通州区 2023—2024 学年第一学期高二年级期中质量检测

数学试卷

2023 年 11 月

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请将答题卡交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1)直线 $x-y+2=0$ 的倾斜角为

(A)$\frac{\pi}{4}$　　(B)$\frac{\pi}{3}$　　(C)$\frac{2\pi}{3}$　　(D)$\frac{3\pi}{4}$

(2)已知 $A(2,-3,-1)$，$B(-6,5,3)$，则 $|\overrightarrow{AB}|=$

(A)$2\sqrt{6}$　　(B)$4\sqrt{6}$　　(C)$2\sqrt{33}$　　(D)12

(3)已知 $\boldsymbol{a}=(2,-3,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,3,0)$，$\boldsymbol{c}=(0,0,1)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ 等于

(A)-4　　(B)-6　　(C)-7　　(D)-8

(4)已知圆 $C_1: x^2+y^2+2x+8y-8=0$，圆 $C_2: (x-2)^2+(y-2)^2=10$，则圆 C_1 与圆 C_2 的位置关系是

(A)外离　　(B)外切　　(C)相交　　(D)内含

(5)设直线 $l_1: ax+2y-4=0$，$l_2: x+(a+1)y+2=0$. 则“$a=1$”是“$l_1 // l_2$”的

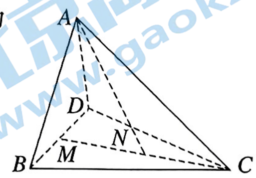
(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

(6)已知 $ABCD$ 为矩形，$AB=4$，$AD=1$. 点 P 在线段 CD 上，且满足 $AP\perp BP$，则满足条件的点 P 有

(A)0 个　　(B)1 个　　(C)2 个　　(D)4 个

(7)如图，四面体 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，$M$ 为 BD 的中点，N 为 CM 的中点，则 $\overrightarrow{AN}=$



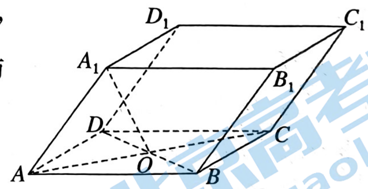
(A)$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{c}$　　(B)$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

(C)$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　(D)$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{c}$

(8)在棱长为 1 的正四面体（四个面都是正三角形）$ABCD$ 中，M，N 分别为 BC，AD 的中点，则 AM 和 CN 夹角的余弦值为

(A)$\frac{2}{3}$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(C)$\frac{1}{3}$　　(D)$-\frac{2}{3}$

(9)如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=AD=4$,$AA_1=2\sqrt{2}$,$\angle BAD=60°$,$\angle DAA_1=\angle BAA_1=45°$,$AC$ 与 BD 相交于点 O.则 OA_1 的长为



(A)$\sqrt{3}$　　(B)2　　(C)$2\sqrt{2}$　　(D)$2\sqrt{3}$

(10)过直线 $y=x-1$ 上一点 P 作圆 $(x-5)^2+y^2=2$ 的两条切线 l_1,l_2,切点分别为 A,B,当直线 l_1,l_2 关于 $y=x-1$ 对称时,线段 PA 的长为

(A)4　　(B)$2\sqrt{2}$　　(C)$\sqrt{6}$　　(D)2

第二部分(非选择题　共 110 分)

二、填空题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

(11)已知直线经过点 $A(0,4)$ 和点 $B(1,2)$,则直线 AB 的斜率为________.

(12)在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AB=AA_1=2$,则直线 AA_1 到平面 BB_1C_1C 的距离为________.

(13)在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,已知 $\overrightarrow{AB}=(2,0,0)$,$\overrightarrow{AC}=(0,2,0)$,$\overrightarrow{AD}=(0,0,2)$.则 $\overrightarrow{CD}$ 与 $\overrightarrow{CB}$ 的夹角的余弦值为________;$\overrightarrow{CD}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 的投影向量 $\boldsymbol{a}=$________.

(14)若直线 $y=x+b$ 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 恰有一个公共点,则实数 b 的一个可能取值是________.

(15)在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$,其中 $\lambda\in[0,1]$,$\mu\in[0,1]$.给出下列四个结论:

①所有满足条件的点 P 组成的区域面积为 1;

②当 $\mu=1$ 时,三棱锥 $P-A_1BC$ 的体积为定值;

③当 $\lambda=1$ 时,点 P 到 A_1B 距离的最小值为 1;

④当 $\mu=\frac{1}{2}$ 时,有且仅有一个点 P,使得 $A_1B\perp$ 平面 AB_1P.

则所有正确结论的序号为________.

