2022 北京朝阳高三一模

数　　学

2022．3

（考试时间 120 分钟　满分 150 分）

本试卷分为选择题 40 分和非选择题 110 分

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

（1）已知集合 $A=\{x\,|\,2\leqslant x<4\}$，集合 $B=\{x\,|\,x^2-3x+2<0\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\varnothing$　　（B）$\{x\,|\,1<x<2\}$　　（C）$\{x\,|\,2\leqslant x<4\}$　　（D）$\{x\,|\,1<x<4\}$

（2）直线 $y=x+1$ 被圆 $x^2+y^2=1$ 截得的弦长为

（A）1　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）2　　（D）$2\sqrt{2}$

（3）已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=1$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{2\pi}{3}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

（A）$\sqrt{3}$　　（B）$\sqrt{5}$　　（C）$\sqrt{7}$　　（D）3

（4）设 $m\in(0,1)$，若 $a=\lg m$，$b=\lg m^2$，$c=(\lg m)^2$，则

（A）$a>b>c$　　（B）$b>c>a$　　（C）$c>a>b$　　（D）$c>b>a$

（5）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-3, x\geqslant 0,\\ -2x, x<0.\end{cases}$ 若 $f(m)=-1$，则实数 m 的值为

（A）-2　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2

（6）已知 $a\in(0,+\infty)$，则“$a>1$”是“$a+\dfrac{1}{a}>2$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（7）已知三棱锥 $A-BCD$，现有质点 Q 从 A 点出发沿棱移动，规定质点 Q 从一个顶点沿棱移动到另一个顶点为 1 次移动，则该质点经过 3 次移动后返回到 A 点的不同路径的种数为

（A）3　　（B）6　　（C）9　　（D）12

（8）已知数列 $\{a_n\}$，若存在一个正整数 T 使得对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $a_{n+T}=a_n$，则称 T 为数列 $\{a_n\}$ 的周期．若四个数列分别满足：

①$a_1=2,\ a_{n+1}=1-a_n\ \left(n\in\mathbf{N}^*\right)$；　　②$b_1=1,\ b_{n+1}=-\dfrac{1}{1+b_n}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$；

③$c_1=1,\ c_2=2,\ c_{n+2}=c_{n+1}-c_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$；　　④$d_1=1,\ d_{n+1}=(-1)^n d_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$．

则上述数列中，8 为其周期的个数是

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（9）如图 1，北京 2022 年冬奥会比赛场地之一首钢滑雪大跳台与电力厂的冷却塔交相辉映，实现了它与老工业遗址的有效融合．如图 2，冷却塔的外形是双曲线的一部分绕其虚轴旋转所成的曲面.它的最小半径为 16 m，上口半径为 17 m，下口半径为 28.5 m，高为 70 m．在冷却塔的轴截面所在平面建立如图 3 所示的平面直角坐标系，设 $|OA|=16$，$|DC|=17$，$|EB|=28.5$，$|DE|=70$，则双曲线的方程近似为

（参考数据：$\dfrac{28.5^2}{16^2}\approx 3.17$，$\dfrac{28.5^2}{17^2}\approx 2.81$，$\dfrac{17^2}{16^2}\approx 1.13$）

（A）$\dfrac{x^2}{16^2}-\dfrac{y^2}{38^2}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{16^2}-\dfrac{y^2}{48^2}=1$

（C）$\dfrac{x^2}{17^2}-\dfrac{y^2}{38^2}=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{17^2}-\dfrac{y^2}{48^2}=1$


图 1

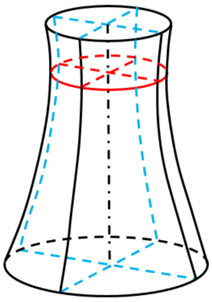


图 2

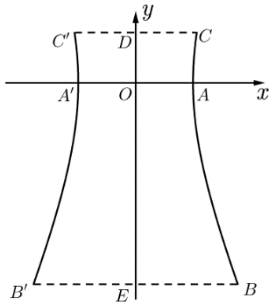
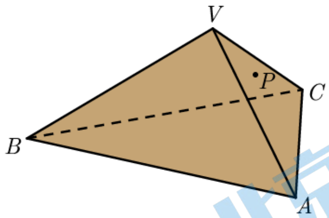


