2022 北京平谷高一（上）期末

数　　学

一、选择题（本大题共 10 小题；在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意，请将正确选项填涂在答题卡上.）

1. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，集合$A=\{2,4,6,8\}$，那么$\complement_U A=$（　）

A. $\{9\}$　　B. $\{1,3,5,7,9\}$　　C. $\{1,3,5\}$　　D. $\{2,4,6\}$

2. 函数$f(x)=\cos\left(-2x-\frac{\pi}{6}\right)$的最小正周期是（　）

A. 2π　　B. $-\pi$　　C. π　　D. $\frac{\pi}{4}$

3. 下列各式化简后的结果为$\cos x$的是（　）

A. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\sin(2\pi+x)$　　C. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\sin(2\pi-x)$

4. 下列不等式成立的是（　）

A. $\log_3\frac{1}{2}<\log_2 3<\log_2 5$　　B. $\log_3\frac{1}{2}<\log_2 5<\log_2 3$

C. $\log_2 3<\log_3\frac{1}{2}<\log_2 5$　　D. $\log_2 3<\log_2 5<\log_3\frac{1}{2}$

5. 函数$f(x)=\lg(x+1)$的图象与函数$g(x)=x^2-2x+1$的图象的交点个数为（　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 已知 a，b，$c\in R$，那么下列命题中正确　是（　）

A. 若$a>b$，则$ac^2>bc^2$　　B. 若$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$，则$a>b$

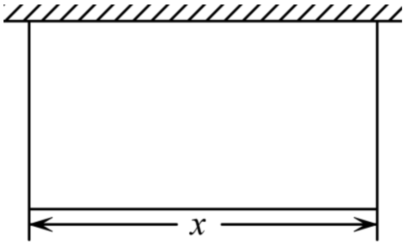
C. 若$a>b$，$ab<0$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. 若$a^2>b^2$，$ab>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

7. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,\varphi\in R)$．则“$f(x)$是偶函数“是“$\varphi=\frac{\pi}{2}$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 某人围一个面积为 32m^2　矩形院子，一面靠旧墙，其它三面墙要新建（其平面示意图如下），墙高 3m，新墙的造价为 1000 元/m^2，则当 x 取（　）时，总造价最低？（假设旧墙足够长）



A. 9　　　　B. 8　　　　C. 16　　　　D. 64

9. 已知定义在R上的偶函数$f(x)$满足下列条件：①$f(x)$是周期为 2 的周期函数；②当$x\in(0,1)$时，$f(x)=2^x-1$.那么$f(\log_2 3)$值为（　）

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{1}{3}$　　　　C. $-\frac{1}{4}$　　　　D. 2

10. 某时钟的秒针端点A到中心点O的距离为 5cm，秒针绕点O匀速旋转，当时间：$t=0$时，点A与钟面上标 12 的点B重合，当$t\in[0,60]$，A，B两点间的距离为d（单位：cm），则d等于（　）

A. $5\sin\frac{t}{2}$　　　　B. $10\sin\frac{t}{2}$　　　　C. $5\sin\frac{\pi t}{30}$　　　　D. $10\sin\frac{\pi t}{60}$

二、填空题（本大题共 5 小题，请把答案填在答题卡中相应题中横线上）

11. 函数$f(x)=\frac{1}{x}+\lg(x+1)$　定义域是____________.

12. 已知奇函数 f（x），当$x>0$，$f(x)=x^2+3x$，那么$f(-2)=$____________.

13. 已知$\tan\alpha=3$，则$\sin\alpha\cos\alpha=$____________.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，设角 α　始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于点$P\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$，将射线 OP 绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$后与单位圆交于点$Q(x_2,y_2)$.那么$\tan\alpha=$____________，$x_2=$____________.

15. 从 2008 年京津城际铁路通车运营开始，高铁在过去几年里快速发展，并在国民经济和日常生活中扮演着日益重要的角色.下图是 2009 年至 2016 年高铁运营总里程数的折线图图（图中的数据均是每年 12 月 31 日的统计结果).

