

全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(一)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2^k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{2, 4\}$
- B. $\{1, 2, 4\}$
- C. $\{0, 1, 2\}$
- D. $\{0, 1, 2, 4\}$

2. 设复数 $z = 2 + ai$, 若 $z = \bar{z}$, 则实数 $a =$

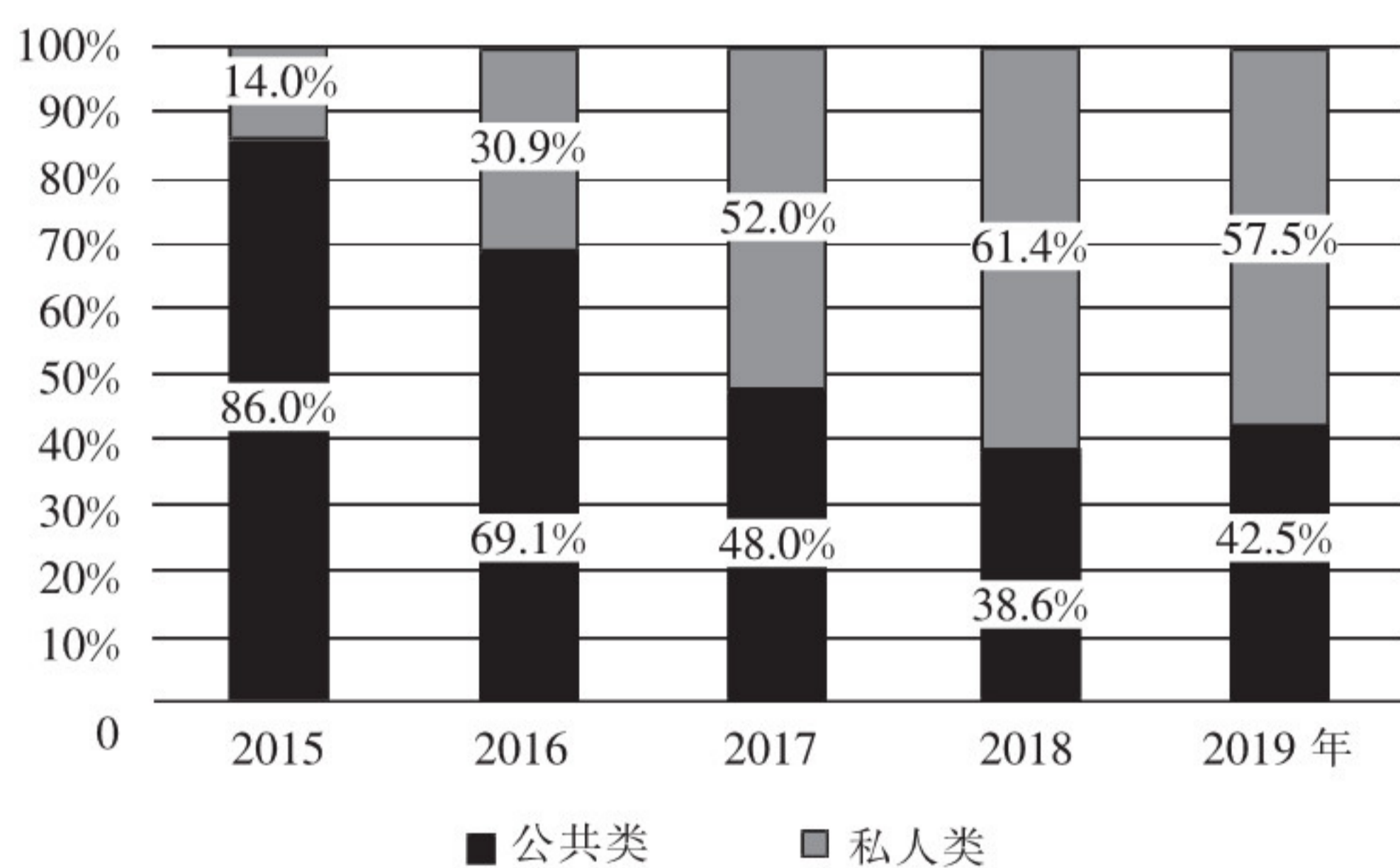
- A. 0
- B. 2
- C. -1
- D. -2

3. 若 $1, a, 4, b, c$ 成等比数列, 则 $b =$

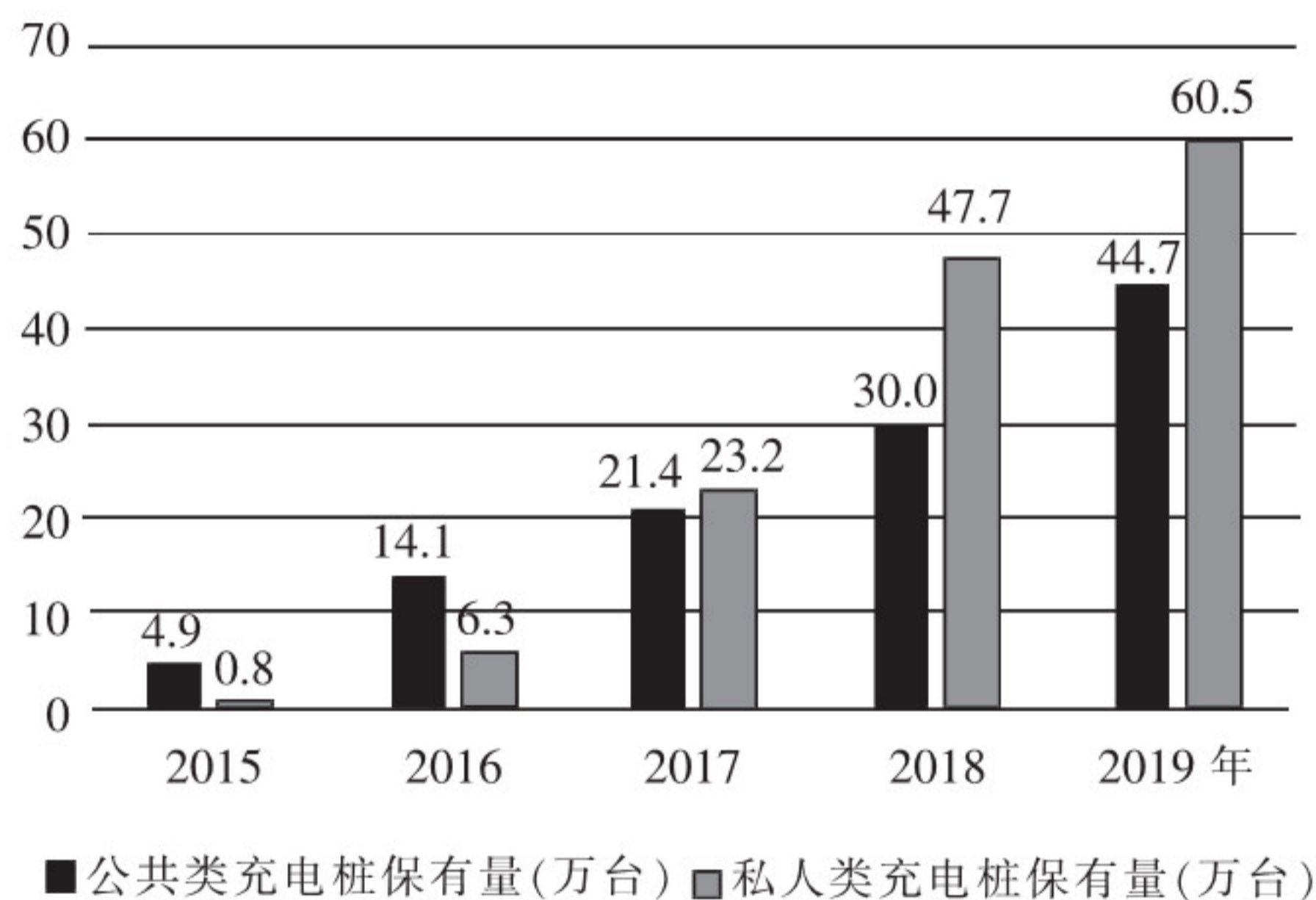
- A. $4\sqrt{2}$
- B. 8
- C. ± 8
- D. $\pm 4\sqrt{2}$

