

# 高三理科数学

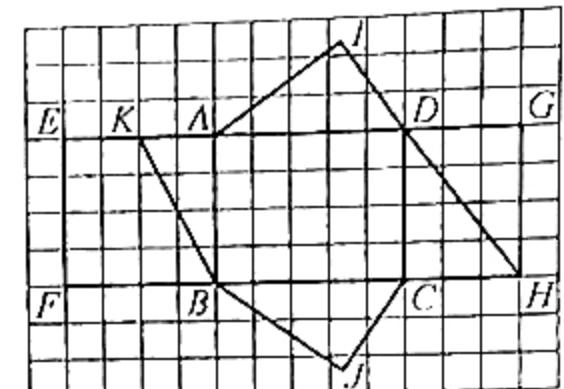
考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知  $3\bar{z} - 2z = 2 - 5i$ ，则  $z =$   
A.  $2 - i$       B.  $2 + i$       C.  $-2 - i$       D.  $-2 + i$
2. 已知集合  $M = \{x | 2x^2 + x - 3 < 0\}$ ,  $N = \{x | x < -1\}$ , 则  $M \cap (\complement_R N) =$   
A.  $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < -1\right\}$       B.  $\left\{x \mid -1 < x < \frac{3}{2}\right\}$   
C.  $\left\{x \mid -1 \leq x < \frac{3}{2}\right\}$       D.  $\{x | -1 \leq x < 1\}$
3. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ , 若  $ab^2 > b^3$ , 则下列关系一定成立的是  
A.  $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b$       B.  $a^2 > b^2$       C.  $2^a > 2^b$       D.  $\ln(a - b) > 0$
4. 已知向量  $a = (3, -2)$ ,  $b = (m, 1)$ , 若  $a \parallel (a - 2b)$ , 则  $m =$   
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $-\frac{3}{2}$
5. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线过点  $P(-1, \sqrt{3})$ ,  $F$  是  $C$  的左焦点, 且  $|PF| = 2$ , 则双曲线  $C$  的方程为  
A.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$       B.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$       C.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$       D.  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$
6. 设  $S_n$  是公差不为 0 的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_7 = 5a_6$ , 则  $\frac{S_{10}}{a_9} =$   
A. 6      B.  $\frac{13}{2}$       C. 7      D.  $\frac{15}{2}$
7. 若函数  $f(x) = \frac{1}{x} \left( x^3 + \frac{2}{e^x + 1} - m \right)$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的偶函数, 则  $m =$   
A. -2      B. -1      C. 1      D. 2

8. 若  $\left(1-\frac{a}{x^2}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$  的展开式中  $x^{-2}$  的系数为 75, 则  $a=$
- A. -3      B. -2      C. 2      D. 3
9. 不等式  $2\ln x > x \ln 2$  的解集是
- A.  $(1, 2)$       B.  $(2, 4)$       C.  $(2, +\infty)$       D.  $(4, +\infty)$
10. 如图是某三棱柱的平面展开图, 网格中的小正方形的边长均为 1, 则在原三棱柱中, 异面直线  $BK$  和  $DH$  所成角的余弦值为
- A.  $\frac{3}{10}$   
B.  $\frac{2}{5}$   
C.  $\frac{4\sqrt{5}}{25}$   
D.  $\frac{8\sqrt{5}}{25}$



11. 在三棱锥  $P-ABC$  中, 平面  $ABC \perp$  平面  $PBC$ ,  $\triangle ABC$  和  $\triangle PBC$  都是边长为  $2\sqrt{3}$  的等边三角形, 若  $M$  为三棱锥  $P-ABC$  外接球上的动点, 则点  $M$  到平面  $ABC$  距离的最大值为

- A.  $\sqrt{6}-\sqrt{2}$   
B.  $\sqrt{6}+\sqrt{2}$   
C.  $\sqrt{5}-1$   
D.  $\sqrt{5}+1$

12. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p>0)$  的准线  $x=-1$  与  $x$  轴交于点  $A$ ,  $F$  为  $C$  的焦点,  $B$  是  $C$  上第一象限内的点, 则  $\frac{|AB|}{|BF|}$  取得最大值时,  $\triangle ABF$  的面积为

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 6

## 二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y+5 \geqslant 0, \\ 2x+5y+10 \leqslant 0, \\ x-2y-4 \leqslant 0, \end{cases}$  则  $z=x+3y$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

14. 设  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $a_n + S_n = 4$ , 则  $S_5 = _____$ .