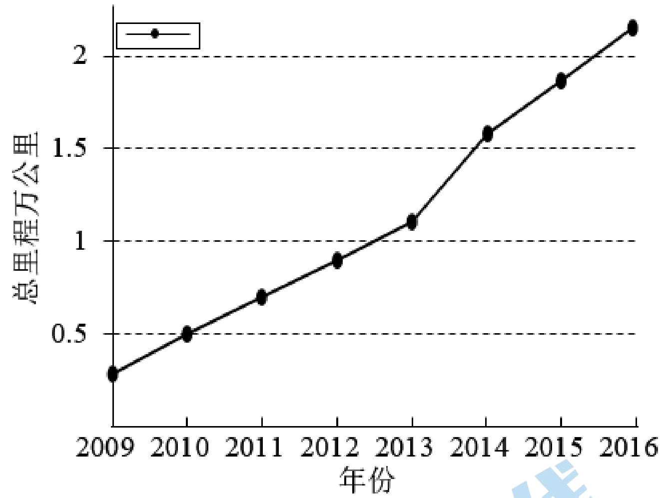
根据上述信息下列结论中，所有正确结论的序号是____

①2015 年这一年,高铁运营里程数超过 0.5 万公里;

②2013 年到 2016 年高铁运营里程平均增长率大于 2010 到 2013 高铁运营里程平均增长率;

③从 2010 年至 2016 年，新增高铁运营里程数最多的一年是 2014 年;

④从 2010 年至 2016 年，新增高铁运营里程数逐年递增;



三、解答题（本大题共 6 小题.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

16. 已知集合$A=\left\{x|\frac{1}{3}\le \log_8 x\le 1\right\}$，$B=\{x|2<2^x<128\}$，全集$U=R$.

（1）求A，B；

（2）求$C_U(A\cap B)$；

（3）如果$C=\{x|x<a\}$，且$A\cap C\ne\emptyset$，求a的取值范围.

17. 已知 α 是第二象限角，且$\tan\alpha=-\frac{5}{12}$.

（1）求$\sin\alpha$，$\cos\alpha$的值；

（2）求$\sin(\alpha-5\pi)+\cos(3\pi-\alpha)$的值.

18. 已知二次函数$f(x)=ax^2-(a+1)x+1$.

（1）当对称轴为$x=-1$时，

（i）求实数 a 的值；

（ii）求 f（x）在区间$[-2,2]$上的值域.

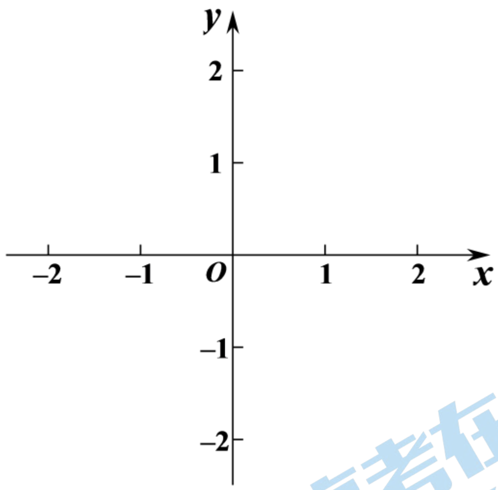
（2）解不等式$f(x)\ge 0$.

19. 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$最小正周期是 π.

（1）求ω的值；

（2）求证：当$x\in\left[0,\frac{7\pi}{12}\right]$时$f(x)\ge-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

20. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x(0\le x\le 2)\\ x^2+2x(-2\le x<0)\end{cases}$.



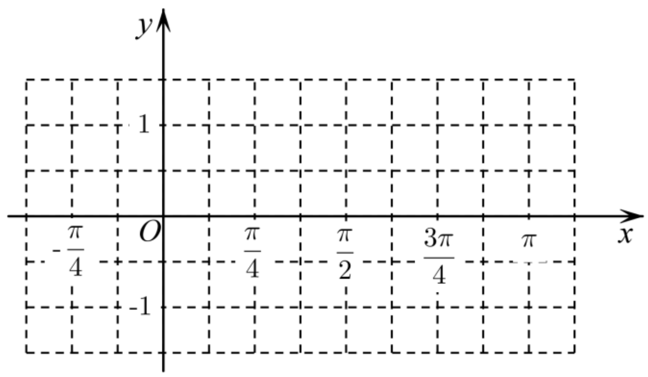
（1）求$f\left(-\frac{2}{3}\right)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)$的值；

（2）作出函数的简图；

（3）由简图指出函数的值域；

（4）由简图得出函数的奇偶性，并证明.

21. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$，$-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{3\pi}{4}$.



（1）列表，描点，画函数$f(x)$的简图，并由图象写出函数$f(x)$的单调区间及最值；

（2）若$f(x_1)=f(x_2)$，$(x_1\neq x_2)$，求$f(x_1+x_2)$ 值.

2022 北京平谷高一（上）期末数学

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题；在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意，请将正确选项填涂在答题卡上.）

1. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，集合$A=\{2,4,6,8\}$，那么$\complement_U A=$（　）

A. $\{9\}$　　B. $\{1,3,5,7,9\}$　　C. $\{1,3,5\}$　　D. $\{2,4,6\}$

【答案】B

【详解】根据题意，全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，而$A=\{2,4,6,8\}$，

则$\complement_U A=\{1,3,5,7,9\}$，

故选：B.

2. 函数$f(x)=\cos\left(-2x-\frac{\pi}{6}\right)$的最小正周期是（　）

A. 2π　　B. $-\pi$　　C. π　　D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】C

【详解】根据三角函数的周期公式$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$得，

函数$f(x)=\cos\left(-2x-\frac{\pi}{6}\right)$的最小正周期是$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

故选：C.

3. 下列各式化简后的结果为$\cos x$的是（　）

A. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\sin(2\pi+x)$　　C. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\sin(2\pi-x)$

【答案】A

【详解】解：A. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$；

B. $\sin(2\pi+x)=\sin x$；

C. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos x$；

D. $\sin(2\pi-x)=-\sin x$.

故选：A

4. 下列不等式成立的是（　）

A. $\log_3\frac{1}{2}<\log_2 3<\log_2 5$

B. $\log_3\frac{1}{2}<\log_2 5<\log_2 3$

C. $\log_2 3<\log_3\frac{1}{2}<\log_2 5$

D. $\log_2 3<\log_2 5<\log_3\frac{1}{2}$

【答案】A

【详解】因为$\log_3\frac{1}{2}<\log_3 1=0$，

$1=\log_2 2<\log_2 3<\log_2 4=2$，

$2=\log_2 4<\log_2 5<\log_2 8=3$，所以$\log_3\frac{1}{2}<\log_2 3<\log_2 5$，

故选：A.

5. 函数$f(x)=\lg(x+1)$的图象与函数$g(x)=x^2-2x+1$的图象的交点个数为（　）

A. 0

B. 1

C. 2

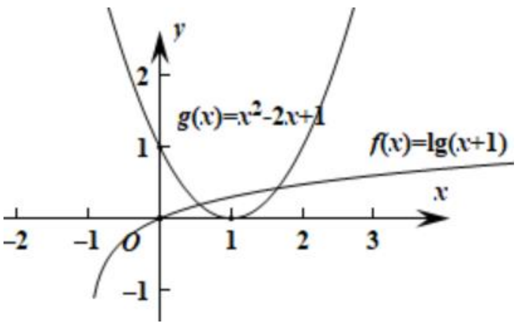
D. 3

【答案】C

【详解】解：在同一个坐标系下作出两个函数的图象如图所示，

则交点个数为为 2.

故选：C



6. 已知 a，b，$c\in R$，那么下列命题中正确的是（　）

A. 若$a>b$，则$ac^2>bc^2$

B. 若$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$，则$a>b$

C. 若$a>b$，$ab<0$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

D. 若$a^2>b^2$，$ab>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

【答案】C

【详解】A．若$a>b$，当$c=0$时，$ac^2=bc^2$，所以A不成立；

B．若$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$，当$c<0$时，则$a<b$，所以B不成立；

C．因为$ab<0$，将$a>b$两边同除以ab，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，所以C成立

D．若$a^2>b^2$且$ab>0$，当$\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$时，则$a<b$，所以$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，则D不成立．

故选：C．

7. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,\varphi\in R)$．则"$f(x)$是偶函数"是"$\varphi=\frac{\pi}{2}$"的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

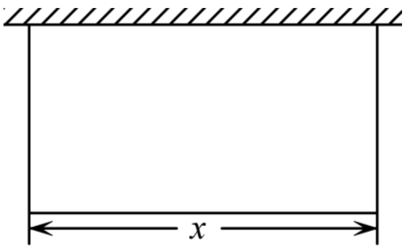
【详解】若$\varphi=\frac{\pi}{2}$，则$f(x)=A\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})=A\cos\omega x$，$f(-x)=A\cos(-\omega x)=A\cos\omega x=f(x)$，所以$f(x)$为偶函数；

若$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$为偶函数，则$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，$\varphi$不一定等于$\frac{\pi}{2}$.

