工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2019级高中毕业班摸底测试

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题: 本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\{x\in \mathbf{N}^*\mid x<9\}$,集合 $A=\{3,4,5,6\}$,则 $\complement_U A=$

(A) $\{1,2,3,8\}$　　(B) $\{1,2,7,8\}$　　(C) $\{0,1,2,7\}$　　(D) $\{0,1,2,7,8\}$

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(2-x), & x<1,\\ e^x, & x\geq 1.\end{cases}$ 则 $f(-2)+f(\ln 4)=$

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

3. 某校为增强学生垃圾分类的意识,举行了一场垃圾分类知识问答测试,满分为100分.如图所示的茎叶图为某班20名同学的测试成绩(单位:分).则这组数据的极差和众数分别是

茎	叶
6	8
7	2 3 3 6
8	1 2 2 8 8 8 9
9	0 1 1 3 5 7 7 8

(A) 20,88　　(B) 30,88

(C) 20,82　　(D) 30,91

4. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y\geq 0,\\ x+y-4\leq 0,\\ y\geq 0.\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值为

(A) -4　　(B) 0　　(C) 2　　(D) 4

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点到其中一条渐近线的距离为 $2a$，则该双曲线的渐近线方程为

(A) $y=\pm 2x$　　(B) $y=\pm\frac{1}{2}x$

(C) $y=\pm x$　　(D) $y=\pm\sqrt{2}x$

6. 记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$．若 $f(x)=e^x\sin 2x$，则 $f'(0)=$

(A) 2　　(B) 1　　(C) 0　　(D) -1

7. 已知 M 为圆 $(x-1)^2+y^2=2$ 上一动点，则点 M 到直线 $x-y+3=0$ 的距离的最大值是

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $2\sqrt{2}$

(C) $3\sqrt{2}$　　(D) $4\sqrt{2}$

8. 已知直线 $l_1:x+y+m=0$，$l_2:x+m^2y=0$．则"$l_1 \parallel l_2$"是"$m=1$"的

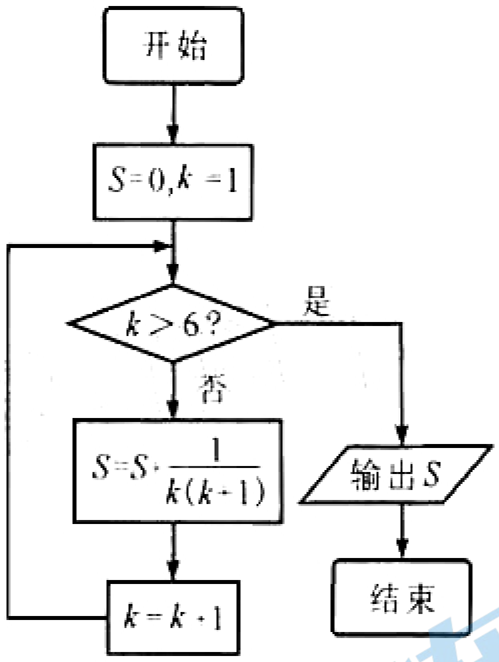
(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

9. 执行如图所示的程序框图，则输出的 S 的值是

(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{6}{7}$　　(D) $\frac{7}{8}$



10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知 $PA\perp$ 平面 ABC，$PA=AB=BC=2$，$AC=2\sqrt{2}$．若该三棱锥的顶点都在同一个球面上，则该球的表面积为

(A) 4π　　(B) 10π　　(C) 12π　　(D) 48π

11. 已知函数 $f(x)=\frac{a}{x+1}$，$g(x)=\ln x$．若对任意 $x_1,x_2\in(0,2]$，且 $x_1\neq x_2$，都有

$$\frac{g(\frac{x_2}{x_1})-f(x_1)+f(x_2)}{x_2-x_1}>-1$$，则实数 a 的取值范围是

(A) $(-\infty,\frac{27}{4}]$　　(B) $(-\infty,2]$　　(C) $(-\infty,\frac{27}{2}]$　　(D) $(-\infty,8]$

12. 设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，过抛物线上一点 A 作 l 的垂线，垂足为 B，设 $C(2p,0)$，AF 与 BC 相交于点 D．若 $|CF|=|AF|$，且△ACD 的面积为 $2\sqrt{2}$，则点 F 到准线 l 的距离是

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　(D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 设复数 $z=\dfrac{1+2i}{i}$（i 为虚数单位），则 $|z|=$________.