三、解答题共 6 小题,共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 12 分)

已知直线 $l_1:2x+y-8=0$,直线 $l_2:x-y+2=0$,设直线 l_1 与 l_2 的交点为 A,点 P 的坐标为 $(2,0)$.

(Ⅰ)求点 A 的坐标;

(Ⅱ)求经过点 P 且与直线 l_1 平行的直线方程;

(Ⅲ)求以 AP 为直径的圆的方程.

(17)(本小题 13 分)

已知直线 $x-y+1=0$,圆 $C:x^2+y^2-4x-2y+m=0$.

(Ⅰ)若直线与圆相交,求实数 m 的取值范围;

(Ⅱ)在(Ⅰ)的条件下,设直线与圆交于 A,B 两点.

(ⅰ)求线段 AB 的垂直平分线的方程;

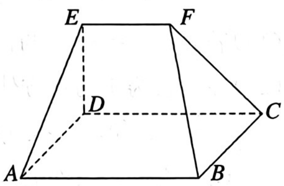
(ⅱ)若 $|AB|=\sqrt{2}$,求 m 的值.

(18)(本小题 15 分)

如图,在五面体 $ABCDEF$ 中,平面 $ABCD$ 为正方形,平面 $ABFE\cap$ 平面 $CDEF=EF$,$AD\perp ED$.

(Ⅰ)求证:$CD\parallel$ 平面 $ABFE$;

(Ⅱ)若 $EF=ED=1$,$CD=2EF$,再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知,求平面 ADE 与平面 BCF 夹角的大小.



条件①:$CD\perp EA$;

条件②:$CF=\sqrt{2}$.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

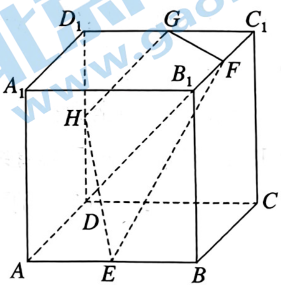
(19)(本小题 15 分)

如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F,G,H 分别是棱 AB,B_1C_1,C_1D_1,D_1D 的中点.

(Ⅰ)求证:E,F,G,H 四点共面;

(Ⅱ)求 B_1D 与平面 $EFGH$ 所成角的正弦值;

(Ⅲ)求点 B_1 到平面 $EFGH$ 的距离.



(20)(本小题 15 分)

已知四边形 $ABCD$ 为正方形，O 为 AC，BD 的交点(图 1)，现将三角形 BCD 沿 BD 折起到 PBD 位置，使得 $PA=AB$，得到三棱锥 $P-ABD$(图 2).

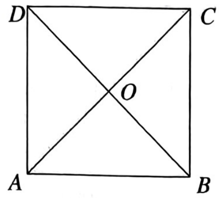


图 1

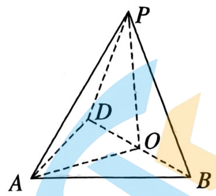


图 2

(Ⅰ)求证：平面 $PBD\perp$ 平面 ABD；

(Ⅱ)棱 PB 上是否存在点 G，使平面 ADG 与平面 ABD 夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{11}}{11}$，若存在，求 $\frac{PG}{GB}$；若不存在，说明理由.

(21)(本小题 15 分)

长度为 6 的线段 PQ，设线段中点为 G，线段 PQ 的两个端点 P 和 Q 分别在 x 轴和 y 轴上滑动.

(Ⅰ)求点 G 的轨迹方程；

(Ⅱ)设点 G 的轨迹与 x 轴交点分别为 A，B(A 点在左)，与 y 轴交点分别为 C，D(C 点在上)，设 H 为第一象限内点 G 的轨迹上的动点，直线 HB 与直线 AD 交于点 M，直线 CH 与直线 $y=-3$ 交于点 N. 试判断直线 MN 与 BD 的位置关系，并证明你的结论.

通州区 2023—2024 学年第一学期高二年级期中质量检测

数学参考答案及评分标准

2023 年 11 月

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答案	A	D	B	C	C	C	D	A	B	C

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

(11) -2　(12) $\sqrt{3}$　(13) $\frac{1}{2}$　$(1,-1,0)$　(14) -1（答案不唯一，取$[-1,1)\cup\{\sqrt{2}\}$中的一个值即可）　(15) ①②③

说明：(13)题前一空 3 分，后一空 2 分；(15)题全选对 5 分，漏选 3 分，其他情况 0 分。

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

(16)（本小题 12 分）

解：(Ⅰ)解方程组$\begin{cases}2x+y-8=0,\\x-y+2=0,\end{cases}$ …………………… 2 分

得$\begin{cases}x=2,\\y=4.\end{cases}$ …………………… 4 分

所以设直线 l_1 与 l_2 的交点 A 的坐标为$(2,4)$. …………………… 5 分

(Ⅱ)直线 l_1 的斜率为-2，

因为所求直线与 l_1 平行， …………………… 6 分

所求直线的斜率为-2. …………………… 8 分

所以经过点 P 且与直线 l_1 平行的直线方程为 $2x+y-4=0$. …………………… 10 分

(Ⅲ)以 AP 为直径的圆的圆心坐标为$(2,2)$，半径为 2. …………………… 12 分

所以以 AP 为直径的圆的方程为$(x-2)^2+(y-2)^2=4$.