图 3

（10）在通用技术教室里有一个三棱锥木块如图所示，VA，VB，VC 两两垂直，$VA=VB=VC=1$（单位：dm），小明同学计划过侧面 VAC 内任意一点 P 将木块锯开，使截面平行于直线 VB 和 AC，则该截面面积（单位：dm^2）的最大值是



（A）$\dfrac{1}{4}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

（C）$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　（D）$\dfrac{3}{4}$

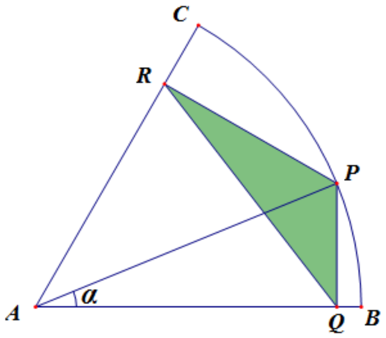
填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．把答案填在答题卡上．

（11）计算复数 $\mathrm{i}\cdot(1+\mathrm{i})=$________.

（12）已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 3，公比为 q 的等比数列，S_n 是其前 n 项的和，若 $a_3a_4+a_5=0$，则 $q=$________；$S_3=$________.

（13）已知直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 和 $x=\frac{5\pi}{6}$ 是曲线 $y=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的相邻的两条对称轴，则满足条件的一个 φ 的值是________.

（14）某地进行老旧小区改造，有半径为 60 米，圆心角为 $\frac{\pi}{3}$ 的一块扇形空置地（如图），现欲从中规划出一块三角形绿地 PQR，其中 P 在 BC 上，$PQ\perp AB$，垂足为 Q，$PR\perp AC$，垂足为 R，设 $\angle PAB=\alpha\in(0,\frac{\pi}{3})$，则 $PQ=$_____（用 α 表示）；当点 P 在 BC 上运动时，这块三角形绿地的最大面积是______.



（15）在平面直角坐标系 xOy 中，设抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 $l:y=\sqrt{3}(x-1)$ 与抛物线 C 交于点 A，且点 A 在 x 轴上方，过点 A 作抛物线 C 的切线与抛物线 C 的准线交于点 P，与 x 轴交于点 H．给出下列四个结论：

①$\triangle OFA$ 的面积是 $\sqrt{3}$；

②点 H 的坐标是 $(-\sqrt{3},0)$；

③在 x 轴上存在点 Q 使 $\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{PQ}=0$；

④以 HF 为直径的圆与 y 轴的负半轴交于点 N，则 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FN}$．

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

（16）（本小题 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$a\sin C + c\cos A = 0$ ．

（I）求 $\angle A$；

（II）再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，求 $\triangle ABC$ 的面积．

条件①：$b=\sqrt{2}c$；

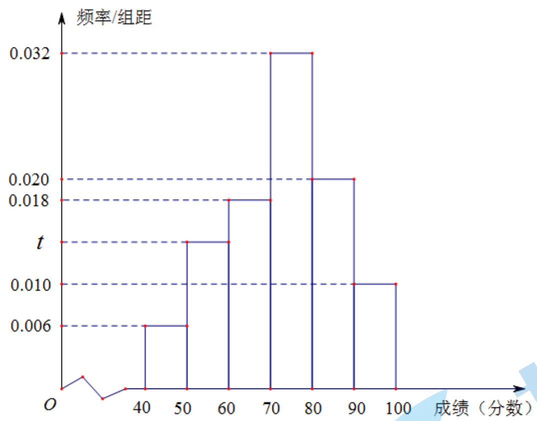
条件②：$\sin B=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$；

条件③：$a=\sqrt{10}$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（II）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

（17）（本小题 13 分）

某学校在寒假期间安排了“垃圾分类知识普及实践活动”．为了解学生的学习成果，该校从全校学生中随机抽取了 50 名学生作为样本进行测试，记录他们的成绩，测试卷满分 100 分，将数据分成 6 组：[40,50)，[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100]，并整理得到如下频率分布直方图：