14. 一个路口的红绿灯，红灯的时间为 30 秒，黄灯的时间为 5 秒，绿灯的时间为 40 秒. 当你到达该路口时，看见不是红灯的概率是________.

15. 已知关于 x,y 的一组数据：

x	1	m	3	4	5
y	0.5	0.6	n	1.4	1.5

根据表中这五组数据得到的线性回归直线方程为 $\hat{y}=0.28x+0.16$，则 $n-0.28m$ 的值为________.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}-1, 0<x\leqslant 2,\\ \dfrac{1}{2}f(x-2), x>2.\end{cases}$ 有下列结论：

①函数 $f(x)$ 在 $(-6,-5)$ 上单调递增；

②函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=x$ 有且仅有 2 个不同的交点；

③若关于 x 的方程 $[f(x)]^2-(a+1)f(x)+a=0(a\in\mathbf{R})$ 恰有 4 个不相等的实数根，则这 4 个实数根之和为 8；

④记函数 $f(x)$ 在 $[2k-1,2k](k\in\mathbf{N}^*)$ 上的最大值为 a_k，则数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项和为 $\dfrac{127}{64}$.

其中所有正确结论的编号是________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{a}{2}x^2-2x+\dfrac{5}{6}$，其中 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $2x+y-1=0$ 平行.

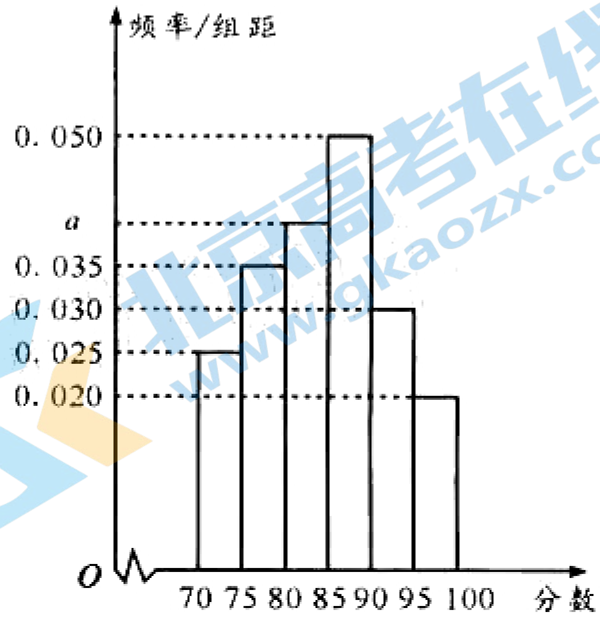
（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的极值.

18.（本小题满分 12 分）

“2021 年全国城市节约用水宣传周”已于 5 月 9 日至 15 日举行. 成都市围绕“贯彻新发展理念，建设节水型城市”这一主题，开展了形式多样，内容丰富的活动，进一步增强全民保护水资源，防治水污染，节约用水的意识. 为了解活动开展成效，某街道办事处工作人员赴一小区调

查住户的节约用水情况，随机抽取了 300 名业主进行节约用水调查评分，将得到的分数分成 6 组：[70，75)，[75,80)，[80,85)，[85,90)，[90,95)，[95,100]，得到如图所示的频率分布直方图.

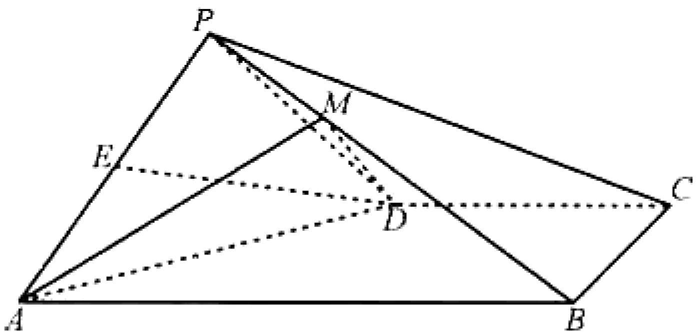


（Ⅰ）求 a 的值，并估计这 300 名业主评分的中位数；

（Ⅱ）若先用分层抽样的方法从评分在[90，95)和[95,100]的业主中抽取 5 人，然后再从抽出的这 5 位业主中任意选取 2 人作进一步访谈，求这 2 人中至少有 1 人的评分在[95,100]的概率.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$DC \parallel AB$，$BC \perp AB$，E 为棱 AP 的中点，$AB=4$，$PA=PD=DC=BC=2$.