所以"$f(x)$是偶函数"是"$\varphi=\frac{\pi}{2}$"的必要不充分条件.

故选：B

8. 某人围一个面积为 32m^2的矩形院子，一面靠旧墙，其它三面墙要新建（其平面示意图如下），墙高 3m，新墙的造价为 1000 元/m^2，则当 x 取（　）时，总造价最低？（假设旧墙足够长）



A. 9　　B. 8　　C. 16　　D. 64

【答案】B

【详解】由题设，总造价$y=1000\times3\times(x+2\times\frac{32}{x})=3000(x+\frac{64}{x})\geq6000\sqrt{x\cdot\frac{64}{x}}=48000$，

当且仅当$x=8$时等号成立，即$x=8$时总造价最低.

故选：B.

9. 已知定义在R上　偶函数$f(x)$满足下列条件：①$f(x)$是周期为 2 的周期函数；②当$x\in(0,1)$时，$f(x)=2^x-1$.那么$f(\log_2 3)$值为（　）

A $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{1}{3}$　　　　C. $-\frac{1}{4}$　　　　D. 2

【答案】B

【详解】因为$f(x)$是周期为 2 的周期函数，

所以$f(\log_2 3)=f(\log_2 3-2)=f\left(\log_2\frac{3}{4}\right)=f\left(-\log_2\frac{4}{3}\right)$，

又函数$f(x)$定义在R上的偶函数，所以$f(\log_2 3)=f\left(-\log_2\frac{4}{3}\right)=f\left(\log_2\frac{4}{3}\right)$

又当$x\in(0,1)$时，$f(x)=2^x-1$，所以$f\left(\log_2\frac{4}{3}\right)=2^{\log_2\frac{4}{3}}-1=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$.

所以$f(\log_2 3)$值为$\frac{1}{3}$.

故选：B.

10. 某时钟的秒针端点A到中心点O的距离为 5cm，秒针绕点O匀速旋转，当时间：$t=0$时，点A与钟面上标 12 的点B重合，当$t\in[0,60]$，A，B两点间的距离为d（单位：cm），则d等于（　）

A. $5\sin\frac{t}{2}$　　　　B. $10\sin\frac{t}{2}$　　　　C. $5\sin\frac{\pi t}{30}$　　　　D. $10\sin\frac{\pi t}{60}$

【答案】D

【详解】由题知，圆心角为$\frac{t\pi}{30}$，过 O 作 AB 的垂线，则$AB=2\times5\times\sin\frac{\frac{t\pi}{30}}{2}=10\sin\frac{\pi t}{60}$.

故选：D

二、填空题（本大题共 5 小题，请把答案填在答题卡中相应题中横线上）

11. 函数$f(x)=\frac{1}{x}+\lg(x+1)$的定义域是___________.

【答案】$\{x|x>-1且x\neq0\}$

【详解】根据题意可得如下不等式组，

$\begin{cases}x\neq0\\x+1>0\end{cases}$解得$x>-1$且$x\neq0$.

答案　：$\{x|x>-1且x\neq0\}$.

12. 已知奇函数 f（x），当$x>0$，$f(x)=x^2+3x$，那么$f(-2)=$___________.

【答案】-10

【详解】由 f（x）为奇函数，可知$f(-x)=-f(x)$，则$f(-2)=-f(2)$

又当$x>0$，$f(x)=x^2+3x$，则$f(2)=2^2+3\times 2=10$

故$f(-2)=-f(2)=-10$

故答案为：-10

13. 已知$\tan\alpha=3$，则$\sin\alpha\cos\alpha=$____________.

【答案】$\frac{3}{10}$

【详解】∵tanα=3，∴sinα•cosα=$\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{3}{10}$.

故答案为$\frac{3}{10}$.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，设角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于点$P\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$，将射线 OP 绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{2}$后与单位圆交于点$Q(x_2,y_2)$.那么$\tan\alpha=$____________，x_2=____________.