4. 下图统计了截止到 2019 年年底中国电动汽车充电桩细分产品占比及保有量情况, 关于这 5 次统计, 下列说法正确的是

中国电动汽车充电桩细分产品占比情况

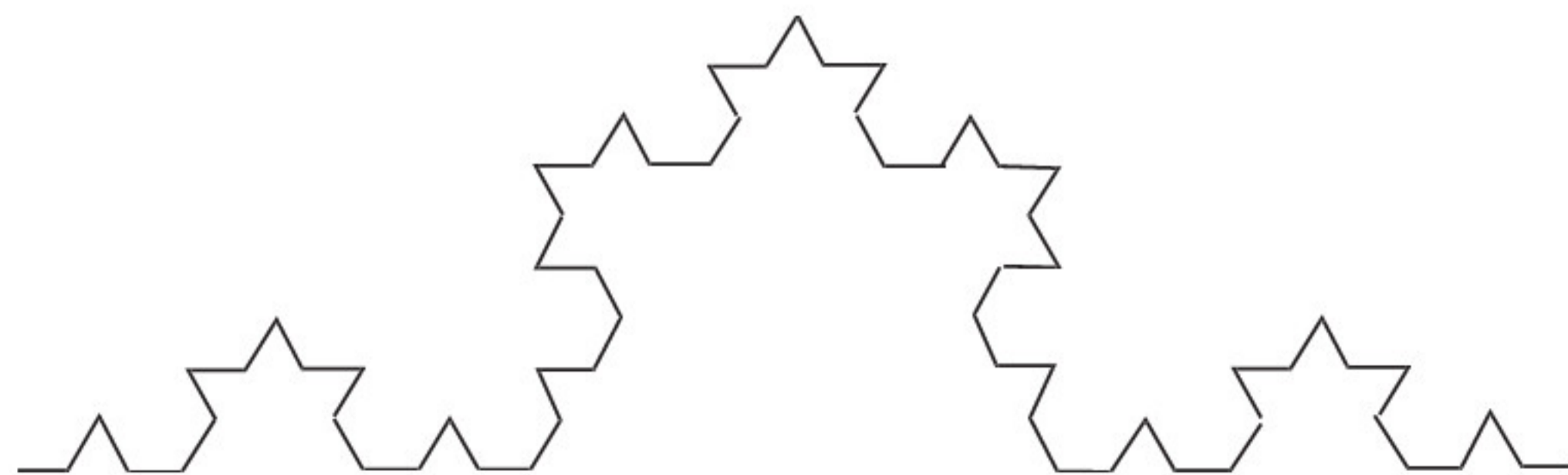


中国电动汽车充电桩细分产品保有量情况(单位:万台)



- A. 私人类电动汽车充电桩保有量增长率最高的年份是 2018 年
- B. 公共类电动汽车充电桩保有量的中位数是 25.7 万台
- C. 公共类电动汽车充电桩保有量的平均数为 23.12 万台
- D. 从 2017 年开始, 我国私人类电动汽车充电桩占比均超过 50%