（Ⅰ）求证：$DE \parallel$ 平面 PBC；

（Ⅱ）若平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$，M 是线段 BP 上的点，且 $BM=2MP$，求二面角 $M-AD-B$ 的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在椭圆 C 上，$|PF_1|=2$，$\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{3}$，且椭圆 C 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设直线 $l:y=kx+m\ (m\neq 0)$ 与椭圆 C 相交于 A,B 两点，O 为坐标原点. 求$\triangle OAB$ 面积的最大值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2ax-\ln x$，其中 $a\in \mathbf{R}$.

（Ⅰ）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）当 $a>0$ 时，若 $x_1,x_2(0<x_1<x_2)$ 满足 $f(x_1)=f(x_2)$，证明：$f(2ax_1)+f(2ax_2)>4a^2(x_1+x_2)$.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\alpha, \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）. 以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{3}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+\sqrt{3}=0$.

（Ⅰ）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（Ⅱ）在曲线 C 上任取一点 (x,y)，保持纵坐标 y 不变，将横坐标 x 伸长为原来的 $\sqrt{3}$ 倍得到曲线 C_1. 设直线 l 与曲线 C_1 相交于 M,N 两点，点 $P(-1,0)$，求 $|PM|+|PN|$ 的值.

成都市2019级高中毕业班摸底测试

数学(理科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1. B; 2. C; 3. B; 4. D; 5. A; 6. A; 7. C; 8. B; 9. C; 10. C; 11. A; 12. D.

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $\sqrt{5}$; 14. $\frac{3}{5}$; 15. 0.44; 16. ①④.

三、解答题:(共70分)

17. 解:(Ⅰ)由已知,可得 $f'(x)=x^2+ax-2$. ……1分

∵函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $2x+y-1=0$ 平行,

∴ $f'(1)=a-1=-2$. ……3分

∴ $a=-1$.

经验证,$a=-1$ 符合题意. ……4分

(Ⅱ)由(Ⅰ)得 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{6}$.

∴ $f'(x)=x^2-x-2=(x+1)(x-2)$. ……5分

当 x 变化时,$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增↗	极大值 2	单调递减↘	极小值 $-\frac{5}{2}$	单调递增↗

……10分

∴当 $x=-1$ 时,$f(x)$ 取得极大值2;当 $x=2$ 时,$f(x)$ 取得极小值 $-\frac{5}{2}$. ……12分

18. 解:(Ⅰ)∵第三组的频率为 $1-(0.020+0.025+0.030+0.035+0.050)\times5=0.200$,

……2分

∴ $a=\frac{0.200}{5}=0.040$. ……3分

又第一组的频率为 $0.025\times5=0.125$,第二组的频率为 $0.035\times5=0.175$,

第三组的频率为0.200.

∵前三组的频率之和为 $0.125+0.175+0.200=0.500$, ……4分

∴这300名业主评分的中位数为85. ……5分

(Ⅱ)由频率分布直方图,知评分在[90,95)的人数与评分在[95,100]的人数的比值为3∶2.

∴采用分层抽样法抽取5人,评分在[90,95)的有3人,评分在[95,100]有2人.

……7分

不妨设评分在[90,95)的3人分别为 A_1,A_2,A_3;评分在[95,100]的2人分别为 B_1,B_2.

则从 5 人中任选 2 人的所有可能情况有：

$\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_1,B_1\}$，$\{A_1,B_2\}$，$\{A_2,A_3\}$，$\{A_2,B_1\}$，$\{A_2,B_2\}$，$\{A_3,B_1\}$，$\{A_3,B_2\}$，$\{B_1,B_2\}$．共 10 种．　　　……10 分

其中选取的 2 人中至少有 1 人的评分在$[95,100]$的情况有：

$\{A_1,B_1\}$，$\{A_1,B_2\}$，$\{A_2,B_1\}$，$\{A_2,B_2\}$，$\{A_3,B_1\}$，$\{A_3,B_2\}$，$\{B_1,B_2\}$．

共 7 种．　　　……11 分

故这 2 人中至少有 1 人的评分在$[95,100]$的概率为

$P=\frac{7}{10}$．　　　……12 分

19．解：（Ⅰ）如图，取 PB 中点 H，连接 EH，HC．

在$\triangle PAB$ 中，$\because E$ 为 AP 的中点，H 为 PB 的中点，

$\therefore EH$ 为$\triangle PAB$ 的中位线．

$\therefore EH /\!/ AB$，$EH=\frac{1}{2}AB$．　　　……1 分

又 $DC /\!/ AB$，$DC=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore EH /\!/ DC$ 且 $EH=DC$．