(17)（本小题 13 分）

解：(Ⅰ)联立直线和圆的方程，得$\begin{cases}x-y+1=0,\\x^2+y^2-4x-2y+m=0.\end{cases}$ …………………… 1 分

…………………… 2 分

消去 y，得 $2x^2-4x+m-1=0$.

判别式 $\Delta=24-8m$

因为直线与圆相交，

…………………… 3 分

所以有 $\Delta=24-8m>0$. …………………… 4 分

即 $m<3$.

(Ⅱ)(i)由圆的几何性质可知，线段 AB 的垂直平分线经过圆心且与直线垂直， …… 5 分

因为直线的斜率为 1，

所以线段 AB 的垂直平分线的斜率为-1. …………………… 6 分

又圆 C 的圆心坐标为$(2,1)$， …………………… 7 分

所以线段 AB 的垂直平分线的方程为 $x+y-3=0$. …………………… 8 分

(ⅱ)设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由(Ⅰ)可知 $x_1+x_2=2$，$x_1x_2=\frac{m-1}{2}$. …………………… 9 分

所以

$$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$
$$=\sqrt{2}\sqrt{(x_1-x_2)^2}$$
$$=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$$
$$=2\sqrt{3-m}$$ ……………………………………………………………………………… 11 分

因为 $|AB|=\sqrt{2}$ ……………………………………………………………………………… 12 分

所以 $2\sqrt{3-m}=\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………………… 13 分

解得 $m=\frac{5}{2}$.

(18)(本小题 15 分)

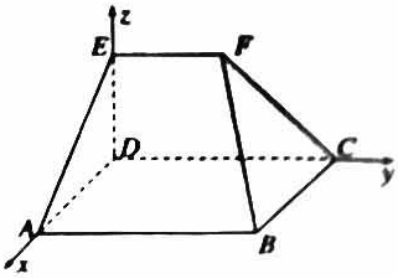
(Ⅰ)证明:因为 $ABCD$ 为正方形,

所以 $CD//AB$.

因为 $AB\subset$ 平面 $ABFE$,$CD\not\subset$ 平面 $ABFE$,

所以 $CD//$ 平面 $ABFE$. ……………………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)解:选择条件① $CD\perp EA$



因为 $ABCD$ 为正方形,

所以 $CD\perp AD$.

又 $CD\perp EA$,$EA\subset$ 平面 ADE,$AD\subset$ 平面 ADE,

所以 $CD\perp$ 平面 ADE. ……………………………………… 7 分

所以 $CD\perp ED$. ……………………………………… 8 分

又由已知 $AD\perp ED$,

所以 AD,CD,DE 两两垂直.

以 D 为原点,DA,DC,DE 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴,建立如图所示的空间直角坐标系.

……………………………………………………………………………… 9 分

则 $A(2,0,0),B(2,2,0),C(0,2,0),D(0,0,0),E(0,0,1),F(0,1,1)$.

所以 $\overrightarrow{BC}=(-2,0,0),\overrightarrow{CF}=(0,-1,1),\overrightarrow{CD}=(0,-2,0)$. ……………………… 10 分

因为 $CD\perp$ 平面 ADE,

所以 $\overrightarrow{CD}$ 为平面 ADE 的一个法向量. ……………………………………… 11 分

设平面 BCF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,平面 ADE 与平面 BCF 夹角为 θ,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CF}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=0,\\ y=z,\end{cases}$ ……………………………………… 12 分

令 $y=1$,得 $z=1$,此时 $\boldsymbol{n}=(0,1,1)$. ……………………………………… 13 分

则 $\cos\theta=\left|\frac{\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CD}||\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\frac{-2}{2\times\sqrt{2}}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ……………………………………… 14 分

所以 $\theta=\frac{\pi}{4}$. ……………………………………………………………………………… 15 分

选择条件② $CF=\sqrt{2}$

由(Ⅰ)可知 $CD//$ 平面 $ABFE$,

所以 $CD//EF$.