15. 在一个口袋中有大小和质地相同的 4 个白球和 3 个红球, 若不放回的依次从口袋中每次摸出一个球, 直到摸出 2 个红球就停止, 则连续摸 4 次停止的概率等于 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = (a+b\cos x)\sin x$ , 在①②中任选一个作为已知条件, 再从③④⑤中选出在这个条件下成立的所有结论, 则你所选的编号为 \_\_\_\_\_. (写出一组符合要求的答案即可)

- ①  $a=1, b=1$ ; ②  $a=1, b=-1$ ; ③  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上为单调函数; ④  $f(x)$  的图象关于点  $(\pi, 0)$  对称;  
⑤  $f(x)$  在  $x=\frac{5\pi}{3}$  处取得最小值  $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一) 必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $2a\cos B \sin C + c \sin A = 0$ .

(1) 求  $B$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 角  $B$  的平分线交  $AC$  于  $D$ , 且  $BD = \frac{4}{5}$ , 求  $b$ .

18. (12 分)

某大型超市为调查 2022 年元旦购物者的消费情况,从当天消费金额不低于 50 元的购物者中随机抽取 100 名进行调查,得到如下统计表:

消费金额(单位:元)	[50,100)	[100,150)	[150,200)	[200,250)	[250,+\infty)
顾客人数(单位:人)	10	15	35	25	15

(1) 从这 100 名购物者中随机抽取 1 人, 估计该人消费金额低于 200 元的概率;

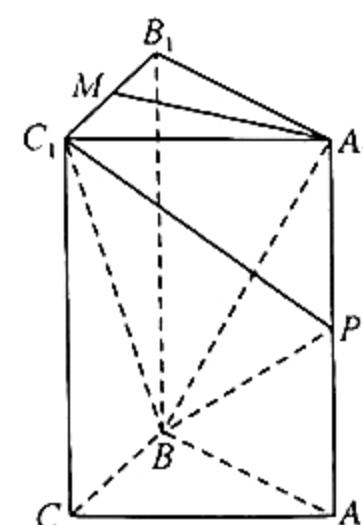
(2) 以频率估计概率, 从元旦当天消费金额不低于 50 元的购物者中随机抽取 3 人, 记消费金额不低于 200 元的购物者人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望.

19. (12 分)

如图,  $P, M$  分别是正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的棱  $AA_1, B_1C_1$  的中点, 且棱  $AA_1=3, AB=2$ .

(1) 求证:  $A_1M \parallel$  平面  $PBC_1$ ;

(2) 求锐二面角  $A_1-BC_1-B_1$  的余弦值.



20. (12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - ax - 1$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $a = e - 2$ , 求证: 当  $x > 0$  时,  $f(x) \geq x^2$ .

21. (12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $P$  是  $C$  短轴的一个端点, 且  $\triangle PF_1F_2$  为等腰直角三角形,  $|F_1F_2| = 2$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 设过  $F_2$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $M$  是线段  $AB$  的中点, 过点  $A(x_1, y_1) (x_1 y_1 \neq 0)$  的直线  $l$  的方程为  $x_1x + 2y_1y = 2$ , 直线  $l$  与  $OM$  交于点  $N$ , 求证:  $\angle AF_2N$  为定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = -3 - 4t, \\ y = 2 + 3t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半

轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 10\rho\sin\theta + 5 = 0$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程及曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 若射线  $\theta = \alpha (\rho \geq 0)$  与直线  $l$  垂直, 且与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $\left| \frac{1}{|OA|} - \frac{1}{|OB|} \right|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 3$ .

(1) 求  $abc$  的最大值;

(2) 证明:  $a^3b + b^3c + c^3a \geq 3abc$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的设计理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微博账号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018