$\therefore$四边形 $CDEH$ 为平行四边形．　$\therefore DE /\!/ CH$．　　　……3 分

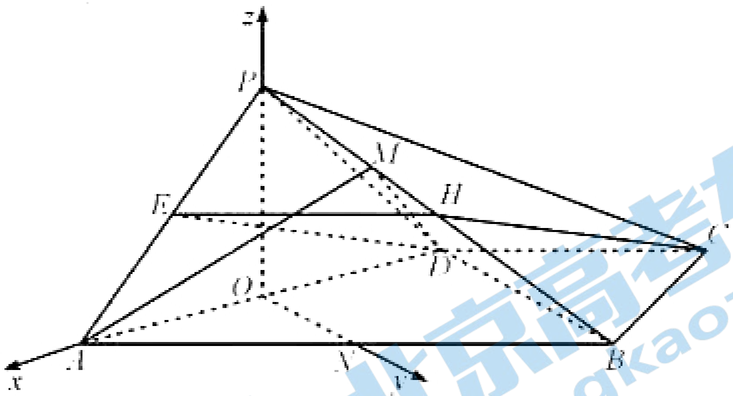
又 $DE\not\subset$平面 PBC，$CH\subset$平面 PBC，　　　……4 分

$\therefore DE /\!/$平面 PBC．　　　……5 分

（Ⅱ）如图，连接 BD．$\because DC /\!/ AB$，$BC\perp AB$，$\therefore BC\perp DC$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中，$\because DC=BC=2$，

$\therefore BD=\sqrt{DC^2+BC^2}=2\sqrt{2}$．



在直角梯形 $ABCD$ 中，易得 $AD=2\sqrt{2}$．

在$\triangle ABD$ 中，$\because AD=2\sqrt{2}$，$AB=4$，

$\therefore AD^2+BD^2=AB^2$．$\therefore BD\perp AD$．

取 AD 中点 O，连接 PO．

$\because PA=PD$，$\therefore PO\perp AD$．

$\because$平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，

平面 $PAD\cap$平面 $ABCD=AD$，$PO\subset$平面 PAD，

$\therefore PO\perp$平面 $ABCD$．

取 AB 中点 N．$\therefore ON /\!/ BD$，$ON\perp AD$．则 PO，AD，ON 两两垂直．

以 O 为坐标原点，向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{ON}$，$\overrightarrow{OP}$的方向分别为 x 轴，y 轴，z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系 $Oxyz$．　　　……7 分

则 $A(\sqrt{2},0,0)$，$D(-\sqrt{2},0,0)$，$B(-\sqrt{2},2\sqrt{2},0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$，$M(-\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3})$；

$\overrightarrow{AM}=(-\frac{4\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3})$，$\overrightarrow{DM}=(\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3})$．

设平面 ADM 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$．

由$\begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{DM}\cdot\boldsymbol{m}=0\end{cases}$得$\begin{cases}-2x+y+z=0,\\ x+y+z=0.\end{cases}$　化简得$\begin{cases}x=0.\\ y=-z.\end{cases}$

令 $z=1$，得 $\boldsymbol{m}=(0,-1,1)$．　　　……9 分

又平面 ABD 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$．　　　……10 分

$\because \cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\times 1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, ……11 分

$\therefore$二面角 $M-AD-B$ 的余弦值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. ……12 分

20. 解:(Ⅰ)$\because P$ 在椭圆 C 上,$|PF_1|=2$,$\therefore |PF_2|=2a-2$.

在$\triangle PF_1F_2$ 中,由余弦定理得 $4c^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|\cos\angle F_1PF_2$,

即 $4c^2=4+(2a-2)^2-4(2a-2)\cos\dfrac{\pi}{3}$.

化简,得 $c^2=a^2-3a+3$. …① ……2 分

又椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$,$\therefore a=2c$. …② ……3 分

由①②,解得 $c=1,a=2$. ……4 分

$\therefore b^2=a^2-c^2=3$.

$\therefore$椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……5 分

(Ⅱ)设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 消去 y,得$(4k^2+3)x^2+8kmx+4m^2-12=0$. ……6 分

由 $\Delta=16(12k^2-3m^2+9)>0$,$\therefore 4k^2+3>m^2$.