设 CD 中点为 M，连接 FM.
则四边形 $MDEF$ 为平行四边形.
所以 $MF /\!/ DE$，且 $MF=DE$.
在 $\triangle FMC$ 中，$MF=1$，$MC=1$，$CF=\sqrt{2}$，
由勾股定理得 $CM\perp MF$.
所以 $CD\perp ED$.
又由已知 $AD\perp ED$，
所以 AD，CD，DE 两两垂直.
以 D 为原点，DA，DC，DE 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.
则 $A(2,0,0)$，$B(2,2,0)$，$C(0,2,0)$，$D(0,0,0)$，$E(0,0,1)$，$F(0,1,1)$.
所以 $\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$，$\overrightarrow{CF}=(0,-1,1)$，$\overrightarrow{CD}=(0,-2,0)$.
因为 $CD\perp$ 平面 ADE，
所以 $\overrightarrow{CD}$ 为平面 ADE 的一个法向量.
设平面 BCF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，平面 ADE 与平面 BCF 夹角为 θ，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CF}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=0,\\ y=z,\end{cases}$

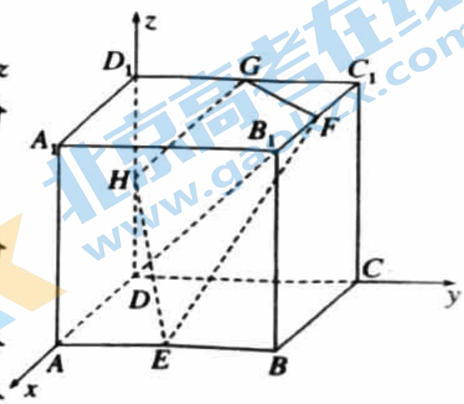
令 $y=1$，得 $z=1$，此时 $\boldsymbol{n}=(0,1,1)$.

则 $\cos\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CD}|\,|\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\dfrac{-2}{2\times\sqrt{2}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$.

9)（本小题 15 分）

解：依题意，DA，DC，DD_1 两两垂直.



以 D 为原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. …………………… 1 分

设 $AD=2$.

则 $D(0,0,0)$，$B_1(2,2,2)$，$E(2,1,0)$，$F(1,2,2)$，$G(0,1,2)$，$H(0,0,1)$， …………………… 2 分

（Ⅰ）证明：$\overrightarrow{GH}=(0,-1,-1)$，$\overrightarrow{GF}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{GE}=(2,0,-2)$. …………………… 3 分

所以 $\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{GF}=(1,0,-1)$. …………………… 4 分

所以 $\overrightarrow{GE}=2(\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{GF})=2\overrightarrow{GH}+2\overrightarrow{GF}$. …………………… 5 分

又因为 $\overrightarrow{GH}$ 与 $\overrightarrow{GF}$ 不共线，

所以 $\overrightarrow{GE}$，$\overrightarrow{GH}$，$\overrightarrow{GF}$ 共面.

所以 E，F，G，H 四点共面. …………………… 6 分

（Ⅱ）解：设平面 $EFGH$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，B_1D 与平面 $EFGH$ 所成角为 θ.

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{GH}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{GF}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=-y,\\ y=-z,\end{cases}$ …………………… 8 分

令 $x=1$，则得 $y=-1$，$z=1$，此时 $\boldsymbol{n}=(1,-1,1)$. …………………… 9 分

因为$\overrightarrow{DB_1}=(2,2,2)$，

所以 $\sin\theta=|\cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{DB_1}\rangle|=\left|\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DB_1}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{DB_1}|}\right|=\dfrac{2}{\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$. ………………………… 11 分

所以 B_1D 与平面 $EFGH$ 所成角的正弦值为$\dfrac{1}{3}$. ……………………………………………… 12 分

（Ⅲ）解：$\overrightarrow{FB_1}=(1,0,0)$，

因为$\left|\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{FB_1}}{|\boldsymbol{n}|}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………………………………… 14 分

所以点 B_1 到平面 $EFGH$ 的距离$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………………………… 15 分

(20)（本小题 15 分）

（Ⅰ）证明：设正方形的边长为 2.