【答案】 ①. $\frac{3}{4}$##0.75 ②. $-\frac{3}{5}$##-0.6

【详解】由三角函数的定义及已知可得：

$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$.

所以$\tan\alpha=\frac{y_P}{x_P}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$.

又$x_2=\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha=-\frac{3}{5}$.

故答案为：$\frac{3}{4}$，$-\frac{3}{5}$

15. 从 2008 年京津城际铁路通车运营开始，高铁在过去几年里快速发展，并在国民经济和日常生活中扮演着日益重要的角色.下图是 2009 年至 2016 年高铁运营总里程数的折线图图（图中的数据均是每年 12 月 31 日的统计结果).

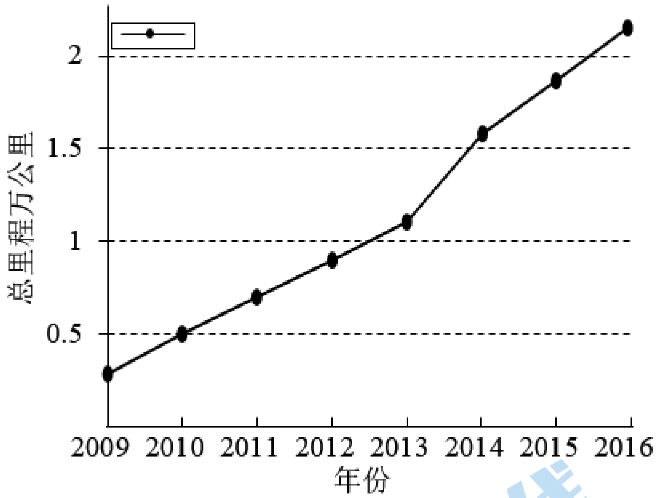
根据上述信息下列结论中，所有正确结论的序号是_____

①2015 年这一年,高铁运营里程数超过 0.5 万公里;

②2013 年到 2016 年高铁运营里程平均增长率大于 2010 到 2013 高铁运营里程平均增长率;

③从 2010 年至 2016 年，新增高铁运营里程数最多的一年是 2014 年;

④从 2010 年至 2016 年，新增高铁运营里程数逐年递增;



【答案】②③

【详解】①看 2014，2015 年对应的纵坐标之差小于$2-1.5=0.5$，故①错误；

②连线观察 2013 年到 2016 年两点连线斜率更大，故②正确；

③2013 年到 2014 年两点纵坐标之差最大，故③正确；

④看相邻纵坐标之差是否逐年增加，显然不是，有增有减，故④错误；

故答案为：②③.

三、解答题（本大题共 6 小题.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

16. 已知集合$A=\left\{x\middle|\frac{1}{3}\le \log_8 x\le 1\right\}$，$B=\{x|2<2^x<128\}$，全集$U=R$.

（1）求A，B；

（2）求$\complement_U(A\cap B)$；

（3）如果$C=\{x|x<a\}$，且$A\cap C\neq\emptyset$，求a的取值范围.

【答案】（1）$A=[2,8]$，$B=(1,7)$

（2）$\complement_U(A\cap B)=(-\infty,2)\cup[7,+\infty)$

（3）$(2,+\infty)$

【小问 1 详解】

根据题意，可得：$\log_8 8^{\frac{1}{3}}\le\log_8 x\le 1=\log_8 8$，函数$y=\log_8 x$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，则有：$2\le x\le 8$

故有：$A=\{x|2\le x\le 8\}$

函数$y=2^x$在区间$(-\infty,+\infty)$上单调递增，则有：$B=\{x|1<x<7\}$

综上，答案为：$A=[2,8]$，$B=(1,7)$

【小问 2 详解】

由（1）可知：$A=[2,8]$，$B=(1,7)$

则有：$A\cap B=\{x|2\le x<7\}$

故有：$\complement_U(A\cap B)=(-\infty,2)\cup[7,+\infty)$

故答案为：$(-\infty,2)\cup[7,+\infty)$

【小问 3 详解】

由于$A=\{x|2\le x\le 8\}$，且$A\cap C\ne\emptyset$，$C=\{x|x<a\}$

则有：$a>2$，

故a的取值范围为：$(2,+\infty)$

故答案为：$(2,+\infty)$

17. 已知 α 是第二象限角，且$\tan\alpha=-\frac{5}{12}$.