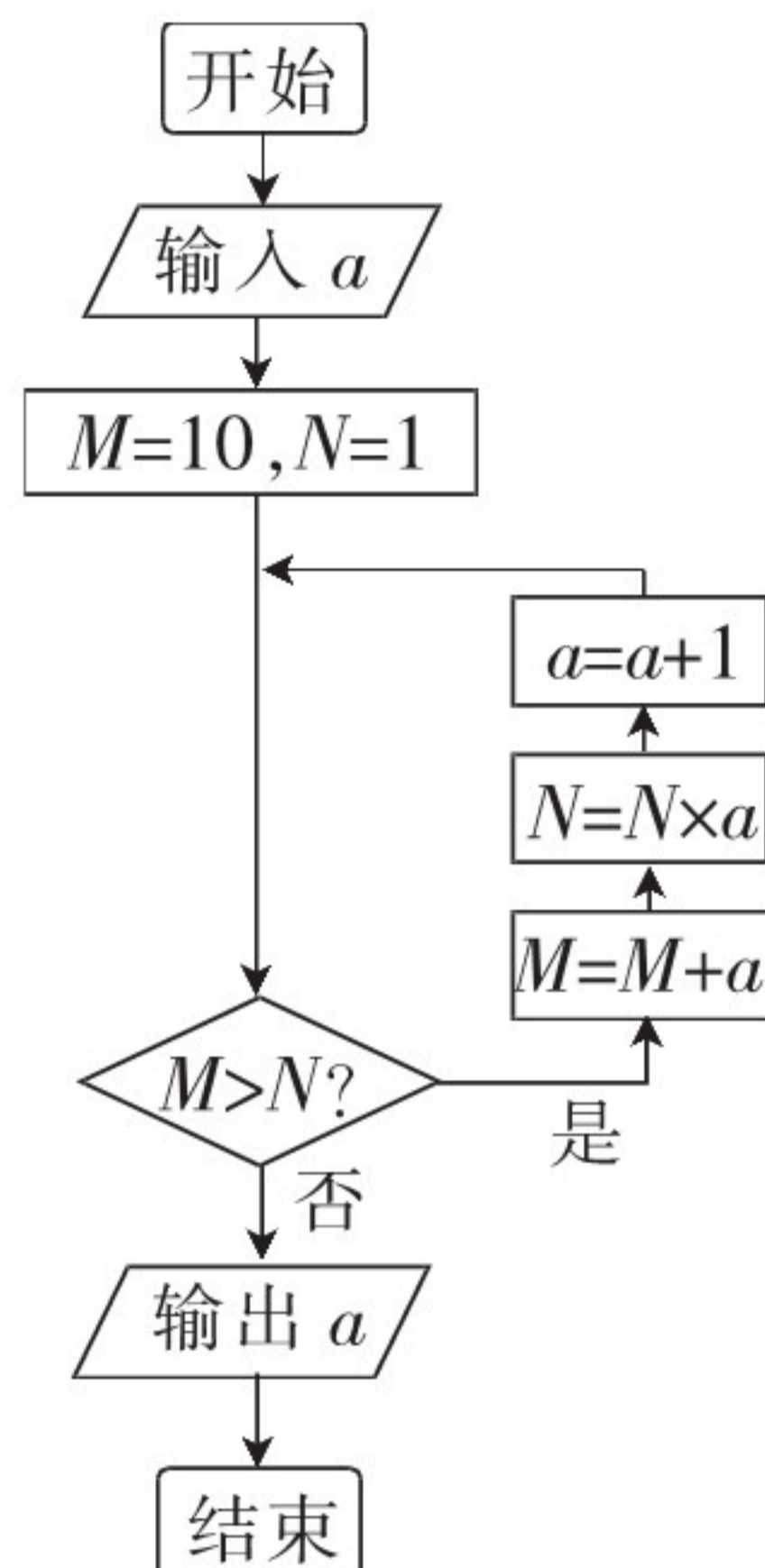
5. 科赫曲线是一种外形像雪花的几何曲线, 一段科赫曲线可以通过下列操作步骤构造得到, 任画一条线段, 然后把它分成三等分, 以中间一段为边向外作正三角形, 并把中间一段去掉, 这样, 原来的一条线段就变成了 4 条小线段构成的折线, 称为“一次构造”; 用同样的方法把每一条小线段重复上述步骤, 得到 16 条更小的线段构成的折线, 称为“二次构造”, \dots , 如此进行“ n 次构造”, 就可以得到一条科赫曲线. 若要在构造过程中使得到的折线的长度达到初始线段的 1000 倍, 则至少需要通过构造的次数是(取 $\lg 3 \approx 0.4771, \lg 2 \approx 0.3010$)