（I）若全校学生参加同样的测试，试估计全校学生的平均成绩（每组成绩用中间值代替）；

（II）在样本中，从其成绩在 80 分及以上的学生中随机抽取 3 人，用 X 表示其成绩在[90,100]中的人数，求 X 的分布列及数学期望；

（III）在（II）抽取的 3 人中，用 Y 表示其成绩在[80,90)的人数，试判断方差 $D(X)$ 与 $D(Y)$ 的大小．（直接写结果）

（18）（本小题 14 分）

如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$AC \perp BD$，$AC \cap BD = O$，$OD = OB = 1$，$OC = 2$，E，F 分别是 AB, AD 上的点，$EF // BD$，$AC \cap EF = H$，$AH = 2$，$HO = 1$．将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折起到 $\triangle A_1EF$ 的位置，得到五棱锥 $A_1 - BCDFE$，如图 2．

（I）求证：$EF \perp$ 平面 A_1HC；

（II）若平面 $A_1EF \perp$ 平面 $BCDFE$，

（i）求二面角 $D - A_1C - H$ 的余弦值；

（ii）对线段 A_1F 上任意一点 N，求证：直线 BN 与平面 A_1DC 相交．

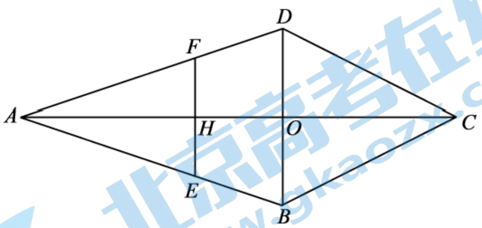


图 1

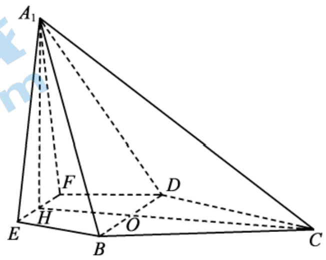


图 2

（19）（本小题 15 分）

已知 $f(x) = x - ae^x$，$a \in \mathbf{R}$．

（I）若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴重合，求 a 的值；

（II）若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上存在极值，求 a 的取值范围；

（III）设 $g(x) = f(2 - x)$，在（II）的条件下，试判断函数 $g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的单调性，并说明理由．

（20）（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点为 $F(1,0)$，且过点 $(1,\frac{3}{2})$.

（I）求椭圆 C 的方程和离心率；

（II）过点 $P(4,0)$ 且与 x 轴不重合的直线 l 与椭圆 C 交于 A，B 两点，与直线 $x=1$ 交于点 Q，点 M 满足 $MP\perp x$ 轴，$MB// x$ 轴，试求直线 MA 的斜率与直线 MQ 的斜率的比值.

（21）（本小题 15 分）

对非空数集 X,Y，定义 X 与 Y 的和集 $X+Y=\{x+y\,|\,x\in X,y\in Y\}$. 对任意有限集 A，记 $|A|$ 为集合 A 中元素的个数.

（I）若集合 $X=\{0,5,10\},Y=\{-2,-1,0,1,2\}$，写出集合 $X+X$ 与 $X+Y$；

（II）若集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 满足 $x_1<x_2<\cdots<x_n$，$n\geqslant 3$，且 $|X+X|<2|X|$，求证：数列 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是等差数列；

（III）设集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 满足 $x_1<x_2<\cdots<x_n$，$n\geqslant 3$，且 $x_i\in\mathbf{Z}(i=1,2,\cdots,n)$，集合 $B=\{k\in\mathbf{Z}\,|\,-m\leqslant k\leqslant m\}$（$m\geqslant 2,m\in\mathbf{N}$），求证：存在集合 A 满足 $|A|\leqslant 1+\frac{x_n-x_1}{|B|}$ 且 $X\subseteq A+B$.

