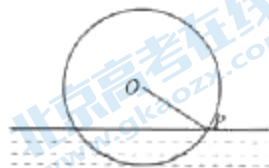


一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x(x+1)(2-x) \geq 0\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
- A. $[-1, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(-2, 2]$ D. $(-2, 2)$
2. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z=5$, 则 $z = (\quad)$
- A. $1-2i$ B. $1+2i$ C. $2-i$ D. $2+i$
3. 下列函数中, 既是奇函数, 又在区间 $(0, 1)$ 上为增函数的是 (\quad)
- A. $y = \sqrt{x+1}$ B. $y = x + \frac{1}{x}$ C. $y = x + e^x$ D. $y = 2^x - \frac{1}{2^x}$
4. 已知 $\sin \alpha < 0$, $\tan \alpha > 0$, 则角 α 可以为 (\quad)
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 设 $a = (\sqrt{2})^3$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$, $c = \log_2 3$, 则 a, b, c 的大小关系为 (\quad)
- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
6. 已知角 α 和角 β 的终边关于角 $\frac{3\pi}{4}$ 的终边所在的直线对称, 则下列结论中正确的是 (\quad)
- A. $\sin \alpha = \cos \beta$ B. $\cos \alpha = \sin \beta = 0$
- C. $\sin 2\alpha + \sin 2\beta = 0$ D. $\cos 2\alpha = \cos 2\beta$
7. 已知定义在 $(0, 2\pi)$ 上的函数 $f(x) = x \cos x$, $g(x) = \sin x$, 则同时 $f(x) = g(x)$ 的图象交点个数为 (\quad)
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x < 1 \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$ 则“ $f(x)$ 存在极值点”是 $a \leq 0$ 的 (\quad)
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} - e^x$, $g(x) = x^2 - 2x - 1$, 若对任意 $x_1 \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, 都存在 $x_2 \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 满足 $f(x_1) - g(x_2) \geq 1$, 则实数 a 的取值范围是 (\quad)
- A. $[2e^2, +\infty)$ B. $[2e^2 - 2, +\infty)$ C. $\left[\frac{\sqrt{e}}{2}, +\infty\right)$ D. $(-\infty, 1]$

10. 如图所示, 有一半径为 10 米的水轮, 水轮的圆心与水面的距离为 6 米. 若水轮每分钟逆时针转 4 圈, 且水轮上的点 P 在 $t=0$ 时刻刚刚从水中浮现,

则 5 秒钟后点 P 与水面的距离是 (结果精确到 0.1 米)



- A. 9.3 米 B. 9.9 米 C. 15.3 米 D. 15.9 米

二、填空题: 本小题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分

11. 若 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\frac{1}{2}$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 _____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $b = \sqrt{2}$, $\angle B = 2\angle A$, $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 a 的值为 _____.

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$, 若对任意实数 t 都有 $f(t) \geq t$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 死记酒后驾驶危害他人的安全, 一个人喝了少量酒后, 血液中的酒精含量迅速上升到 0.9 mg/ml , 在停止喝酒后, 血液中的酒精含量以每小时 20% 的速度减少, 为了保障交通安全, 某地根据《道路交通安全法》规定: 驾车时血液中的酒精含量不得超过 0.09 mg/ml , 那么一个喝了少量酒后的驾驶员, 2 小时后体内的酒精含量为 _____ mg/ml ; 他至少经过 _____ 小时, 才能开车 (精确到 1 小时, 参考数据: $\lg 3 \approx 0.48$, $\lg 4 \approx 0.6$)

15. 如果函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 且满足以下两条性质:

(i) 对任意 $x, y \in \mathbb{R}$, 只要 $xy \leq 0$, 就有 $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$;

(ii) 任意 $x > 0$ 都有 $f(x) > 0$.

则称函数 $f(x)$ 为 Γ 函数. 给出下列结论:

① 存在 $f(x)$ 为 Γ 函数满足 $f(0) = 1$.

② Γ 函数是奇函数.

③ Γ 函数在 \mathbb{R} 上是增函数.

④ 如果函数 $f(x)$ 为 Γ 函数, 那么对任意 $x > 0$, $\Delta x > 0$, $f(x)$ 在 $[x, x + \Delta x]$ 上的平均变化率小于 $f(x)$ 在 $[0, \Delta x]$ 上的平均变化率.

其中, 所有正确结论的序号是 . 更多资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 85 分.解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

16.(本小题共 14 分)已知函数 $f(x) = 4 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cos x - \sqrt{3}$.

(I)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II)求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

17.(本小题共 14 分)已知函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 其图象中相邻

的两个对称中心的距离为 $\frac{\pi}{2}$. 从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知.

(I)直接写出函数 $f(x)$ 的解析式;

(II)将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到曲线 $y = g(x)$.

若在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上存在 x_0 满足 $g(x_0) \leq m$, 求小强数学实数 m 的取值范围.

条件①:函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{12}$ 对称;

条件②:函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称;

条件③:对任意实数 x , $f(x) \leq f\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ 恒成立.

18. (本小题共 14 分) 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 4$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a=2$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ 上的最大值.

(II) 若 $f(x) > 0$ 对 $x \in (1, 2)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

19. (本小题共 14 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $b^2 + c^2 - a^2 = ac \cos C + c^2 \cos A$.

(I) 求 $\angle A$ 的大小.

(II) 若 $a = 2\sqrt{3}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $\sin B + \sin C$ 的值.

20. (本小题共 14 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x-3}$

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $A(-2, f(-2))$ 处的切线方程;

(II) 判断方程 $f(x) = \ln x$ 的解的个数, 并证明你的结论;

(III) 若存在 m 条互相平行的直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 写出 m 的最大值.
(只需写出结论)

21. (本小题共 15 分) 已知集合 M 中的元素都为正整数, 且对集合 M 中任意 a, b ($a < b$), 都有 $2b - a \in M$, 则称 M 为“ α 集”.

(I) 判断 $A = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2\}$, $B = \{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7\}$ 是否为“ α 集”, 并说明理由;

(II) 已知集合 A, B 都为“ α 集”, 且对于集合 A 中的任意元素 a_i, a_j ($a_i > a_j$), 都有 $2a_i - a_j \in B$; 对于集合 B 中的任意元素 b_i, b_j ($b_i > b_j$), 都有 $2b_i - b_j \in A$.

证明: A, B 都为无限集.

(III) 判断是否存在集合 A, B 为“ α 集”, 且满足 $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \mathbb{N}^+$, 并证明你的结论.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号：bjgkzx

官方网站：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980

微信客服：gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。