

高一数学

2020.01

(本试卷满分共 100 分, 考试时间 90 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必先将答题卡上的学校、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的准考证号、姓名, 在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。

2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑, 如需改动, 用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写, 要求字体工整、字迹清楚。

3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试卷、草稿纸上答题无效。

4. 请保持答题卡卡面清洁, 不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 设集合 $A = \{x | x < 5\}$, 集合 $B = \{x | x - 2 \leq 0\}$, 则 $A \cup B =$

(A) $\{x | x \leq 2\}$

(B) $\{x | x < 5\}$

(C) $\{x | 2 < x < 5\}$

(D) $\{x | 2 \leq x < 5\}$

2. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$, 则 $\neg p$ 为

(A) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$

(B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$

(C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$

(D) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$

3. 若 $a > b$, 则下列不等式中恒成立的是

(A) $ac > bc$

(B) $a^2 > b^2$

(C) $a^3 > b^3$

(D) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

4. 已知 $p: \theta$ 为锐角, $q: \theta$ 为第一象限角, 则 p 是 q 的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

5. 函数 $y = \ln x + 2x - 6$ 的零点所在的区间是

(A) (0, 1)

(B) (1, 2)

(C) (2, 3)

(D) (3, 4)

6. 音叉是呈“Y”形的钢质或铝合金发声器（如图1），各种音叉可因其质量和叉臂长短、粗细不同而在振动时发出不同频率的纯音。敲击某个音叉时，在一定时间内，音叉上点P离开平衡位置的位移y与时间t的函数关系为 $y = \frac{1}{1000} \sin \omega t$ 。图2

是该函数在一个周期内的图象，根

据图中数据可确定 ω 的值为

- (A) 200
(B) 400
(C) 200π
(D) 400π



图1

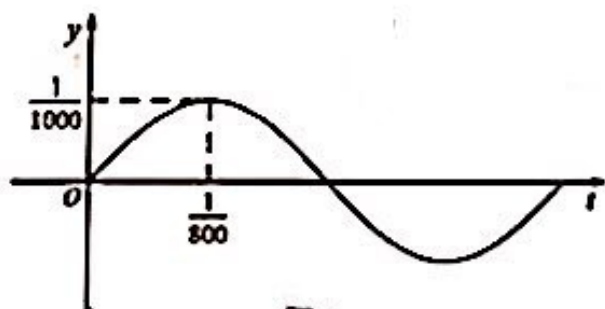


图2

7. 函数 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ 的一个单调递增区间可以

- (A) $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ (B) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (C) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ (D) $[0, \frac{\pi}{2}]$

8. 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$ ，都有 $x + \frac{1}{x} \geq a$ ，则a的取值范围是

- (A) $(-\infty, 2)$ (B) $(-\infty, 2]$
(C) $(2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

9. 把函数 $y = \cos x$ 的图象上所有点向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把所得图象上所有

点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），得到的图象所表示的函数是

- (A) $y = \cos(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6})$ (B) $y = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$
(C) $y = \cos(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$ (D) $y = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ，关于 $f(x)$ 的性质，有以下四个推断：

- ① $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$ ；
② $f(x)$ 是奇函数；
③ $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增；
④ $f(x)$ 的值域是 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 。

其中推断正确的个数是

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap \complement_U B = \{1\}$.
12. 已知 $\alpha \in \left(\frac{1}{2}, 1, 2, \sqrt{1}\right)$, 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $\alpha = \frac{1}{2}$.
13. 不等式 $(x+2)(x-2) > 0$ 的解集是 $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$.
14. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
15. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} + \log_3 9 = \frac{5}{2}$.
16. 如果函数 $f(x)$ 在其定义域内存在实数 x_0 , 使得 $f(x_0+1) = f(x_0) + 1$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为“ π 函数”.
- (1) 函数 $f(x) = e^x$ 不是“ π 函数”;
- (2) 若函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a^2)$ 是“ π 函数”, 则 a 的取值范围是 $\{a | a > 0\}$.

三、解答题共 4 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

17. (本小题 9 分)

已知 α 是第一象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

(I) 求 $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值;

(II) 求 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

18. (本小题 9 分)

函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且图象过 $(-1, 1)$ 点. 已知 $x \geq 0$ 时, $f(x) = a^x - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(I) 求 $f(1)$ 的值和 a 的值;

(II) 若 $f(m) \in [0, 3]$, 求 m 的取值范围.

19. (本小题10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 以 Ox 为始边的两个角 α, β 的终边分别与单位圆 O 交点 M, N , 已知 M, N 关于原点对称.

(I) 若点 M 的坐标为 $(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$, 求 $\cos\alpha, \cos\beta$ 的值;

(II) 当 $\alpha \in [0, \pi]$ 时, 求 $\sqrt{3}\sin\alpha + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)$ 的最大值.

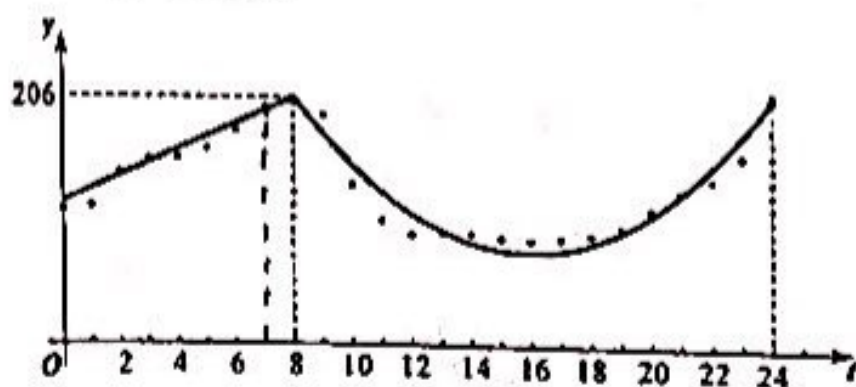
20. (本小题8分)

为进一步改善空气质量, 增强人民的蓝天幸福感, 2018年7月3日, 国务院公开发布《打赢蓝天保卫战三年行动计划》, 其中京津冀地区被列为重点治理区域.

课外活动小组根据北京市预报的某天(0~24时)空气质量指数数据绘制成散

点图, 并选择连续函数 $y = \begin{cases} at + 118, & 0 \leq t \leq 8, \\ 2t^2 - 64t + b, & 8 < t \leq 24 \end{cases}$ 来近似刻画空气质量指数 y

随时间 t 变化的规律(如图).



(I) 求 a, b 的值;

(II) 当空气质量指数大于150时, 有关部门建议市民外出活动应戴防雾霾口罩, 并禁止某行业施工作业. 请你结合该课外活动小组选择的函数模型, 回答以下问题:

(i) 某同学该天7:00出发上学, 是否应该戴防雾霾口罩? 请说明理由;

(ii) 试问该天8:00之后, 该行业可以施工作业的时间最长为多少小时?

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)