参考答案

一、选择题：（本题满分 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	A	C	C	A	B	B	A	B

二、填空题：（本题满分 25 分）

题号	11	12		13	14		15
答案	$-1+\mathrm{i}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\varphi=-\frac{\pi}{6}$（答案不唯一）	$60\sin\alpha$ m	$225\sqrt{3}\ \mathrm{m}^2$	①③④

三、解答题：（本题满分 85 分）

（16）（本小题 13 分）

解：（I）因为 $a\sin C+c\cos A=0$，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

得 $\sin A\sin C+\sin C\cos A=0$，即 $\sin C(\sin A+\cos A)=0$．

因为 $\angle C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq 0$．

所以 $\sin A+\cos A=0$．

所以 $\angle A\neq\frac{\pi}{2}$.所以 $\cos A\neq 0$．

所以 $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=-1$．

所以 $\angle A=\frac{3\pi}{4}$． ………………………………………………………………6 分

（II）选条件②③：

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，及 $a=\sqrt{10}$，$\sin B=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

得 $\frac{\sqrt{10}}{\sin\frac{3\pi}{4}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{10}}{10}}$，所以 $b=\sqrt{2}$．

因为 $\angle A=\frac{3\pi}{4}$，所以 $\angle B\in(0,\frac{\pi}{4})$，

所以 $\cos B=\sqrt{1-\sin^2 B}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$．

所以 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}+(-\frac{\sqrt{2}}{2})\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{5}$．

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=1$． ……………………………… 13 分

选条件①③：

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，及 $b=\sqrt{2}c$，

得 $10=2c^2+c^2+2\sqrt{2}c^2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

解得 $c=\sqrt{2}$．

所以 $b=\sqrt{2}c=2$．

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1$． ……………………………… 13 分

（17）（本小题 13 分）

解：（I）由题意得，$(0.006+t+0.018+0.032+0.020+0.010)\times10=1$，

解得 $t=0.014$．

因为 $0.06\times45+0.14\times55+0.18\times65+0.32\times75+0.20\times85+0.10\times95=72.6$，

所以估计全校学生的平均成绩为 72.6． ……………………………………… 4 分

（II）X 的所有可能取值为 0，1，2，3．

$P(X=0)=\dfrac{C_{10}^3}{C_{15}^3}=\dfrac{24}{91}$，

$P(X=1)=\dfrac{C_{10}^2C_5^1}{C_{15}^3}=\dfrac{45}{91}$，

$P(X=2)=\dfrac{C_{10}^1C_5^2}{C_{15}^3}=\dfrac{20}{91}$，

$P(X=3)=\dfrac{C_5^3}{C_{15}^3}=\dfrac{2}{91}$．

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{24}{91}$	$\dfrac{45}{91}$	$\dfrac{20}{91}$	$\dfrac{2}{91}$

所以 X 的数学期望为 $E(X)=0\times\dfrac{24}{91}+1\times\dfrac{45}{91}+2\times\dfrac{20}{91}+3\times\dfrac{2}{91}=1$． ………… 10 分

（III）$D(X)=D(Y)$． ……………………………………………………………… 13 分

（18）（本小题 14 分）

解：（I）因为 $AC\perp DB$，$EF/\!/DB$，

所以 $AC\perp EF$．

所以 $A_1H\perp EF$，$HC\perp EF$．

又因为 $A_1H\subset$ 平面 A_1HC，$HC\subset$ 平面 A_1HC，$A_1H\cap HC=H$，

所以 $EF\perp$ 平面 A_1HC． ……………………………………………… 4 分

（II）（i）因为平面 $A_1EF\perp$ 平面 $BCDFE$，平面 $A_1EF\cap$ 平面 $BCDFE=EF$，

$A_1H \subset$ 平面 A_1EF， $A_1H \perp EF$，

所以 $A_1H \perp$ 平面 $BCDFE$．

因为 $HC \subset$ 平面 $BCDFE$，

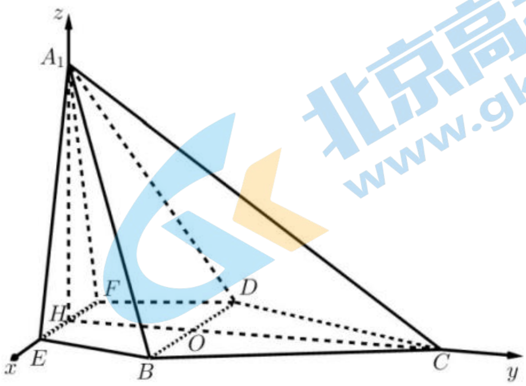
所以 $A_1H \perp HC$．

又因为 $HC \perp EF$，

如图建立空间直角坐标系 $H-xyz$，

则 $H(0,0,0)$， $A_1(0,0,2)$， $C(0,3,0)$，

$B(1,1,0)$， $D(-1,1,0)$， $F(-\frac{2}{3},0,0)$．



所以 $\overrightarrow{A_1C}=(0,3,-2)$， $\overrightarrow{DC}=(1,2,0)$．

设平面 A_1DC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}3y-2z=0,\\ x+2y=0.\end{cases}$