（1）求$\sin\alpha$，$\cos\alpha$的值；

（2）求$\sin(\alpha-5\pi)+\cos(3\pi-\alpha)$的值.

【答案】（1）$\sin\alpha=\frac{5}{13},\cos\alpha=-\frac{12}{13}$;

（2）$\frac{7}{13}$.

【小问 1 详解】

解：因为$\tan\alpha=-\frac{5}{12}$，所以$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{5}{12}$，$\therefore\sin\alpha=-\frac{5}{12}\cos\alpha$

又$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\alpha$ 是第二象限角，

所以$\sin\alpha=\frac{5}{13},\cos\alpha=-\frac{12}{13}$.

【小问 2 详解】

解：$\sin(\alpha-5\pi)+\cos(3\pi-\alpha)=\sin(\alpha-\pi)+\cos(\pi-\alpha)=-\sin\alpha-\cos\alpha$

$=-\frac{5}{13}+\frac{12}{13}=\frac{7}{13}$.

18. 已知二次函数$f(x)=ax^2-(a+1)x+1$.

（1）当对称轴为$x=-1$时，

（i）求实数 a 的值；

（ii）求 f（x）在区间$[-2,2]$上的值域.

（2）解不等式$f(x)\geq 0$.

【答案】（1）（i）$-\frac{1}{3}$；（ii）$[-\frac{5}{3},\frac{4}{3}]$.

（2）答案见解析.

【小问 1 详解】

解：（i）由题得$-\frac{-(a+1)}{2a}=\frac{(a+1)}{2a}=-1,\therefore a+1=-2a,\therefore a=-\frac{1}{3}$；

（ii）$f(x)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+1$，对称轴为$x=-1$，

所以当$x\in[-2,2]$时，$f(x)_{\max}=f(-1)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+1=\frac{4}{3}$.

$f(x)_{\min}=f(2)=-\frac{4}{3}-\frac{4}{3}+1=-\frac{5}{3}$.

所以 f（x）在区间$[-2,2]$上的值域为$[-\frac{5}{3},\frac{4}{3}]$.

【小问 2 详解】

解：$ax^2-(a+1)x+1\geq 0$，

当$a=0$时，$-x+1\geq 0,\therefore x\leq 1$；

当$a>0$时，$(ax-1)(x-1)\geq 0,\therefore x_1=\frac{1}{a}>0,x_2=1$，

当$0<a<1$时，不等式 解集为$\{x|x\geq\frac{1}{a}或x\leq 1\}$；

当$a=1$时，不等式的解集为R；

当$a>1$时，不等式的解集为$\{x|x\geq 1或x\leq\frac{1}{a}\}$；

当$a<0$时，$(ax-1)(-x+1)\leq 0,\therefore x_1=\frac{1}{a}<0,x_2=1$，

所以不等式的解集为$\{x|\frac{1}{a}\leq x\leq 1\}$.

综上，当$a=0$时，不等式的解集为$\{x|x\leq 1\}$；

当$0 < a < 1$时，不等式的解集为$\{x|x \geq \frac{1}{a}$或$x \leq 1\}$；

当$a = 1$时，不等式的解集为R；

当$a > 1$时，不等式的解集为$\{x|x \geq 1$或$x \leq \frac{1}{a}\}$；

当$a < 0$时， 不等式的解集为$\{x|\frac{1}{a} \leq x \leq 1\}$.

19. 已知函数$f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)(\omega > 0)$最小正周期是$\pi$.

（1）求ω的值；

（2）求证：当$x \in \left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$时$f(x) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【答案】（1）2；　（2）证明见解析

（2）利用三角函数的图象和性质，结合不等式逐步求出函数的最值即得证.

【小问 1 详解】

解：由题得$T = \pi = \frac{2\pi}{|\omega|}, \therefore \omega = \pm 2, \because \omega > 0, \therefore \omega = 2$.

