

北京交大附中 2025 届高三一年级开学检测数学试题

命题人：张虎

审题人：高一备课组

2023.2

说明：本试卷共 4 页，共 100 分。考试时长 90 分钟。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | x - 2 \geq 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ B. $\{x | -1 < x \leq 2\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. \mathbf{R}

2. 命题 p : 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $2^x + 1 > 0$ 的否定是 ()

- A. $\neg p$: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $2^x + 1 \leq 0$ B. $\neg p$: 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} + 1 \leq 0$
 C. $\neg p$: 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} + 1 \leq 0$ D. $\neg p$: 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} + 1 > 0$

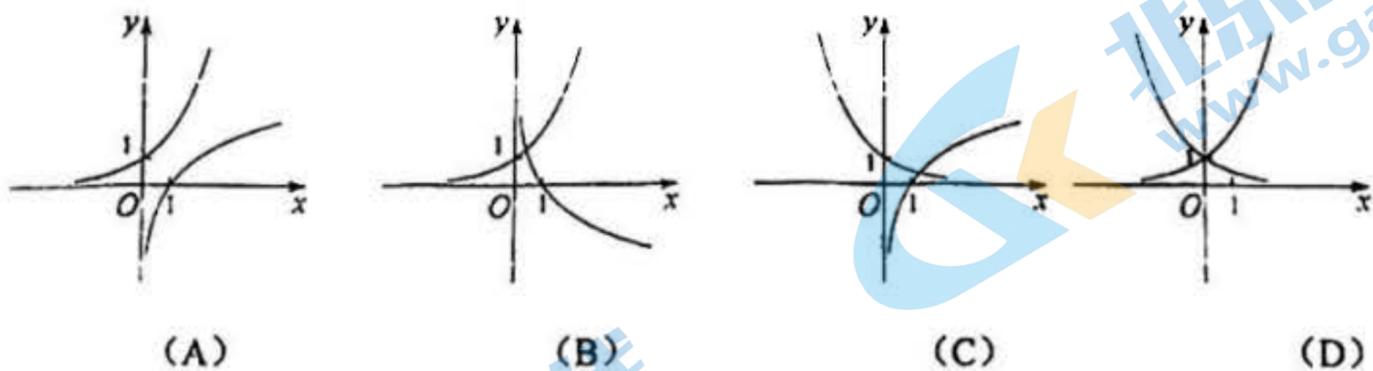
3. 函数 $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{x-3} + \ln(5-x)$ 的定义域 ()

- A. $(2,3) \cup (3,5)$ B. $[2,3) \cup (3,5)$ C. $[2,3) \cup [3,5)$ D. $[2,3) \cup [3,5]$

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3, & x \leq 0, \\ e^x - 2, & x > 0 \end{cases}$ 的零点的个数为 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

5. 在同一个坐标系中，函数 $y = \log_a x$ 与 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象可能是 ()



6. 如果 $a = 2^{1/2}$, $b = (\frac{1}{2})^{0.3}$, $c = 2 \log_2 \sqrt{3}$, 那么 ()

- A. $c > b > a$ B. $c > a > b$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$

7. 设 $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{2}$ 的定义域是 $[1,4]$, 则函数 $f(x)$ 的值域中含有整数的个数为

- () A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

8. 脉搏血氧仪是根据朗伯比尔定律(Lambert—Beer Law)采用光电技术进行血氧饱和浓度的测量, 而朗伯比尔定律(Lambert-Beerlaw)是分光光度法的基本定律, 是描述物质对某一波长光吸收的强弱与吸光物质的浓度及其液层厚度间的关系, 其数学表达式为 $A = \lg \frac{1}{T} = Kbc$, 其中 A 为吸光度, T 为透光度, K 为摩尔吸光系数, c 为吸光物质的浓度, 单位为 mol/L , b 为吸收层厚度, 单位为 cm . 保持 K, b 不变, 当吸光物质的浓度增加为原来的两倍时, 透光度由原来的 T 变为 ()

- A. $2T$ B. T^2 C. $\frac{1}{2}T$ D. $10T$

9. 已知函数 $f(x) = 3\log_2 x - 2(x-1)$, 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 ()

- (A) $(1, 4)$ (B) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ (C) $(0, 1) \cup (4, +\infty)$ (D) $(0, 4)$

10. 已知函数 $f(x) = ae^x + be^{-x}$ ($ab \neq 0$), 则“ $a + b = 0$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。把答案填在题中横线上。

11. 若复数 $z = 1 - 2i$, 则 $|\bar{z}| =$ _____.

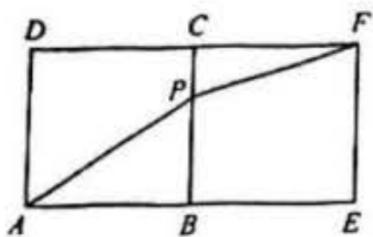
12. 已知 $f(x) = \ln x$, 则 $f(e^2) =$ _____.

13. 已知方程组 $\begin{cases} x - 2y + z \leq 0 \\ 2x + 4y - z = 0 \end{cases}$ 则 $x : y : z =$ _____.