令 $z=3$，则 $y=2$， $x=-4$．

所以 $\boldsymbol{n}=(-4,2,3)$．

由（I）可知， $EF \perp$ 平面 A_1HC，

所以平面 A_1HC 的一个法向量是 $\boldsymbol{m}=(1,0,0)$．

所以 $\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{-4}{\sqrt{16+4+9}}=-\frac{4\sqrt{29}}{29}$．

由题可知，二面角 $D-A_1C-H$ 为锐角，

其余弦值为 $\frac{4\sqrt{29}}{29}$． ……………………………………………………… 10 分

（ii）设 $N(x,y,z)$ 是线段 A_1F 上一点，设 $\overrightarrow{A_1N}=\lambda\overrightarrow{A_1F}$ （$\lambda\in[0,1]$）．

则 $(x,y,z-2)=\lambda(-\frac{2}{3},0,-2)$．

解得 $x=-\frac{2}{3}\lambda$， $y=0$， $z=2-2\lambda$．

所以 $\overrightarrow{NB}=(\frac{2}{3}\lambda+1,1,2\lambda-2)$．

因为 $\overrightarrow{NB}\cdot\boldsymbol{n}=-4(\frac{2}{3}\lambda+1)+2+3(2\lambda-2)=\frac{10}{3}\lambda-8<0$，

所以 $\overrightarrow{NB}\cdot\boldsymbol{n}\neq 0$．

所以直线 BN 与平面 A_1DC 相交． ………………………………………… 14 分

（19）（本小题 15 分）

解：（I） $f'(x)=1-ae^x$，

因为曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 x 轴重合，

所以 $f'(1)=1-ae=0$.

所以 $a=\frac{1}{e}$, 经检验符合题意.…………………………………………………… 4 分

（II）①当 $a\leqslant 0$ 时， $f'(x)=-ae^{x}+1>0$，

函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上无极值.

所以 $a\leqslant 0$ 不合题意.

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=-ae^{x}+1=0$，解得 $x=\ln\frac{1}{a}$.

当 $x<\ln\frac{1}{a}$ 时， $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,\ln\frac{1}{a})$ 上单调递增;

当 $x>\ln\frac{1}{a}$ 时， $f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 在区间 $(\ln\frac{1}{a},+\infty)$ 上单调递减.

所以当 $x=\ln\frac{1}{a}$ 时，函数 $f(x)$ 取得极大值.

令 $\ln\frac{1}{a}>1$，解得 $0<a<\frac{1}{e}$.

所以 a 的取值范围是 $(0,\frac{1}{e})$. …………………………………………………… 10 分

（III）由题可知， $g(x)=f(2-x)=2-x-ae^{2-x}$， $0<a<\frac{1}{e}$.

则 $g'(x)=ae^{2-x}-1$.

令 $g'(x)=0$，即 $ae^{2-x}-1=0$，解得 $x=2+\ln a$.

因为 $0<a<\frac{1}{e}$，则 $\ln a<-1$，所以 $2+\ln a<1$.

当 $x\in(1,+\infty)$， $g'(x)<0$，所以函数 $g(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递减. …15 分

（20）（本小题 15 分）

解：（I）由已知得半焦距 $c=1$，因为椭圆 C 过点 $(1,\frac{3}{2})$，

由椭圆定义得 $2a=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$，所以 $a=2$.

又因为 $a^2=b^2+c^2$，所以 $b=\sqrt{3}$.

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. 离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$. ………………………… 5 分

（II）依题可设直线 $l: x=my+4$.

由 $\begin{cases} x=my+4, \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2+24my+36=0$.