【小问 2 详解】

证明：$f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$，

因为$0 \leq x \leq \frac{7}{12}\pi, \therefore 0 \leq 2x \leq \frac{7}{6}\pi, \therefore -\frac{\pi}{3} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7}{6}\pi - \frac{\pi}{3}$,

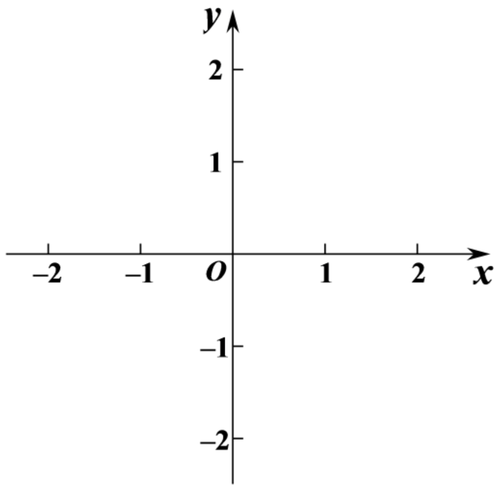
$\therefore -\frac{\pi}{3} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{5}{6}\pi$，

$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \leq 1$，

所以当$x \in \left[0, \frac{7\pi}{12}\right]$时$f(x) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

即得证.

20. 已知函数$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x(0 \leq x \leq 2) \\ x^2 + 2x(-2 \leq x < 0) \end{cases}$.



（1）求$f\left(-\frac{2}{3}\right)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)$的值；

（2）作出函数的简图；

（3）由简图指出函数的值域；

（4）由简图得出函数的奇偶性，并证明.

【答案】（1）$f(-\frac{2}{3})=-\frac{8}{9}$，$f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}$；

（2）作图见解析；　（3）$[-1,1]$；

（4）$f(x)$为奇函数，证明见解析.

【小问 1 详解】

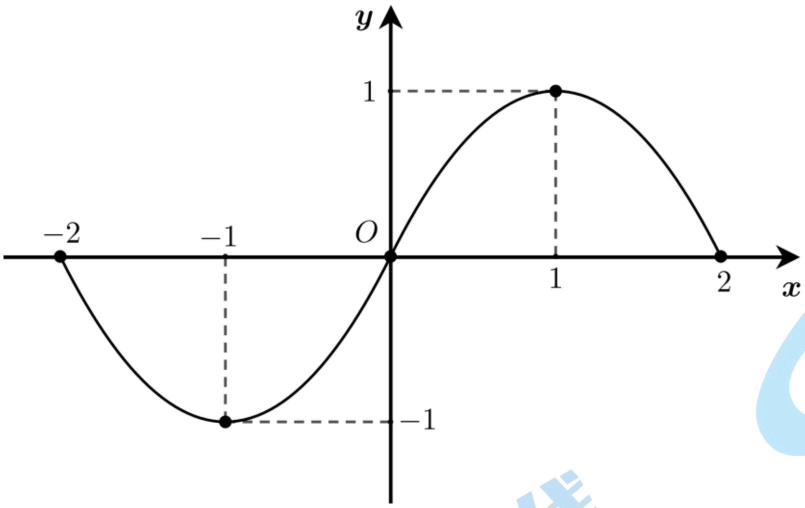
由解析式知：$f(-\frac{2}{3})=(-\frac{2}{3})^2+2\times(-\frac{2}{3})=-\frac{8}{9}$，$f(\frac{1}{2})=-(\frac{1}{2})^2+2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

【小问 2 详解】

由解析式可得：

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-1	0	1	0

∴$f(x)$的图象如下：



【小问 3 详解】

由（2）知：$f(x)$的值域为$[-1,1]$.

【小问 4 详解】

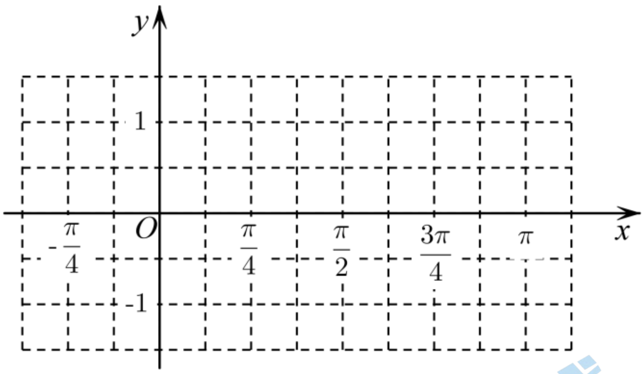
由图知：$f(x)$为奇函数，证明如下：

当$0<x<2$，$-2<-x<0$时，$f(-x)=(-x)^2+2\cdot(-x)=x^2-2x=-f(x)$；

当$-2<x<0$，$0<-x<2$时，$f(-x)=-(-x)^2+2\cdot(-x)=-x^2-2x=-f(x)$；

又$f(x)$的定义域为$[-2,2]$，则$f(x)$为奇函数，得证.

21. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$，$-\frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{3\pi}{4}$.



（1）列表，描点，画函数$f(x)$的简图，并由图象写出函数$f(x)$的单调区间及最值；

（2）若$f(x_1)=f(x_2)$，$(x_1\neq x_2)$，求$f(x_1+x_2)$的值.

【答案】（1）图象见解析，在$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{8}]$、$[\frac{5\pi}{8},\frac{3\pi}{4}]$上递增，在$(\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8})$上递减，且最大值为 1，最小值为-1；

（2）答案见解析.

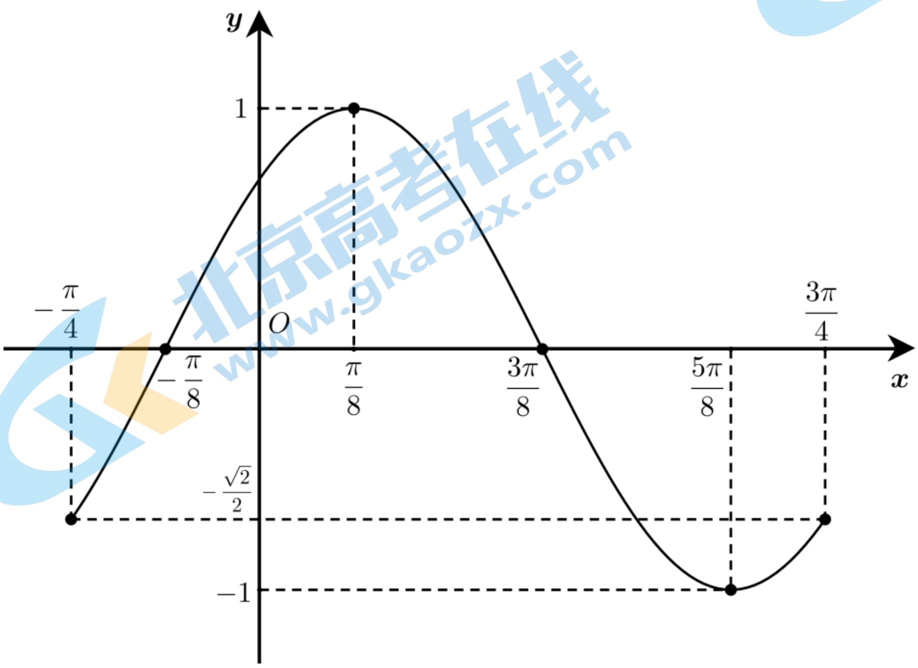
【解析】

【小问 1 详解】

由解析式可得：

x	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$
$f(x)$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	1	0	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

∴$f(x)$的图象如下图示：



∴$f(x)$在$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{8}]$、$[\frac{5\pi}{8},\frac{3\pi}{4}]$上递增，在$(\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8})$上递减，且最大值为 1，最小值为-1.

【小问 2 详解】

1、若$f(x_1)=f(x_2)\in(-\frac{\sqrt{2}}{2},1)$，$(x_1\neq x_2)$，则$x_1+x_2=\frac{\pi}{4}$，故$f(x_1+x_2)=f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

2、若$f(x_1)=f(x_2)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$(x_1\neq x_2)$，

当$x_1+x_2=\frac{\pi}{4}$，则$f(x_1+x_2)=f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

当$x_1+x_2=\frac{5\pi}{4}\notin[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$，此时$f(x_1+x_2)$无解；

当$x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$，则$f(x_1+x_2)=f(\frac{\pi}{2})=-\frac{\sqrt{2}}{2}$；

3、若$f(x_1)=f(x_2)\in(-1,\frac{\sqrt{2}}{2})$，$(x_1\neq x_2)$，则$x_1+x_2=\frac{5\pi}{4}\notin[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$，故$f(x_1+x_2)$无解；