

数学试卷

2023 年 11 月

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请将答题卡交回。

第一部分(选择题 共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- (1) 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
 (A) $\{1\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{0, 2\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$
- (2) 已知复数 $z = \frac{1-i}{i}$, 则在复平面内 z 对应的点位于
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 已知向量 $a = (-2, 0)$, $b = (1, 2)$, $c = (1, \sqrt{3})$, 则下列结论中正确的是
 (A) $a \parallel b$ (B) $a \cdot b = 2$
 (C) $|b| = 2|c|$ (D) a 与 c 的夹角为 120°
- (4) 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{4x} + 1 (x > 0)$, 则
 (A) 当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 有最小值 $\frac{3}{2}$ (B) 当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 有最小值 2
 (C) 当且仅当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 有最小值 $\frac{3}{2}$ (D) 当且仅当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 有最小值 2
- (5) 下列命题中的假命题是
 (A) $\forall x \in \mathbf{R}, (\frac{1}{2})^x > 0$ (B) $\exists x \in \mathbf{R}, x^{\frac{1}{2}} > x$
 (C) $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{|x|} > 1$ (D) $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x > 1$
- (6) 已知 $a = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $b = \ln \frac{1}{2}$, $c = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$, 则
 (A) $b < a < c$ (B) $a < b < c$ (C) $a < c < b$ (D) $b < c < a$
- (7) 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以 Ox 为始边, 则“角 α 的终边过点 $(-1, 2)$ ”是“ $\tan \alpha = -2$ ”的
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- (8) 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是
 (A) $f(x) = (x-1)^3$ (B) $f(x) = 2^{1-x}$
 (C) $f(x) = -\log_2 |x|$ (D) $f(x) = |\log_{\frac{1}{2}} x|$
- (9) 已知函数 $f(x) = A \cos(2x + \varphi) (A > 0, |\varphi| < \pi)$ 是奇函数, 且 $f(\frac{3\pi}{4}) = -1$, 将 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 所得图象对应的函数为 $g(x)$, 则
 (A) $g(x) = \sin x$ (B) $g(x) = -\sin x$
 (C) $g(x) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ (D) $g(x) = \cos(x - \frac{\pi}{4})$

(10) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n + S_{n+1} = n^2$, 则下列四个结论中正确的个数是

① $a_{n+2} - a_n = 2$;

② 若 $a_1 = 0$, 则 $S_{50} = 1225$;

③ 若 $a_1 = 1$, 则 $S_{50} = 1224$;

④ 若数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列, 则 a_1 的取值范围是 $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$.

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} + \lg(x+2)$, 则 $f(x)$ 的定义域为 _____.

(12) 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = -2, a_3 = 4$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____; 数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项和 S_9 的值为 _____.

(13) 已知实数 a, b 满足关于 x 的不等式 $ax > b (a, b \in \mathbb{R})$ 的解集为 $(-\infty, -1)$, 且满足关于 y 的不等式 $y^2 + 3y + b > 0$ 的解集为 \mathbb{R} , 则满足条件的一组 a, b 的值依次为 _____.

(14) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2, \vec{BA} \cdot \vec{BC} = 2$, 则 $BC =$ _____; 若点 P 满足 $\vec{CP} = \frac{1}{2}\vec{CA} - 2\vec{CB}$, 则 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 的值为 _____.

(15) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + m, & x < 1, \\ -\frac{1}{2} - \log_3 x, & x \geq 1, \end{cases} m \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, 给出下列四个结论:

① 函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递减;

② 函数 $g(x)$ 的最大值是 $\frac{1}{2}$;

③ 若关于 x 的方程 $f(x) - g(x) = 0$ 有且只有一个实数解, 则 m 的最小值为 $\frac{1}{2}$;

④ 若对于任意实数 a, b , 不等式 $f(a) \leq g(b)$ 都成立, 则 m 的取值范围是 $(-\infty, -\frac{3}{4}]$.

其中所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax - a + 3, a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 若 $x \in [0, 3]$, 求 $f(x)$ 的值域;

(II) 若 $f(x)$ 有两个零点, 分别为 x_1, x_2 , 且 $x_1 x_2 > 0$, 求 a 的取值范围.

(17)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 2\sin^2 x + 1$.

(I) 求 $f(\frac{5\pi}{4})$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调区间;

(III) 比较 $f(-\frac{\pi}{5})$ 与 $f(\frac{7\pi}{8})$ 的大小, 并说明理由.

(18)(本小题 13 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其中 $a=2, B=\frac{\pi}{3}$, 再从下面给出的条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使 $\triangle ABC$ 存在且唯一.

(I) 求 c 的值;

(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $\cos A = \frac{2\sqrt{7}}{7}$; 条件②: $b = \frac{\sqrt{7}}{2}$; 条件③: $b = \sqrt{7}$.

注: 如果选择的条件不符合要求, 得 0 分; 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.

(19)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = e^{2x} - 2x$.

(I) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 求 $f(x)$ 的极值;

(III) 若对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) > 2(e-1)x + m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(20)(本小题 16 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x - 2}{x}$, $g(x) = a \ln x - \frac{1}{x}$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 求 $f'(1)$ 的值;

(II) 求 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值;

(III) 当 $a=1$ 时, 求证: 对任意 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $f(x) > g(x) - \frac{\cos x}{x}$ 成立.

(21)(本小题 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且满足 $a_{n-1} + a_{n+1} \geq 2a_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$, 且 $n \geq 2$).

(I) 若 $a_1 > a_2$,

(i) 请写出一个满足条件的数列 $\{a_n\}$ 的前四项;

(ii) 求证: 存在 t ($t \in \mathbf{R}$), 使得 $a_n - a_1 > nt$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 成立;

(II) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $2S_n \geq (n^2 + n)a_n - (n^2 - n)a_{n+1}$.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