令 $\Delta=576m^2-144(3m^2+4)=144(m^2-4)>0$，得 $m>2$ 或 $m<-2$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$， $y_1\neq y_2$，

则 $y_1+y_2=-\frac{24m}{3m^2+4}$， $y_1y_2=\frac{36}{3m^2+4}$，

所以 $2my_1y_2=-3(y_1+y_2)$．

由题得 $M(4,y_2),Q(1,-\frac{3}{m})$， 则 $k_{MA}=\frac{y_2-y_1}{4-x_1},k_{MQ}=\frac{y_2+\frac{3}{m}}{3}$．

则 $\frac{k_{MA}}{k_{MQ}}=\frac{3(y_2-y_1)}{(4-x_1)(y_2+\frac{3}{m})}=\frac{3(y_2-y_1)}{-my_1(y_2+\frac{3}{m})}=\frac{3(y_2-y_1)}{-my_1y_2-3y_1}$

$=\frac{3(y_2-y_1)}{\frac{3}{2}(y_1+y_2)-3y_1}=\frac{3(y_2-y_1)}{\frac{3}{2}(y_2-y_1)}=2$． ………………………………15 分

（21）（本小题 15 分）

解：（I） $X+X=\{0,5,10,15,20\}$，

$X+Y=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$． ………………………………4 分

（II）因为 $x_1+x_1<x_1+x_2<x_1+x_3<\cdots<x_1+x_n<x_2+x_n<x_3+x_n<\cdots<x_n+x_n$，

所以 $X+X$ 中至少包含 $2n-1$ 个元素，所以 $|X+X|\geqslant 2n-1$．

因为 $|X|=n$， 由题得 $|X+X|<2n$，

又因为 $|X+X|$ 是整数，

所以 $|X+X|\leqslant 2n-1$．

所以 $|X+X|=2n-1$．

所以 $X+X$ 中的所有元素为 $x_1+x_1,x_1+x_2,x_1+x_3,\cdots,x_1+x_n,x_2+x_n,x_3+x_n,\cdots,x_n+x_n$．

又因为 $x_1+x_1,x_2+x_1,x_2+x_2,\cdots,x_2+x_{n-1},x_2+x_n,x_3+x_n,\cdots,x_n+x_n$ 是 $X+X$ 中的 $2n-1$ 个元素，且

$x_1+x_1<x_2+x_1<x_2+x_2<\cdots<x_2+x_{n-1}<x_2+x_n<x_3+x_n<\cdots<x_n+x_n$，

所以 $x_1+x_j=x_2+x_{j-1}$（ $j=2,3,\cdots,n$ ），

即 $x_j-x_{j-1}=x_2-x_1$（ $j=2,3,\cdots,n$ ），

所以 $x_n-x_{n-1}=x_{n-1}-x_{n-2}=\cdots=x_2-x_1>0$．

所以数列 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是等差数列． ……………………………………………9 分

（III）因为 $B=\{k\in\mathbf{Z}\,|\,-m\leqslant k\leqslant m\}$，所以 $|B|=2m+1$．

设 $x_n-x_1=(2m+1)q+r$， 其中 $q,r\in\mathbf{N}$， $0\leqslant r\leqslant 2m$．

设 $\{a_i\}$ 是首项为 x_1+m， 公差为 $2m+1$ 的等差数列，

即 $a_i=x_1+m+(i-1)(2m+1)$， $i\in\mathbf{N}^*$．

令集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_{q+1}\}$，

则 $|A|=1+q=1+\frac{x_n-x_1-r}{2m+1}=1+\frac{x_n-x_1-r}{|B|}\leqslant 1+\frac{x_n-x_1}{|B|}$．

所以 $A+B=\{x_1,x_1+1,x_1+2,\cdots,x_1+(2m+1)q+2m\}$，

即 $A+B=\{t\in\mathbf{Z}\mid x_1\leqslant t\leqslant x_1+(2m+1)q+2m\}$．

因为 $x_n=x_1+(2m+1)q+r\leqslant x_1+(2m+1)q+2m$，

所以 $A+B\supseteq\{t\in\mathbf{Z}\mid x_1\leqslant t\leqslant x_n\}\supseteq\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$．

所以 $X\subseteq A+B$．……………………………………………………………… 15 分