14. 函数 $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ($x \in \mathbb{R}$), 给出下列四个结论

- ① $f(x)$ 的值域是 $(-1, 1)$;
② 任意 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$;
③ 任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$;
④ 规定 $f_1(x) = f(x)$, $f_{n+1}(x) = f(f_n(x))$, 其中 $n \in \mathbb{N}^*$, 则 $f_{10}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12}$.

则所有正确结论序号是 _____.



15 某同学为研究函数

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+(1-x)^2}, 0 \leq x \leq 1$$

的性质，构造了如图所示的两个边长为 1 的正方形 $ABCD$ 和

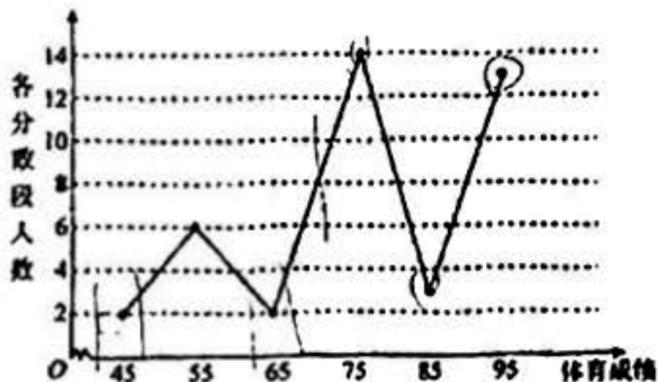
$BEFC$ ，点 P 是边 BC 上的一个动点，设 $CP = x$ ，则

$AP + PF = f(x)$ 。请你参考这些信息，推知函数 $f(x)$ 的图象的对称轴是_____；函数

$g(x) = 4f(x) - 9$ 的零点的个数是_____。

三、解答题：本大题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. 某校高一年级学生全部参加了体育科目的达标测试，现从中随机抽取 40 名学生的测试成绩，整理数据并按分数段 $[40, 50)$ ， $[50, 60)$ ， $[60, 70)$ ， $[70, 80)$ ， $[80, 90)$ ， $[90, 100]$ 进行分组，假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，则得到体育成绩的折线图(如下)。



(I) 体育成绩大于或等于 70 分的学生常被称为“体育良好”。已知该校高一年级有 1000 名学生，试估计高一全年级中“体育良好”的学生人数；(II) 为分析学生平时的体育活动情况，现从体育成绩在 $[40, 50)$ 和 $[60, 70)$ 的样本学生中随机抽取 2 人，求在抽取的 2 名学生中，恰有 1 人体育成绩在 $[60, 70)$ 的概率；(III) 假设甲、乙、丙三人的体育成绩分别为 a, b, c ，且分别在 $[70, 80)$ ， $[80, 90)$ ， $[90, 100]$ 三组中，其中 $a, b, c \in \mathbb{N}$ ，当数据 a, b, c 的方差 s^2 最小时，写出 a, b, c 的值。(结论不要求证明)

17. 已知函数
$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

- (1) 直接写出函数 $f(x)$ 的零点和不等式 $f(x) > 0$ 的解集；
- (2) 直接写出函数 $f(x)$ 的定义域和值域；
- (3) 求证：函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, -1)$ 中心对称；
- (4) 用单调性定义证明：函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上是减函数；

(5) 设 $g(x) = f(x-1) + 1$, 直接写出它的反函数 $g^{-1}(x)$.

18. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. 无理数 $e = 2.71828\dots$

(1) 求证: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 为奇函数;

(2) 计算 $[g(x)]^2 - [f(x)]^2$ 的值;

(3) 求证: \mathbb{R} 不是 $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的单调区间;

(4) 求函数 $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的最小值;

(5) 指数函数 $y = e^x$ 是否可以表示成一个奇函数与一个偶函数的和的形式, 若可以, 直接写出你的结论, 若不可以, 请说明理由;

(6) 已知 $F(x) = \ln(1 + e^x) - x (x \in \mathbb{R})$ 求证: $F(x)$ 恒大于零.

19. 已知 x 为实数, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如 $[1.2] = 1$, $[-1.2] = -2$, $[1] = 1$. 若对于函数 $f(x)$, 存在实数 $m \in \mathbb{R}$ 且 $m \in \mathbb{Z}$, 使得 $f(m) = f([m])$, 则称函数 $f(x)$ 是 Ω 函数.

(1) 直接写出下列式子的值

$[-3.5]$; $[2^{\frac{1}{2}}]$; $[(-2)^{-2}]$; $[\log_2 7]$

(2) 分别判断函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $g(x) = x^2 - \frac{1}{3}x$ 是否是 Ω 函数; (只需写出结论)

(3) 已知 $f(x) = x + \frac{a}{x}$, 请写出一个 a 的值, 使得 $f(x)$ 是 Ω 函数, 并给出证明;

(4) 定义: 对于函数 $y = f(x)$, 如果存在一个不为零的常数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, $f(x+T) = f(x)$ 都成立, 那么就把 $y = f(x)$ 叫做周期函数, 不为零的常数 T 叫做这个函数的周期. 如果在所有的周期中存在一个最小的正数, 就把它叫做 $y = f(x)$ 的最小正周期.

设函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的周期函数, 其最小正周期为 T , 若 $f(x)$ 不是 Ω 函数, 求 T 的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