- A. 16
- B. 17
- C. 24
- D. 25

6. 执行如图所示的程序框图,若输入的 a 的值为 4,则输出的 a 的值为

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8



7. $\cos^2(-\frac{\pi}{10}-\theta) + \cos^2(\frac{2\pi}{5}-\theta) =$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\sqrt{2}$
- C. 1
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 已知圆锥 SC 的底面半径、高、体积分别为 $2r, h_1, V$, 圆柱 OM 的底面半径、

高、体积分别为 r, h_2, V , 则 $\frac{h_1}{h_2} =$

- A. $\frac{3}{4}$
- B. $\frac{4}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2

9. 若 $(2x+1)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}, x \in \mathbf{R}$, 则 $a_0 + \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3^3} + \dots + \frac{a_{10}}{3^{10}} =$

- A. 7^{10}
- B. $(\frac{5}{3})^{10}$
- C. $(\frac{7}{3})^{10}$
- D. 1

10. 关于函数 $f(x) = x \sin x, x \in [-\pi, \pi]$, 有下列三个结论:

① $f(x)$ 为偶函数; ② $f(x)$ 有 3 个零点; ③ $f(\frac{\pi}{4}) < f(\frac{\pi}{3})$. 其中所有正确结论的编号是

- A. ①②
- B. ①③
- C. ②③
- D. ①②③

11. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , C 的准线与对称轴交于点 H , 直线 $y = \sqrt{3}x - \frac{p}{2}$

与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AH| = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 则 $|AF| =$

- A. 3
- B. $\frac{8}{3}$
- C. 2
- D. 4

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x + \frac{1 + \ln x}{x} - 1, & x > 0 \\ 2^x - \frac{1}{2}, & x \leq 0 \end{cases}$, 则满足方程 $2f(f(m)) + 1 = 2^{f(m)+1}$ 的实数 m 的取值范围是

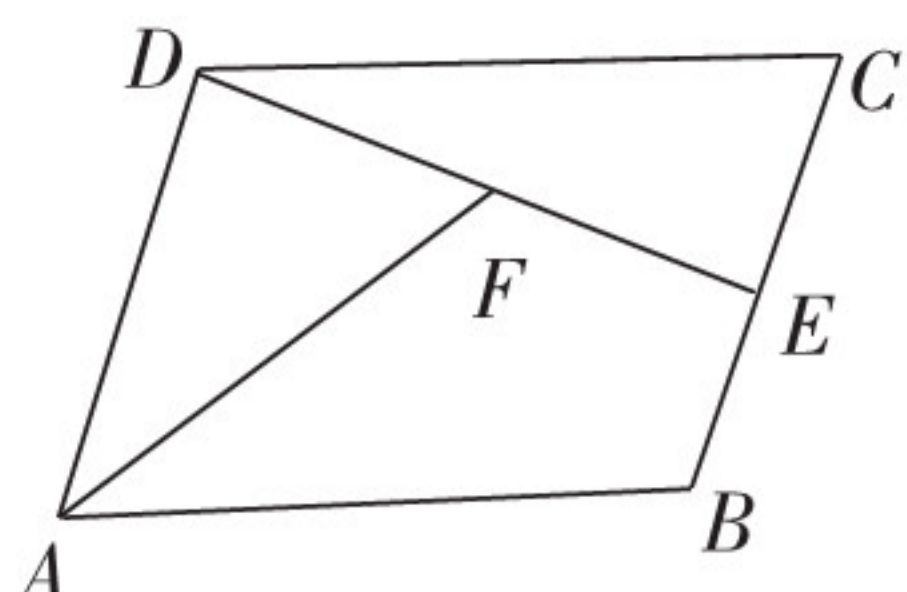
- A. $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$
- B. $(-\infty, 1]$
- C. $(-\infty, -\frac{1}{e}]$
- D. $(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{e}, 1]$

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 曲线 $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$ 在 $x = 1$ 处的切线斜率为_____.

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, F 为 DE 的中点, 若 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD}$, 则 $n =$ _____.



15. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}^2 = a_n^2 + 2$, $a_1 = \sqrt{2}$, 则数列 $\{\frac{1}{a_n + a_{n+1}}\}$ 的前 8 项和 $S_8 =$ _____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 点 P 在双曲线 C 上, 若 $\angle PBA = \angle PAB + \frac{\pi}{2}$, 则双曲线 C 的焦距为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sqrt{3} \sin A \sin(\frac{\pi}{2} - A) = \cos^2 A + \frac{1}{2}$.