则 $x_1+x_2=\dfrac{-8km}{4k^2+3}$,$x_1x_2=\dfrac{4m^2-12}{4k^2+3}$. ……7 分

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{4\sqrt{12k^2-3m^2+9}}{4k^2+3}$. ……8 分

$\because$坐标原点 O 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$, ……9 分

$\therefore S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}\cdot\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{4\sqrt{12k^2-3m^2+9}}{4k^2+3}$

$=2\sqrt{3}\cdot\dfrac{|m|\sqrt{4k^2+3-m^2}}{4k^2+3}=2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{(4k^2+3-m^2)\cdot m^2}}{4k^2+3}$

$\leqslant 2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\dfrac{(4k^2+3-m^2)+m^2}{2}}{4k^2+3}=\sqrt{3}$. ……10 分

当且仅当 $4k^2+3-m^2=m^2$,即 $4k^2+3=2m^2$ 时,等号成立. ……11 分

满足 $4k^2+3=2m^2>m^2$.

$\therefore\triangle OAB$ 面积的最大值为$\sqrt{3}$. ……12 分

21. 解:(Ⅰ)函数 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\dfrac{2ax-1}{x}$. ……1 分

①当 $a\leqslant 0$ 时,则当 $x\in(0,+\infty)$时,$f'(x)\leqslant 0$ 恒成立.

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减,无单调递增区间; ……2 分

②当 $a>0$ 时,则由 $f'(x)=0$ 得 $x=\dfrac{1}{2a}$.

$\therefore$当 $x\in(0,\dfrac{1}{2a})$时,$f'(x)<0$;当 $x\in(\dfrac{1}{2a},+\infty)$时,$f'(x)>0$.

$\therefore f(x)$在$(0,\dfrac{1}{2a})$上单调递减,在$(\dfrac{1}{2a},+\infty)$上单调递增. ……3 分

综上所述,当 $a\leqslant 0$ 时,$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减,无单调递增区间;

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2a})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{2a},+\infty)$ 上单调递增. ……4 分

(Ⅱ) $f(x)=2ax-\ln x, x>0$.

$\because x_1, x_2 (0<x_1<x_2)$ 满足 $f(x_1)=f(x_2)$，

$\therefore 2ax_1-\ln x_1=2ax_2-\ln x_2$，即 $\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}=2a$. ……5 分

欲证 $f(2ax_1)+f(2ax_2)>4a^2(x_1+x_2)$，即证 $\ln(2ax_1)+\ln(2ax_2)<0$，

即证 $x_1x_2<\frac{1}{4a^2}$，又 $a>0, 0<x_1<x_2$，即证 $\sqrt{x_1x_2}<\frac{1}{2a}$.

亦证 $\sqrt{x_1x_2}<\frac{x_1-x_2}{\ln x_1-\ln x_2}$，即 $\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1x_2}}>0$，

即证 $2\ln\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}+\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}-\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}>0$. ……7 分

$\because 0<x_1<x_2$，设 $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}=t\ (0<t<1)$，即证 $2\ln t+\frac{1}{t}-t>0$. ……8 分

设 $h(t)=2\ln t+\frac{1}{t}-t\ (0<t<1)$.

$\because h'(t)=\frac{2}{t}-\frac{1}{t^2}-1=\frac{-(t-1)^2}{t^2}<0$ 在 $t\in(0,1)$ 上恒成立， ……9 分

$\therefore h(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，$\therefore h(t)>h(1)=0$. ……10 分

$\therefore 2\ln t+\frac{1}{t}-t>0$. ……11 分

即 $f(2ax_1)+f(2ax_2)>4a^2(x_1+x_2)$ 成立. ……12 分

22. 解：(Ⅰ)由曲线 C 的参数方程，消去参数 α，得曲线 C 的普通方程为

$x^2+y^2=1$. ……2 分

$\because \rho\cos\theta=x, \rho\sin\theta=y$，$\therefore$ 直线 l 的直角坐标方程为

$\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}=0$. ……4 分

(Ⅱ)设曲线 C 上任一点 (x,y) 经坐标变换后对应的点为 (x',y').

据题意，得 $\begin{cases}x'=\sqrt{3}x,\\ y'=y.\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{3}x',\\ y=y'.\end{cases}$

$\because x^2+y^2=1$，$\therefore \frac{x'^2}{3}+y'^2=1$.

即曲线 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ……6 分

$\because$ 直线 l 过定点 $P(-1,0)$，

$\therefore$ 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). ……7 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C_1 的普通方程，整理可得

$5t^2-2t-4=0$. …(*)

$\Delta=(-2)^2-4\times5\times(-4)=84>0$.

设 t_1, t_2 为方程(*)的两个实数根. 则 $t_1+t_2=\frac{2}{5}, t_1t_2=-\frac{4}{5}<0$. ……8 分

$\therefore |PM|+|PN|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\frac{2\sqrt{21}}{5}$. ……10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。