 x)$ 的定义域为_____.

17. 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD=1, BC=2$, 点 E 在边 AD 上运动, 则 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围为_____.

18. 已知 $f(x), g(x)$ 都是定义在 \mathbb{R} 上的函数, 若存在实数 m, n 使得 $h(x) = mf(x) + ng(x)$, 则称 $h(x)$ 为 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数.

① 若 $f(x) = \cos 2x, g(x) = \sin x$, 则 $y = \cos x$ 是 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数.

② 若 $f(x) = \cos 2x, g(x) = \sin x$, 则 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数 $y = f(x) + g(x)$ 的最大值为 2.

③ 若 $f(x) = |\sin x|, g(x) = |\cos x|$, 则 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数 $y = f(x) + g(x)$ 的值域为 $[1, \sqrt{2}]$.

④ 若 $f(x) = |\sin x|, g(x) = |\cos x|$, 则 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数 $y = f(x) + g(x)$ 的所有对称轴方程为 $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

⑤ 若 $f(x) = |\sin x|, g(x) = |\cos x|$, 则 $f(x), g(x)$ 在 \mathbb{R} 上的生成函数 $y = f(x) - g(x)$ 的增区间

为 $[k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi], k \in \mathbb{Z}$.

其中正确命题的序号是_____.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

19. (15 分) 平面内给定三个向量 $a = (3, 2), b = (-1, 2), c = (4, 1)$.

- (1) 求 $\cos \langle a, b \rangle$;
- (2) 求 $|2a - b|$;
- (3) 若 $(a + kc) \perp (2b - a)$, 求实数 k .

20. (15 分) 化简下列各式

(1) $\sin \frac{13\pi}{6} + \tan(-\frac{17\pi}{4}) + \sin \frac{5\pi}{2} + \cos 7\pi - \tan \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{8\pi}{3}$

(2) $\frac{\tan(2\pi - x) \sin(-2\pi - x) \cos(6\pi - x) \cos(\pi - x)}{\sin(x + \frac{3\pi}{2}) \cos(\frac{\pi}{2} - x)}$

(3) $\frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin \theta - 1}{\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}$

21. (16 分) 已知函数 $f(x) = \sin^2(\frac{\pi}{4} + x) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;
- (2) 若 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 求函数 $f(x)$ 的取值范围;
- (3) ①将函数 $f(x)$ 的图像向上平移 $\frac{1}{2}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图像;
②将函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图像;
③将函数 $f(x)$ 的图像上每个点的横坐标伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图像;

从上述三个变换中选择一个变换, 使函数 $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上有两个零点, 并求出零点.

22. (16 分) 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-2,0)$, $B(0,2\sqrt{3})$, $C(2\cos\theta, \sin\theta)$, 其中 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

- (1) 若 $\overline{AB} \parallel \overline{OC}$, 求 $\tan\theta$ 的值;
- (2) 设点 $D(1,0)$, 求 $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$ 的最大值;
- (3) 设点 $E(a,0)$, $a \in \mathbb{R}$, 将 $\overline{OC} \cdot \overline{CE}$ 表示成 θ 的函数, 记其最小值为 $f(a)$, 求 $f(a)$ 的表达式, 并求 $f(a)$ 的最大值.

23. (16 分) 对于集合 $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 和常数 θ_0 , 定义: $\mu = \frac{\cos^2(\theta_1 - \theta_0) + \cos^2(\theta_2 - \theta_0) + \dots + \cos^2(\theta_n - \theta_0)}{n}$ 为集合 Ω 相对 θ_0 的“余弦方差”.

- (1) 若集合 $\Omega = \{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\}$, $\theta_0 = 0$, 求集合 Ω 相对 θ_0 的“余弦方差”;
- (2) 若集合 $\Omega = \{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\}$, 证明集合 Ω 相对于任何常数 θ_0 的“余弦方差”是一个常数, 并求这个常数;
- (3) 若集合 $\Omega = \{\frac{\pi}{4}, \alpha, \beta\}$, $\alpha \in [0, \pi)$, $\beta \in [\pi, 2\pi)$, 相对于任何常数 θ_0 的“余弦方差”是一个常数, 求 α, β 的值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkzxx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。