(1) 求角 A 的大小;

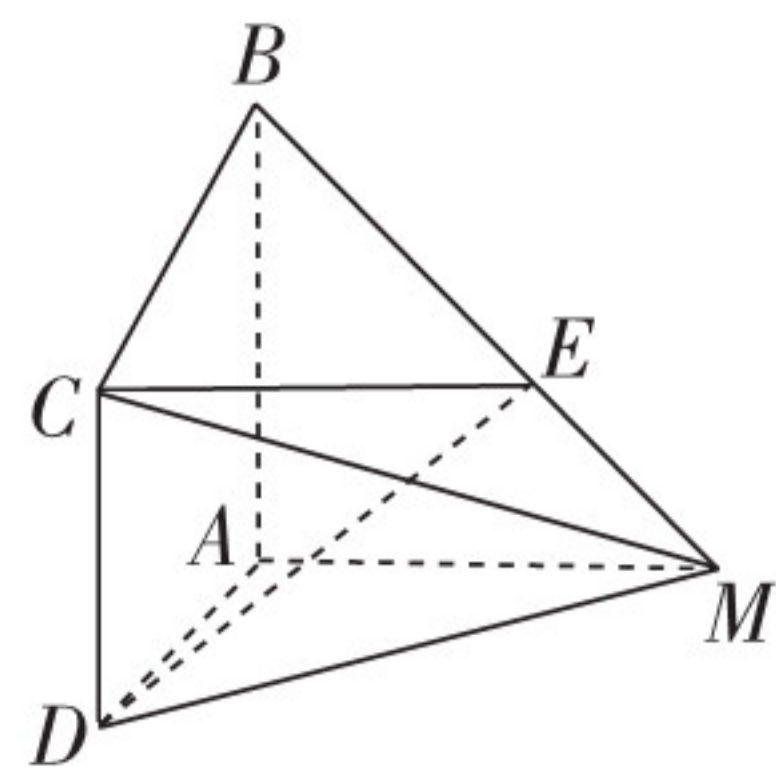
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a$, 周长为 $3a$, 求 a 的值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $M-ABCD$ 中, $AB \perp AD$, $AB=AM=AD=2$, $MB=MD=2\sqrt{2}$.

(1) 证明: $AM \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 E 是 BM 的中点, $CD \parallel AB$, $2CD=AB$, 求平面 ECD 与平面 ABM 所成锐二面角的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

小芳、小明两人各拿两颗质地均匀的骰子做游戏, 规则如下: 若掷出的点数之和为 4 的倍数, 则由原投掷人继续投掷; 若掷出的点数之和不是 4 的倍数, 则由对方接着投掷. 规定第一次从小明开始.

(1) 求前 4 次投掷中小明恰好投掷 2 次的概率;

(2) 设游戏的前 4 次中, 小芳投掷的次数为 X , 求随机变量 X 的分布列与期望.

20. (本小题满分 12 分)

已知直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于不同的两点 A, B .

(1) 若线段 AB 的中点为 $(1, \frac{1}{2})$, 求直线 l 的方程;

(2) 若 l 的斜率为 k , 且 l 过椭圆 C 的左焦点 F , AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 N , 求证:

$\frac{|FN|}{|AB|}$ 为定值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{2a}{x} - 2a \ln x$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 只有一个零点, 求实数 a 的取值范围.



(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系中,曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta} (\theta \text{ 为参数}), \\ y = 2 \tan \theta \end{cases}$$
 以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} = 0$.

(1)求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2)射线 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 与曲线 C 交于点 A (异于原点)、与直线 l 交于点 B ,求 $|AB|$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |x+a| + |x+2|$ ($a < 0$), $g(x) = 8 - |x+3|$.

(1)当 $a = -5$ 时,求不等式 $f(x) \leq 11$ 的解集;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集包含 $[-2, -1]$,求实数 a 的取值范围.