因为 $AO\perp BD$，$PO\perp BD$， ……………………………………………………………………… 1 分

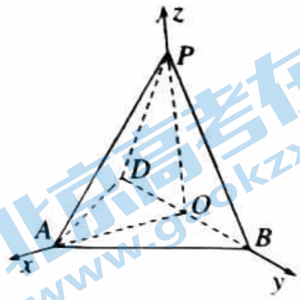
由二面角的定义可知，$\angle AOP$ 为二面角 $P-BD-A$ 的平面角. ………………………… 2 分

在$\triangle POA$ 中，$PO=AO=\sqrt{2}$，$PA=2$，

由勾股定理得$\angle AOP=90°$. ……………………………………………………………………… 3 分

所以平面 $PBD\perp$平面 ABD. ……………………………………………………………………… 4 分

（Ⅱ）假设存在点 G 满足条件. 由（Ⅰ）可知 OA,OB,OP 两两垂直. 以 O 为原点，OA,OB，OP 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. ………………… 5 分



则 $A(\sqrt{2},0,0)$，$B(0,\sqrt{2},0)$，$D(0,-\sqrt{2},0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$. ……… 6 分

设$\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PB}$

求得 G 点坐标为$(0,\sqrt{2}\lambda,\sqrt{2}-\sqrt{2}\lambda)$. ……………………………… 7 分

则$\overrightarrow{AD}=(-\sqrt{2},-\sqrt{2},0)$，

$\overrightarrow{AG}=(-\sqrt{2},\sqrt{2}\lambda,\sqrt{2}-\sqrt{2}\lambda)$，$\overrightarrow{OP}=(0,0,\sqrt{2})$. ………………………… 8 分

设平面 ADG 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，平面 ADG 与平面 ADB 夹角为 θ.

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AG}=0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}x=-y,\\ z=\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}x,\end{cases}$ ………………………………………………………… 9 分

令 $x=1$，得 $y=-1$，$z=\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}$，此时 $\boldsymbol{n}=(1,-1,\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda})$. ……………………………… 10 分

又 $OP\perp$平面 ABD，所以$\overrightarrow{OP}$为平面 ABD 的法向量. ……………………………… 11 分

由题意 $\tan\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，得 $\cos\theta=\dfrac{3\sqrt{11}}{11}$. ………………………………………………… 12 分

因为 $\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{OP}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{OP}|}=\dfrac{\frac{1+\lambda}{1-\lambda}}{\sqrt{2+(\frac{1+\lambda}{1-\lambda})^2}}$，$\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{OP}\rangle|$，

所以$\left|\dfrac{\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}}{\sqrt{2+(\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda})^2}}\right|=\dfrac{3\sqrt{11}}{11}$.

解得$\lambda=\dfrac{1}{2}$(设$\dfrac{1+\lambda}{1-\lambda}=t$,则$\left|\dfrac{t}{\sqrt{2+t^2}}\right|=\dfrac{3\sqrt{11}}{11}$,解得$t=3$). ………………………… 14 分

因为$0<\dfrac{1}{2}<1$,

所以存在点G满足条件,此时$\dfrac{PG}{GB}=1$. ………………………… 15 分

(21)(本小题 15 分)

解:(Ⅰ)设点G的坐标为(x,y),则点P,Q的坐标分别为$(2x,0),(0,2y)$. ………… 2 分

由题意$|PQ|=6$,

$\sqrt{(2x-0)^2+(0-2y)^2}=6$. ………………………… 4 分

化简得$x^2+y^2=9$.

所以点G的轨迹方程为$x^2+y^2=9$. ………………………… 5 分

(Ⅱ)直线MN与BD平行 ………………………… 6 分

由题意A,B为点G的轨迹与x轴交点,C,D为点G的轨迹与y轴交点,

则$A(-3,0),B(3,0),C(0,3),D(0,-3)$. ………………………… 7 分

设直线HB的方程为$y=k(x-3)$,其中$k<-1$. ………………………… 8 分

由$\begin{cases}y=k(x-3),\\x^2+y^2=9\end{cases}$ 得$H(\dfrac{3k^2-3}{k^2+1},\dfrac{-6k}{k^2+1})$. ………………………… 10 分

直线BC的方程为$y=-x-3$.

由$\begin{cases}y=-x-3,\\y=k(x-3)\end{cases}$ 得$M(\dfrac{3k-3}{k+1},\dfrac{-6k}{k+1})$. 11 分

直线HC的方程为$y=-\dfrac{k+1}{k-1}x+3$.

令$y=-3$,得$N(\dfrac{6k-6}{k+1},-3)$. ………………………… 12 分

设直线MN的斜率为k_1,则

$$k_1=\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}$$

$$=\frac{\dfrac{-6k}{k+1}+3}{\dfrac{3k-3}{k+1}-\dfrac{6k-6}{k+1}}$$

$$=\frac{-3k+3}{-3k+3}=1.$$ ………………………… 14 分

又直线BD的斜率$k_{BD}=\dfrac{0-(-3)}{3-0}=1$,且直线$MN$与直线$BD$不重合,

所以$MN\parallel BD$. ………………………… 15 分

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！